



## FAZOVIY JISMLARNING KOMBINATSIYALARIGA OID MASALALAR YECHISH

**Madrimova Erkinoy Sabirovna**

*Urganch Davlat Universiteti akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga oid masalalar yechimlari bilan ko'rsatib berilgan, hamda bir nechta masalalar o'quvchiga mustaqil yechish uchun tavsiya qilingan.

**Kalit so'zlar:** fazoviy jismlar, hajm, to'la sirt, kombinatsiya.

### Kirish

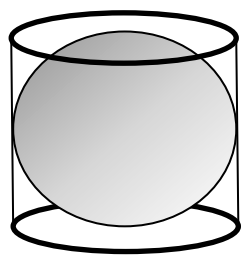
Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga oid masalalar yechish o'quvchilar bilimini oshirish bilan birgalikda tasavvurini kengaytirishga ham yordam beradi.

Ushbu maqolada, silindr va shar, prizma va shar, konus va shar, prizma va silindrning kombinatsiyasiga doir o'nta masala qulay usuldagi yechimlari bilan berilgan va chizmalari bilan tasvirlangan.

Fazoviy jismlarning kombinatsiyalariga oid masalalar bilan tanishamiz.

1. Teng tomonli silindrga radiusi 3 ga teng bo'lgan shar ichki chizilgan. Silindr va shar sirlari orasidagi jismning hajmini toping.

Yechish. Teng tomonli silindrning o'q kesimi kvadratdan iborat bo'lgani uchun silindrning balandligi asosining diametriga teng bo'ladi, ya'ni  $H = 2R$ . Silindr va shar sirlari orasidagi jismning hajmini topish uchun silindrning hajmidan sharning hajmini ayiramiz.



Silindrning hajmi:  $V_{silindr} = \pi R^2 H = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi$

Sharning hajmi:  $V_{shar} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 27 = 36\pi$

Jismning:  $V_{jism} = V_{silindr} - V_{shar} = 54\pi - 36\pi = 18\pi$

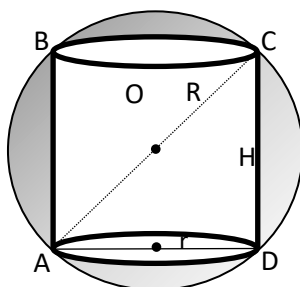
Javob:  $18\pi$

2. Radiusi 6 sm bo'lgan metal shardan eng katta hajmli silindr yo'nilgan. Bu silindr asosining radiusi nechaga teng?

Yechish. Shardan eng katta hajmli silindr yo'nib olish uchun, silindr hajmining maksimum qiymatini hosila orqali hisoblaymiz, ya'ni sharning radiusini silindrning radiusiga bo'glab funksiya tuzamiz.

$$R = 6 \quad ; \quad (V_{silindr})_{max} = ?$$

$$V_{silindr} = S_{asos} \cdot H = \pi r^2 \cdot H$$



2-chizma

Uchburchak  $ADC$  ga pifagor teoremasi qo'llaymiz  $H^2 + 4r^2 = 4R^2$ . Bundan  $r$  ni topamiz  $r^2 = \frac{36 - H^2}{4}$  va silindrning hajmi formulasiga qo'yamiz.



$V_{silindr} = \pi r^2 \cdot H = \pi \cdot \frac{36 \cdot 4 - H^2}{4} \cdot H$  ushbu funksiya eng katta qiymatga erishishi uchun uning hosilasi nolga teng bo'lishi kerak.

$$(V_{silindi})' = 0, \text{ bundan } \frac{\pi}{4} \cdot (144 - 3H^2) = 0 \text{ bo'lib, } H = 4\sqrt{3}$$

Javob:  $4\sqrt{3}$

3. To'la sirtining yuzi 72 ga teng bo'lgan kubga tashqi chizilgan shar sirtining yuzini toping.

Yechish. Kubning to'la sirtining yuzasi (ya'ni uning 6 ta tomonining jami yuzasi) 72 ga teng. Kubga tashqi chizilgan sharning radiusi kubning diagonal uzunligining yarmiga teng bo'ladi.

Kubning tomon uzunligini  $a$  deb olamiz. Kubning to'la sirtining yuzasi formulasiga ko'ra:  $S_{kub} = 6a^2$ , shartga ko'ra  $6a^2 = 72$ , bundan  $a = 2\sqrt{3}$ . AC tomonni topishimiz uchun uchburchak ABC ga pifagor teoremasini qo'llaymiz,  $a^2 + a^2 = AC^2$  bundan kelib chiqadi  $AC^2 = 2a^2$ . Endi uchburchak ADC ga pifagor teoremasi qo'llaymiz.

$$AC^2 + DC^2 = AD^2$$

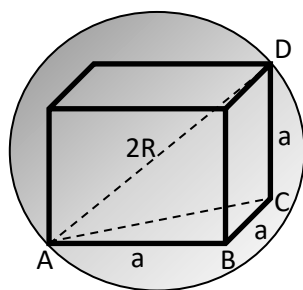
$$2a^2 + a^2 = 4R^2$$

$$3a^2 = 4R^2$$

$$3 \cdot 4 \cdot 3 = 4R^2$$

$$R = 3$$

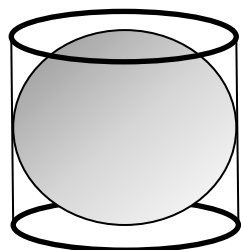
$$S_{shar} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 9 = 36\pi$$



3-chizma

Javob:  $36\pi$

4. Teng tomonli silindrga shar ichki chizilgan. Agar sharning hajmi  $10\frac{2}{3}$  ga teng bo'lsa, silindrning hajmini va yon sirtining yuzini toping.



Yechish.

$$V_{shar} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 10\frac{2}{3}. \text{ Bundan } R = 2 \text{ ekanligi kelib chiqadi.}$$

$$V_{shar} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$$

$$S_y = 2\pi RH = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi. \text{ ilga}$$

$$\text{Javob: } \frac{32\pi}{3} \text{ va } 24\pi.$$

5. Sharga tashqi chizilgan kesik konusning yasovchilari o'rtalaridan o'tuvchi tekislik bilan shu kesik konus hosil qn kesimning yuzi  $4\pi$  ga teng. Kesik konusning yasovchisini toping.



Yechish. Kesik konusning o'q kesimi teng yonli trapetsiyadan iborat. Kesik konusga ichki chizilgan sharning kata doirasi o'q kesimga ichki chizilgan aylanani ifodalaydi. O'q kesimning ya'ni trapetsiyaning yon tomoni o'rta chiziqqa teng bo'ladi. O'rta chiziqning uzunligi esa sharga tashqi chizilgan kesik konusning yasovchilari o'rtalaridan o'tuvchi tekislik bilan shu kesik konus hosil qilgan kesimning diametriga teng. Shartga ko'ra  $S = \pi r^2 = 4\pi, r = 2$

Demak,  $l = 2r = 4$ . Bunda  $l$  kesik konusning yasovchisi.

Javob: 4

6. Teng tomonli ko'nusga ichki va tashqi shar chizildi. Ichki chizilgan shar hajmi tashqi chizilgan shar hajmining necha foizini tashkil etadi?

Yechish. Teng tomonli konusning o'q kesimi muntazam uchburchakdan iborat.

Konusga tashqi va ichki chizilgan shar radiuslari, mos ravishda konus o'q kesimiga tashqi va ichki chizilgan aylanalarning radiuslariga teng bo'ladi.

Ya'ni,  $R_{shar} = \frac{2R_{konus}}{\sqrt{3}}$ ,  $r_{shar} = \frac{R_{konus}}{\sqrt{3}}$ . Bu tengliklardan foydalansak, quyidagilarga ega bo'lamiz.

$$V_{ichki} = V_{tashqi} \cdot \frac{p}{100}$$

$$V_{ichki} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^3 \cdot 3\sqrt{3}}{6 \cdot 6 \cdot 6}$$

$$V_{tashqi} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$$

Bu tengliklarni umumlashtirib  $p$  ni topsak,  $p = 12,5$  ekanligi kelib chiqadi.

Javob: 12,5%



7. Muntazam uchburchakli piramidaga konus ichki chizilgan. Agar piramidaning yon yoqlari bilan asosi  $60^0$  li burchak hosil qilib, piramidaning asosiga ichki chizilgan aylananing radiusi 16 ga teng bo'lsa, konusning yon sirtini toping.

Yechish. Piramidaning yon yoqlari bilan asosi  $60^0$  li burchak hosil qilgani uchun piramidaning apofemasi asosga ichki chizilgan aylananing radiusidan ikki marta katta bo'ladi, ya'ni  $l = 16 \cdot 2 = 32$ .

$$\text{Bundan, } S_{\text{konus}} = \pi R l = \pi \cdot 16 \cdot 32 = 512\pi.$$

Javob:  $512\pi$

8. Uchburchakli muntazam prizmaga tashqi chizilgan silindr yon sirti yuzining unga ichki chizilgan silindr yon sirti yuziga nisbatini toping.

Yechish. Uchburchakli muntazam prizmaga tashqi chizilgan silindr va ichki chizilgan silindr radiuslari, mos ravishda prizma asosiga tashqi va ichki chizilgan aylanalarning radiuslariga teng bo'ladi.

Ya'ni,  $R_{\text{tashqi}} = \frac{2R_{\text{asos}}}{\sqrt{3}}$ ,  $r_{\text{ichki}} = \frac{R_{\text{asos}}}{\sqrt{3}}$ . Bu tengliklardan foydalansak, quyidagilarga ega bo'lamiz.

Tashqi chizilgan silindrning yon sirtining yuzi:

$$S_1 = 2\pi R H = 2\pi \cdot \frac{2R_{\text{asos}}}{\sqrt{3}} \cdot H = \frac{4\pi R_{\text{asos}} H}{\sqrt{3}}$$

Ichki chizilgan silindrning yon sirtining yuzi:

$$S_2 = 2\pi r H = 2\pi \cdot \frac{R_{\text{asos}}}{\sqrt{3}} \cdot H = \frac{2\pi R_{\text{asos}} H}{\sqrt{3}}$$

Oxirgi ikki tenglikdan quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:  $\frac{S_1}{S_2} = 2$ .

Javob: 2



9. Silindr va unga tashqi chizilgan muntazam to'rtburchakli parallelepiped asosining tomoni 4 ga, balandligi 3 ga teng. Silindrning hajmini toping.

Yechish. Silindr asosining radiusi unga tashqi chizilgan prizma asosi diagonalining yarmiga teng, ya'ni  $R = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

$$V_{silindr} = \pi R^2 H = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 3 = 24\pi$$

Javob:  $24\pi$

10. Qirradi 12 ga teng bo'lgan kubga konus ichki chizilgan. Konusning asosi kubning quyi asosiga ichki chizilgan, uchi esa kubning yuqoridagi asosining markazida yotadi. Konusning hajmini toping.

Yechish. Konus asosining radiusi unga tashqi chizilgan kub asosi uzunligining yarmiga teng, ya'ni  $R = \frac{12}{2} = 6$

$$V_{konus} = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot 12 = 144\pi.$$

Javob:  $144\pi$ .

Mustaqil yechish uchun masalalar.

1. Hajmi 125 bo'lgan kubga ichki chizilgan shar sirtining yuzini toping.

2. Ikkita qo'shni yoqlarining markazlari orasidagi masofalar  $2\sqrt{2}$  ga teng bo'lgan kubga tashqi chizilgan shar sirtining yuzini toping.

3. Uchburchakli muntazam piramidaga tashqi chizilgan sharning markazi uning balandligini 6 va 3 ga teng bo'lgan qismlarga ajratadi. Piramidaning hajmini toping.

4. Muntazam oltiburchakli piramidaning to'la sirti 2000 ga, hajmi 4800 ga teng. Shu piramidaga ichki chizilgan sharning radiusini toping.



5. Teng tomonli silindr shaklidagi go'ladan eng katta hajmdagi shar yo'nib olindi.

G'o'laning qancha foizi chiqindiga ketgan?

6. Sharga ichki chizilgan konusning asosi sharning eng kata doirasidan iborat.

Sharning hajmi konusning hajmidan necha marta katta?

7. Yasovchisi 5 ga, asosining diametri 6 ga teng bo'lgan konusga ichki chizilgan

shar sirtining yuzini toping.

8. Muntazam to'rtburchakli prizma konus ichki chizilgan. Konusning asosi prizmaning ostki asosida, uchi esa prizma ustki asosining markazida yotadi. Prizma hajmining konus hajmiga nisbatini toping.

9. Radiusi 5 ga teng bo'lgan sharga ichki chizilgan konusning balandligi 4 ga teng. Konusning hajmini toping.

10. Sharga balandligi asosining diametriga teng bo'lgan konus ichki chizilgan. Agar konus asosining yuzi 2,4 ga teng bo'lsa, shar sirtining yuzini toping.

## XULOSA

O'ttiz bir yillik tajribaga ega bo'lgan o'qituvchi sifatida aytishim mumkinki, stereometriyaga oid bilimlar berish, o'quvchilarni stereometrik masalalarni yechishga o'rgatish boshqa bo'limlarga nisbatan biroz qiyinroq.

Stereometriya bo'limini yaxshi o'zlashtirish uchun juda ko'p masala yechishni mashq qilish kerak bo'ladi. Yuqoridagi qaralgan masalalar o'quvchilarga

stereometriyani o'zlashtirishda yordam beradi degan umiddaman.



## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Isroilov, Z. Pashayev, "Geometriya", II qism, Toshkent "o'qituvchi", 2010 yil.

2. Narjigitov .X, Mirzayev. Ch. "Stereometrik masalalarni yechish". Akademik litseylar uchun o'quv qo'llanma. Toshkent-2004.

3. Husanov. J. Nasimov. X. Shamsiddinov. N. "Geometriya". Akademik litseylar uchun darslik. Toshkent-2022

4. <https://staff.tiame.uz/storage/users/685/presentations/6t0FAEJd7L079DAmemER9oNUkGONgpiBbzi9KU8K.pdf>

5. <https://staff.tiame.uz/storage/users/687/presentations/MHJXPlSPQBUL6CwSW8ulamAvrst3swtpaJ9Np8NJ.pdf>