TRIBONACHCHI SONLARI VA ULARNING FIBONACHCHI SONLARI BILAN ALOQADORLIGI

ILHOMOVA E'ZOZAABDUXALIL QIZI [1]

RAXIMOV NASRIDDIN NOMOZOVICH [2]

[1] *Samarqand davlat pedagogika instituti*

Matematika va informatika yo'nalish talabasi

[2] *Samarqand davlat pedagogika instituti*

Matematika kafedrasi mudiri, dotsent

Annotatsiya: Ushbu maqolada Tribonachchi sonlari tushunchasi, ularning hosil bo'lish qonuniyati, rekursiv formulasi va asosiy xossalari o'rganiladi. Shuningdek, Fibonacci sonlari bilan o'xshashlik va farqlar tahlil qilinadi hamda ular orasidagi matematik bog'liqliklar keltiriladi.

Kalit so'zlar: Fibonacci sonlari, Tribonachchi sonlari, rekursiya, ketma-ketliklar, kombinatorika.

Fibonachchi sonlari bilan bo'g'liq ketma-ketlikni ikkita urug' o'rniga uchtasini qo'shib hosil qilish mumkin . Bunday sonlar ketma-ketligiga Tribonachchi sonlari ketma-ketligi deyiladi . Biz Tribonachchi raqamlarini T harfi bilan aniqlasak u quyidagi ko'rinishda aniqlanadi: $\boldsymbol{T_1 = 0,\ T_2 = 0,\ T_3 = 1}$

$$\boldsymbol{T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3} \quad (n \geq 3)}$$

Biz shu formula va dastlabki 3ta hadi orqali bir nechta hadini yozib olsak:

$$\boldsymbol{T_1 = 0, \qquad T_2 = 0, \qquad T_3 = 1}$$

$$\boldsymbol{T_4 = T_3 + T_2 + T_1 = 1 + 0 + 0 = 1}$$

$$\boldsymbol{T_5 = T_4 + T_3 + T_2 = 1 + 1 + 0 = 2}$$

$$\boldsymbol{T_6 = T_5 + T_4 + T_3 = 2 + 1 + 1 = 4}$$

$$\boldsymbol{T_7 = T_6 + T_5 + T_4 = 4 + 2 + 1 = 7}$$

$$\boldsymbol{T_8 = T_7 + T_6 + T_5 = 7 + 4 + 2 = 13}$$

$$\boldsymbol{T_9 = T_8 + T_7 + T_6 = 13 + 7 + 4 = 24}$$

$$T_{10} = T_9 + T_8 + T_7 = 24 + 13 + 7 = 44$$

… … … … … … … … … … … … … … … … … …

$$T_n = T_{n-1} + T_{n-2} + T_{n-3} \quad (n \geq 3)$$

Tribonachchi sonlari uzoq tarixga ega. Ular birinchi marta 1914-yilda Agronomof tomonidan o‘rganilgan va keyinchalik ko‘plab boshqa olimlar tomonidan ham tadqiq qilingan. Tribonachchi sonlari nomini esa ilk bor 1963-yilda M.Faynberg tomonidan Pennsylvaniada joylashgan “Susquehanna Township High school”ning birinchi kursida o‘qiyotgan vaqtida joriy etgan.

Tribonachchi sonlari eksponentsial o‘sadi.

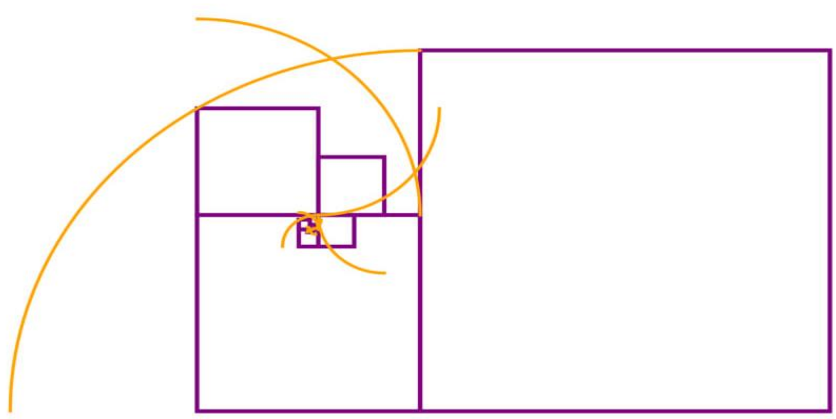
Tribonachchi sonlarining Generatsion funksiyasi:

$$G(x) = \frac{x^2}{1 - x - x^2 - x^3}$$

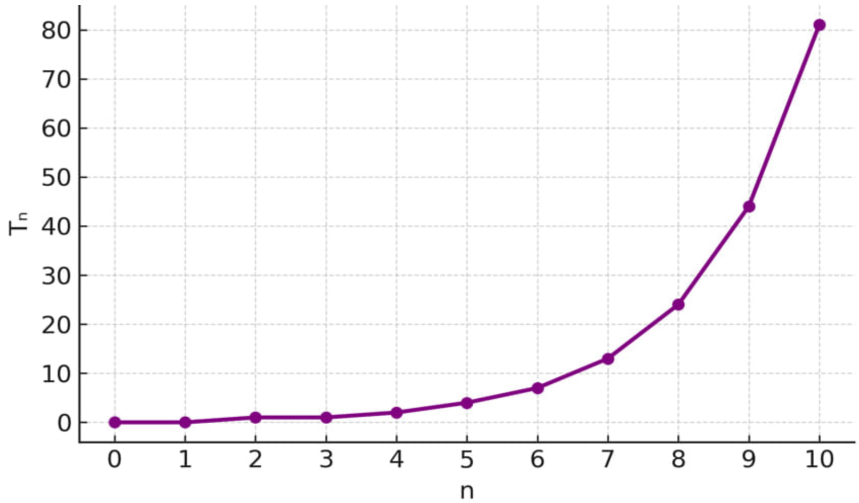
Tribonachchi sonlari Informatika(rekursiv algoritmlar, kodlash nazariyasi)da, Kombinatorika(zamin qoplash modellarida)da , Biologiya (o‘sish jarayonlarini modellashtirishda) da keng qo‘llaniladi.

Fibonachchi spirali kabi, Tribonachchi sonlari asosida ham ketma-ket kvadratlar chizilib, spiral hosil qilinadi. Faqat har bir kvadrat tomoni oldingi **uchta** kvadrat tomonlarining yig‘indisiga teng bo‘ladi.

Tribonachchi spirali :



Tribonachchi sonlari grafigi:



Tribonachchi sonlarini matritsa yordamida ham hisoblash mumkin. Bu usul algoritmik va algebraik yondashuvlar uchun qulaylik yaratadi.

Buning uchun 3×3 matritsadan foydalanamiz.

Tribonachchi sonlarining matritsasi:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Agar vektorlarni $v_n = \begin{pmatrix} T_n \\ T_{n-1} \\ T_{n-2} \end{pmatrix}$ va $v_{n+1} = Av_n$ deb olsak , Tribonachchi sonlari uchun quyidagi tenglik kelib chiqadi:

$$\begin{pmatrix} T_{n+1} \\ T_n \\ T_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_n \\ T_{n-1} \\ T_{n-2} \end{pmatrix}$$

Bu ifodamiz Tribonachchi sonlarining matritsali koʻrinishi.

Tribonachchi sonlari Fibonachchi sonlarining tabiiy davomidir. Matematik strukturalari oʻxshash boʻlsada, oʻziga xos kombinatorik va algoritmik imkoniyatlarga ega.

Tribonachchi va Fibonachchi sonlar oʻrtasidagi oʻxshashliklar:

1. Ikkalasi ham rekursiv ketma-ketlik.

2. Ikkalasi uchun ham o‘sish tezligi eksponentsial.
3. Kombinatorik modellar bilan bog‘liq.
4. Ikkalasini ham matritsa orqali bo‘g‘lasa bo‘ladi.
5. Tribonachchi sonlari Fibonachchi sonlarining tabiiy davomidir. Matematik strukturalari o‘xshash bo‘lsada, o‘ziga xos kombinatorik va algoritmik imkoniyatlarga ega.

Tribonachchi sonlari — k-bonachchi sonlar oilasiga kiradi:

$$F_n^k = F_{n-1}^k + F_{n-2}^k + \cdots + F_{n-k}^k$$

Tribonachchi sonlari ketma-ketligi Fibonachchi sonlariga o‘xshaydi , lekin Tribonachchi sonlari ketma-ketligi Fibonachchi sonlariga nisbatan tezroq o‘sadi.

Ma’lumki , Fibonachchi ketma-ketligi eksponensial ravishda o ‘sib boradi, bu eksponensial oltin nisbatdir. Ketma-ketlikni ko‘rib chiqsak , ketma-ket keluvchi hadlar orasidagi nisbat oltin nisbatga yaqinlashadi.

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$$

Fibonachchi ketma-ketligi geometric talqinga ega – mashhur oltin to‘rtburchakka mos keladigan Fibonachchi spirali.

$x^2 = x + 1$ tenglamaning ijobiy yechimi bu qiymatni aniq beradi.

Tribonachchi ketma-ketligining ham o‘ziga xos “oltin nisbati” bor. Ketma-ketlik shartlar orasidagi nisbat taxminan 1,839 ga yaqinlashganda , u eksponent tarzda o‘sadi.

Aniq nisbat esa $x^3 = x^2 + x + 1$ tenglamaning haqiqiy yechimidir. Xuddi oltin nisbat bilan kuzatganimiz kabi , bu tenglama Tribonachchi ketma-ketligining takrorlanish ta’rifiga biroz o‘xshaydi.

Fibonachchi va Tribonachchi ta’riflari kabi takrorlanish munosabatlari bog‘lanishni ko‘p nomli tenglama bo‘lgan yordamchi tenglamaga aylantirish orqali yopiq shaklga keltiradi.

Endi biz Tetranachchi uchun nisbatni topmoqchi bo‘lsak. Bu yerda ketma - ketlikning har bir hadi beshinchi hadidan boshlab o‘zidan oldingi to‘rttasining yig‘indisidir.

$\boldsymbol{x^4 = x^3 + x^2 + x + 1}$ tenglamaning musbat haqiqiy ildizi Tetranachchi ketma-ketligi uchun nisbat bo‘ladi. Bu taxminan 1,928 ga teng.

n −nachchi ketma-ketligi uchun nisbat quyidagi tenglamaning musbat ildizidir.

$$\boldsymbol{x^n = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1}$$

Har bir n −nachchi ketma-ketligi uchun oltin nisbat n cheksizlikka yaqinlashganda 2ga yaqinlashadi.

XULOSA

Tribonachchi sonlari — Fibonachchi sonlari kabi rekursiv ketma-ketlik bo‘lib, har bir hadi oldingi uchta hadning yig‘indisidan hosil bo‘ladi. Bu ularni Fibonachchi sonlaridan ajratib turuvchi asosiy farqdir, chunki Fibonachchi sonlarida faqat ikki oldingi had yig‘indisi olinadi. Shunga qaramay, ikkala ketma-ketlik ham o‘zaro chuqur matematik bog‘liqlikka ega: ikkalasida ham eksponentsial o‘sish kuzatiladi, generatsiya qiluvchi funksiyalar va xarakteristik tenglamalar orqali umumiy formulalar tuziladi. Bundan tashqari, Fibonachchi va Tribonachchi sonlarining o‘sish sur’atlari oltin kesimga yaqin bo‘lgan irratsional sonlar bilan ifodalanadi, faqat Tribonachchi holatida bu kattalik tribonachchi doimiysi bilan aniqlanadi. Ularning o‘zaro bog‘liqligi kombinatorika, kodlash nazariyasi, tabiatdagi tuzilmalar va san’atdagi spiral shakllarni tushuntirishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bois, Fibonachchi sonlari matematikada nechog‘lik asosiy o‘rin tutsa, Tribonachchi sonlari ham ko‘plab yangi tadqiqotlar va amaliy qo‘llanmalarda keng imkoniyatlar ochib beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR VA MANBALAR:

1. Koshy, T. Fibonacci and Lucas Numbers with Applications. Wiley, 2001.

2. Vajda, S. Fibonacci & Lucas Numbers and the Golden Section. Dover, 2008.

3. Sloane, N. J. A. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS).

4. Graham, R. L., Knuth, D. E., & Patashnik, O. Concrete Mathematics. Addison-Wesley, 1994.

5. https://oeis.org/wiki/Special:UserLogin

6. https://medium.com/puzzle-sphere/tribonacci-the-brother-of-the-fibonacci-sequence-70fa0beae144