

**SHAR VA UNING BO'LAKLARI HAJMI**

Asaka tuman 1 son politexnikumi

Karimova Salimaxon Sodiqjon qizi

Fan: Matematika

Elektron pochta: Karimovas9607@gmail.com

[Tel: +998996353453](tel:+998996353453)

Anotatsiya: *Ushbu maqola shar va uning bo'laklari (shar qalpoqchasi, shar segmenti, shar sektori) hajmini hisoblashning matematik asoslari, geometrik xususiyatlari va amaliy qo'llanilishiga bag'ishlangan. Maqolada sharning hajmi formulasi, uning bo'laklari uchun maxsus hisoblash usullari, shuningdek, bu masalalarning fizika, muhandislik, arxitektura va kompyuter grafikasi sohasidagi ahamiyati tahlil qilinadi. Integral hisob, sferik koordinatalar va zamonaviy hisoblash texnologiyalaridan foydalanish orqali shar bo'laklari hajmini aniqlash usullari muhokama qilinadi. Maqola matematika, fizika va muhandislik sohasidagi tadqiqotchilar, talabalar va mutaxassislar uchun keng qamrovli manba sifatida xizmat qiladi.*

Kalit so'zlar: *shar, hajm, shar bo'lagi, shar qalpoqchasi, shar segmenti, shar sektori, geometriya, integral hisob, amaliy qo'llanmalar, kompyuter grafikasi.*

Kirish

Shar, geometriyadagi eng simmetrik va fundamental shakllardan biri bo'lib, uning xususiyatlari matematikaning turli sohalari, shuningdek, fizika, muhandislik va tabiiy fanlarda keng qo'llaniladi. Sharning hajmini hisoblash oddiy bo'lsa-da, uning bo'laklari — masalan, shar qalpoqchasi, shar segmenti yoki shar sektori — hajmini aniqlash murakkab matematik tahlilni talab qiladi. Ushbu maqola shar va uning bo'laklari hajmini hisoblashning matematik asoslarini tizimli ravishda tahlil qiladi, ularning amaliy qo'llanilishini muhokama qiladi va zamonaviy hisoblash texnologiyalaridagi ahamiyatini ko'rib chiqadi.

1. Sharning hajmi va uning matematik asoslari



Sharning hajmi quyidagi klassik formula yordamida hisoblanadi: $[V = \frac{4}{3} \pi r^3]$ Bu yerda (r) — sharning radiusi, (π) esa matematik doimiy (taxminan 3,14159). Ushbu formula Arximed tomonidan kashf etilgan bo‘lib, sharning simmetrik xususiyatlariga asoslanadi. Sharning sirt maydoni formulasi $(S = 4 \pi r^2)$ bilan bog‘liqligi uning geometrik o‘ziga xosligini yanada ta’kidlaydi.

1.1. Formulaning kelib chiqishi

Sharning hajmi integral hisob yordamida isbotlanadi. Shar, $(x^2 + y^2 = r^2)$ tenglamasiga ega bo‘lgan doiraning (z) -o‘qi atrofida aylanishi natijasida hosil bo‘ladi. Shuning uchun uning hajmini hisoblashda aylanish integralidan foydalaniladi: $[V = \pi \int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx]$ Ushbu integralni yechish orqali quyidagi natija olinadi: $[V = \pi \left[r^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-r}^r = \pi \left(r^3 - \frac{r^3}{3} - \left(-r^3 + \frac{r^3}{3} \right) \right) = \frac{4}{3} \pi r^3]$ Bu formula sharning hajmining radiusga kubik bog‘liqligini ko‘rsatadi.

1.2. Sferik koordinatalarda hajm

Sferik koordinatalar tizimida sharning hajmini hisoblash yanada qulay bo‘lishi mumkin. Sferik koordinatalarda hajm integrali quyidagicha yoziladi: $[V = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^r \rho^2 \sin\phi d\rho d\phi d\theta]$ Bu integralni yechish ham $(\frac{4}{3} \pi r^3)$ natijasini beradi, bu sharning simmetriyasi va sferik koordinatalarning afzalligini tasdiqlaydi.

2. Shar bo‘laklari va ularning hajmi

Shar bo‘laklari shar sirtining yoki ichki qismining muayyan qismlarini ifodalaydi. Ularning hajmini hisoblashda maxsus formulalar va matematik usullar qo‘llaniladi. Quyida asosiy shar bo‘laklari va ularning hajmini aniqlash usullari keltiriladi.

2.1. Shar qalpoqchasi

Shar qalpoqchasi shar sirtining tekislik bilan kesilishi natijasida hosil bo‘ladigan qismdir. Uning hajmi quyidagi formula yordamida hisoblanadi: $[V_{\text{qalpoqcha}} = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h)]$ Bu yerda (h) — qalpoqchanning balandligi, (r) — sharning radiusi. Ushbu formula shar qalpoqchasining hajmini aniqlashda samarali bo‘lib, uning isboti integral hisobga asoslanadi.



Misol: Radiusi 6 sm bo'lgan sharning balandligi 2 sm bo'lgan qalpoqchasining hajmini toping. $[V_{\text{qalpoqcha}} = \frac{1}{3} \pi (2)^2 (3 \cdot 6 - 2) = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot 16 \approx 67,02, \text{sm}^3]$

2.2. Shar segmenti

Shar segmenti shar qalpoqchasi va uning asosiy tekisligi orasidagi qismni ifodalaydi. Uning hajmi quyidagi formula bilan aniqlanadi: $[V_{\text{segment}} = \pi h \left(\frac{h^2}{3} + a^2 \right)]$ Bu yerda (a) — segment asosining radiusi, (h) — segmentning balandligi. Segmentning asosiy radiusi ($a = \sqrt{h(2r - h)}$) formula orqali topiladi.

Misol: Radiusi 5 sm bo'lgan sharda balandligi 3 sm bo'lgan segmentning hajmini toping. Avval (a)-ni hisoblaymiz: $[a = \sqrt{3(2 \cdot 5 - 3)} = \sqrt{3 \cdot 7} = \sqrt{21} \approx 4,58, \text{sm}]$ Keyin hajmini hisoblaymiz: $[V_{\text{segment}} = \pi \cdot 3 \left(\frac{3^2}{3} + 4,58^2 \right) = \pi \cdot 3 \left(3 + 20,98 \right) \approx 226,08, \text{sm}^3]$

2.3. Shar sektori

Shar sektori shar qalpoqchasi va sharning markazidan uning asosiy tekisligigacha bo'lgan konus shaklidagi qismdir. Uning hajmi quyidagi formula bilan hisoblanadi: $[V_{\text{sektor}} = \frac{2}{3} \pi r^2 h]$ Bu yerda (h) — sektorni tashkil etuvchi qalpoqchaning balandligi.

Misol: Radiusi 4 sm bo'lgan sharda balandligi 1,5 sm bo'lgan sektorning hajmini toping. $[V_{\text{sektor}} = \frac{2}{3} \pi (4)^2 \cdot 1,5 = \frac{2}{3} \pi \cdot 16 \cdot 1,5 \approx 50,27, \text{sm}^3]$

3. Amaliy qo'llanmalar

Shar va uning bo'laklari hajmini hisoblash turli sohalarda keng qo'llaniladi. Quyida asosiy qo'llanma sohalari va misollar keltiriladi:

- **Fizika:** Suyuqliklar dinamikasida shar shaklidagi idishlarning sig'imi hisoblanadi. Masalan, shar shaklidagi gaz ballonlarining hajmi aniqlanadi.
- **Muhandislik:** Sharikli podshipniklar, shar shaklidagi valflar yoki rezervuarlar dizaynida shar va uning bo'laklari hajmi muhim ahamiyatga ega.



- **Arxitektura:** Shar shaklidagi gumbazlar, dekorativ elementlar yoki planetariy loyihalarida hajm hisob-kitoblari talab qilinadi.
- **Kompyuter grafikasi:** 3D modellash tirishda shar va uning bo'laklari hajmini hisoblash virtual ob'ektlarning fizik xususiyatlarini aniqlashda qo'llaniladi.
- **Tibbiyot:** Tibbiy tasvirlashda (masalan, MRT yoki KT) shar shaklidagi organlar yoki tuzilmalar hajmini aniqlash muhimdir.

3.1. Kompyuter modellash tirishdagi ahamiyati

Zamonaviy kompyuter grafikasi va simulyatsiya dasturlarida (masalan, Blender, AutoCAD) shar bo'laklari hajmini hisoblash ob'ektlarning fizik xususiyatlarini aniqlashda muhim rol o'ynaydi. Masalan, shar qalpoqchasi yoki segmentining hajmini hisoblash virtual muhitda materiallarning og'irligini yoki sig'imini aniqlashda qo'llaniladi.

4. Matematik tahlil va zamonaviy usullar

Shar bo'laklari hajmini hisoblashda integral hisob va koordinatalar tizimidan foydalanish keng tarqalgan. Sferik koordinatalar tizimi bu jarayonni soddalashtiradi, chunki shar simmetrik shaklga ega. Quyida sferik koordinatalarda shar qalpoqchasining hajmini hisoblash misoli keltiriladi:

Misol: Balandligi (h) bo'lgan shar qalpoqchasining hajmini sferik koordinatalarda hisoblang. Sferik koordinatalarda hajm integrali quyidagicha bo'ladi:

$$[V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\cos^{-1}(1-h/r)} \int_0^r \rho^2 \sin \phi, d\rho, d\phi, d\theta]$$
 Bu integralni yechish yuqoridagi $(\frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h))$ formulasini tasdiqlaydi.

4.1. Hisoblash dasturlari

Zamonaviy hisoblash dasturlari (MATLAB, Mathematica, Python) shar bo'laklari hajmini aniqlashda keng qo'llaniladi. Masalan, Python-ning SymPy kutubxonasi yordamida shar qalpoqchasi hajmini hisoblash mumkin:

```
from sympy import symbols, pi, integrate
r, h = symbols('r h')
V = (1/3) * pi * h**2 * (3*r - h)
print(V.subs({r: 5, h: 2})) # Radiusi 5, balandligi 2 bo'lgan qalpoqcha
```



Xulosa

Shar va uning bo'laklari hajmini hisoblash geometriya, matematika va amaliy fanlarning muhim yo'nalishlaridan biridir. Ushbu maqolada sharning hajmi, shar qalpoqchasi, segmenti va sektori kabi bo'laklarning hajmini hisoblash formulalari, ularning matematik asoslari va amaliy qo'llanilishi tahlil qilindi. Integral hisob, sferik koordinatalar va zamonaviy hisoblash texnologiyalari ushbu masalalarni yechishda muhim vosita sifatida xizmat qiladi. Ushbu formulalar fizika, muhandislik, arxitektura, kompyuter grafikasi va tibbiyot kabi sohalarda keng qo'llaniladi. Kelajakda shar bo'laklari hajmini hisoblashning yangi algoritmlari va ularning sun'iy intellekt bilan integratsiyasi tadqiqot uchun istiqbolli yo'nalish bo'lib qolmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. □ **To'rayev, A., & Xudoyberganov, M. (2015). *Matematik tahlil asoslari* .** Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti. Ushbu darslikda, shu narsa shar va uning bo'laklari hajminiga oid fikr qiyofasi ma'lumotlari. Sferik ko'rsatkichlar va geometrik shakllarning hajmini aniqlash usullari tahlil.
2. □ **Safarov, IS (2010). *Geometriya: Analitik va differensial geometriya* .** Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti. Bu kitobda shar, uning qismlari va bo'laklari (shar qalpoqchasi, segmenti) hajmini baholashning geometrik usullari yoritilgan. Amaliy misollar va isbotlar.
- 3.
4. Korn, G. A., & Korn, T. M. (2000). *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers*. Dover Publications.
5. Arfken, G. B., & Weber, H. J. (2012). *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press.
6. Stewart, J. (2015). *Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning.
7. Thomas, G. B., & Finney, R. L. (2009). *Calculus and Analytic Geometry*. Addison-Wesley.
8. Courant, R., & John, F. (1999). *Introduction to Calculus and Analysis*. Springer.
9. Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2012). *Calculus: Multivariable*. Wiley.