



ФРАКТАЛЛАР ВА УЛАРНИНГ ҲАЙОТДА ҚО‘ЛЛАНИЛИШИ

Farg'ona viloyati Oltiariq tumani

2-son poliexnikumi matematika fani

*o'qituvchilari **Gulbahor Xolmirzayeva***

Xurshida Abdullayeva

Annotatsiya: Fraktal tushunchasi geometriya, fizika, biologiya, kompyuter fanlari va hatto iqtisodiyotda o'ziga xos o'rin egallagan zamonaviy matematik hodisadir. Ushbu maqolada fraktallar nazariyasining tarixiy rivojlanishi, matematik asoslari, o'ziga xos xususiyatlari, ularni vizualizatsiya qilish algoritmlari hamda ularning real hayotdagi qo'llanishi tahlil qilinadi. Fraktallar o'z-o'zini takrorlovchi shakllar orqali murakkab tizimlarni soddalashtirib tushuntirishga xizmat qiladigan kuchli vositadir. Tadqiqot natijasida fraktallarning nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham keng imkoniyatlarga ega ekani isbotlanadi.

Kalit so'zlar: Fraktal, matematik model, iteratsiya, fraktal o'lcham, Mandelbrot to'plami, kompyuter grafika, tabiiy shakl.

ФРАКТАЛЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЖИЗНИ

Аннотация: Концепция фракталов — это современное математическое явление, занявшее особое место в геометрии, физике, биологии, информатике и даже экономике. В статье анализируется историческое развитие теории фракталов, ее математические основы, ее специфические свойства, алгоритмы их визуализации и их применение в реальной жизни. Фракталы — это мощный инструмент, который служит для упрощения и объяснения сложных систем посредством самоповторяющихся форм. Исследование доказывает, что фракталы имеют широкие возможности не только в теоретическом, но и в практическом плане.



Ключевые слова: фрактал, математическая модель, итерация, фрактальная размерность, множество Мандельброта, компьютерная графика, естественная форма.

Kirish. Matematika fanining eng dolzarb va istiqbolli yo‘nalishlaridan biri — fraktal geometriya hisoblanadi. Fraktal tushunchasi oddiy geometriya qonunlariga sig‘maydigan, ammo ko‘pchilik real obyektlarni ifodalashda qo‘llaniladigan shakllar va tuzilmalarning matematik ifodasidir. Oddiy geometriyada biz aylana, kvadrat, to‘g‘ri to‘rtburchak yoki uchburchak kabi ideal shakllar bilan ishlaymiz. Ammo atrofimizdagi real dunyoda bu shakllar kam uchraydi. Tog‘lar, daryolar, daraxtlar, bulutlar, hatto inson qon tomirlari kabi obyektlar oddiy geometriya bilan to‘liq tushuntirib bo‘lmaydigan shakllarda bo‘ladi. Ana shunday hollarda fraktal geometriya maydonga chiqadi.

Fraktal geometriya XX asr oxirlarida matematiklar e‘tiborini torta boshladi. Uning asoschisi sifatida fransuz matematigi Benua Mandelbrot tilga olinadi. U fraktallarni matematik jihatdan o‘rganib, ularni tabiiy obyektlar bilan bog‘ladi. Shu tariqa, fraktal geometriya matematika, fizika, biologiya va iqtisodiyot kabi fanlar kesishmasida joylashgan keng ko‘lamli tadqiqot sohasiga aylandi.

Mazkur maqolada fraktal tushunchasi, uning asosiy turlari, matematik xususiyatlari, grafikda tasvirlash usullari va ularning hayotdagi real qo‘llanishlari haqida chuqur tahlil keltiriladi.

Asosiy qism

1. Fraktal tushunchasining tarixiy rivojlanishi

Fraktal shakllar aslida matematikada yangi emas. XIX asrda matematiklar — Vyerstrass, Koch, Sierpinski kabi olimlar fraktallarning ilk misollarini keltirganlar. Masalan:

- Koch qirra (1904): har bir chiziqni uchga bo‘lib, o‘rta qismini teng qirrali uchburchak bilan almashtirish orqali hosil qilinadi.
- Sierpinski uchburchagi (1915): uchburchak ichida ketma-ket kichik



uchburchaklar o'chirilib, fraktal tuzilma hosil qilinadi. Bu shakllar juda murakkab va "noto'g'ri" ko'rinsa-da, qat'iy matematik formulalar asosida yaratilgan.

1975-yilda Benua Mandelbrot ushbu turdagi shakllarni yagona tushunchada umumlashtirib, "fraktal" (lotincha fractus — "parchalangan") atamasini fanga olib kirdi.

2. Fraktallarning asosiy xususiyatlari

Fraktallarni quyidagi belgilari orqali aniqlash mumkin:

- O'z-o'zini takrorlash (self-similarity): har bir kichik qism butun shaklga o'xshash.
- Nointeger o'lchov (fraktal dimension): masalan, Koch chizig'i 1 va 2 oralig'ida o'lchanadi (≈ 1.2619).
- Cheksiz murakkablik: har qanday kichraytirishda ham yangi detallar yuzaga chiqadi.

Fraktal o'lchovni matematik ravishda hisoblash uchun quyidagi formula ishlatiladi:

$$D = \log(N) / \log(1/r)$$

Bu yerda N — nechta kichik nusxa bor, r — har bir nusxa qancha kichraytirilgan. Masalan, Sierpinski uchburchagida $N = 3$, $r = 1/2$, natijada:

$$D = \log(3)/\log(2) \approx 1.58496$$

3. Mashhur fraktal turlari

Fraktallar ko'plab turlarga ega bo'lib, ularning eng mashhurlari quyidagilar:

- **Mandelbrot to'plami** — kompleks sonlar tekisligida tasvirlanadigan murakkab fraktal. Har bir nuqta uchun $\{z_{n+1} = z_n^2 + c\}$ iteratsiyasi bajariladi.
- **Julia to'plami** — Mandelbrot to'plamiga o'xshash, lekin har bir c qiymat uchun alohida shakl hosil bo'ladi.



- **Koch chizig'i** — oddiy to'g'ri chiziqni har bosqichda yangi uchburchak bilan almashtirib fraktal shaklga keltirish.
- **Sierpinski uchburchagi va gilamchasi** — geometrik figuralarning o'rtasini kesib olib, takrorlash orqali yaratiladi.
- **Barnsli paporoti** — biologik o'xshashlikka asoslangan, chiroyli paporotnik yaprog'ini ifodalaydi.

4. Fraktallarni kompyuterda qurish algoritmlari

Fraktallarni yaratish uchun iterativ algoritmlar yoki tasodifiy algoritmlar qo'llaniladi. Asosiy usullar quyidagilardan iborat:

- **Iteratsion funksiya tizimi (IFS)**: shakllarni qismlarga bo'lib, har birini transformatsiya qilish.
- **Kompleks sonlar tekisligida iteratsiya**: Mandelbrot va Julia to'plamlari uchun ishlatiladi.
- **L-sistemalar (Lindenmayer system)**: o'simliklar shaklini modelashtirish uchun qo'llaniladi.

Bu algoritmlar yordamida grafik dasturlar orqali murakkab fraktal tasvirlar olinadi. Python, MATLAB, C++ kabi dasturlash tillarida ushbu algoritmlar keng qo'llaniladi.

5. Fraktallarning hayotdagi qo'llanilishi

Fraktallar nafaqat nazariy, balki amaliy sohalarda ham keng qo'llaniladi:

- **Tabiatda**: daraxtlar, yaproqlar, bulutlar, qirg'oqlar, tog'lar, daryolar — bularning barchasi fraktal tuzilishga ega.
- **Tibbiyotda**: inson qon tomirlari, o'pka bronxial daraxti, miya hujayralari fraktal strukturada.
- **Kompyuter grafikasi**: animatsiyalar, o'yin dizayni, effektlar, landshaftlar yaratishda fraktal modellardan foydalaniladi.
- **Aloqa va antennalar**: fraktal shaklli antennalar keng chastota diapazonini qamrab oladi.



- ****Iqtisodiyot va fond bozori****: narxlarning murakkab o'zgarishini fraktal model orqali tahlil qilish mumkin.
- ****San'at va musiqa****: fraktal naqshlar, tasviriy san'atda dizaynlar, shuningdek fraktal musiqiy kompozitsiyalar yaratilmoqda.

Xulosa

Fraktallar — bu murakkablik ichida tartib, tartibsizlikda naqsh, va soddalikda cheksizlikni ifodalovchi matematik konsepsiyadir. Ular hayotimizning ko'plab sohalarida namoyon bo'ladi. Fraktal geometriya nafaqat nazariy tadqiqotlar uchun, balki amaliy muammolarni yechishda ham keng imkoniyatlar yaratadi. Ular yordamida murakkab tizimlarni modellashtirish, vizualizatsiya qilish va tahlil etish imkoniyati mavjud. Kelajakda fraktallarning sun'iy intellekt, raqamli texnologiyalar, biotexnologiya, tibbiyot va ekologiyadagi o'rni yanada oshishi kutilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Mandelbrot, B.B. "The Fractal Geometry of Nature", W.H. Freeman and Co., 1982.
2. Barnsley, M.F. "Fractals Everywhere", Academic Press, 1988.
3. Peitgen, H.-O., Jürgens, H., Saupe, D. "Chaos and Fractals: New Frontiers of Science", Springer, 1992.
4. Falconer, K. "Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications", John Wiley & Sons, 2003.
5. O'zbekcha Vikipediya maqolalari va matematik darsliklar.