

**DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING MUHANDISLIKDA
QO'LLANILISHI**

*Ajiniyoz nomidagi NDPI Fizika va Matematika
fakulteti talabasi **Dinora Sobirova***

Annotatsiya: *Mazkur maqolada differensial tenglamalarning muhandislik sohalaridagi amaliy qo'llanilishi tahlil qilingan. Harakat, elektr zanjirlari, issiqlik uzatish va avtomatik boshqaruv tizimlari kabi yo'nalishlarda differensial tenglamalar asosida tuziladigan modellar muhandislik masalalarini hal etishda qanday yordam berishi ko'rsatib berilgan. Shuningdek, ularni yechishda foydalaniladigan zamonaviy hisoblash vositalarining ahamiyati yoritilgan.*

Kalit so'zlar: *differensial tenglama, muhandislik, matematik model, tizim tahlili, hisoblash usullari, elektr zanjiri, tebranish, boshqaruv tizimi*

Differensial tenglamalar – bu noma'lum funksiyaning hosilalari ishtirok etadigan tenglamalardir. Ular real hayotdagi ko'plab fizik, biologik va texnik jarayonlarni ifodalovchi matematik modellarni tuzishda asosiy vosita hisoblanadi. Differensial tenglamalar oddiy (bir nechta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lmagan), chiziqli (tenglama noma'lum funksiya va uning hosilalariga nisbatan chiziqli bo'lsa), yuqori tartibli (ikkinchi yoki undan yuqori darajadagi hosilalarni o'z ichiga oluvchi), shuningdek, murakkab fizik tizimlarni ifodalovchi qattiq (stiff) tenglamalar shaklida bo'lishi mumkin. Tabiiy fanlar va texnika sohalarida differensial tenglamalar yordamida turli dinamik jarayonlar – masalan, mexanik harakat, tebranishlar, issiqlik tarqalishi, elektr tokining o'zgarishi, kimyoviy reaksiya tezligi va biologik o'sish jarayonlari modellashtiriladi. Ular matematikani amaliyotga bog'lovchi asosiy vositalardan biri sifatida, murakkab tizimlarning xatti-harakatini bashorat qilish, optimallashtirish va boshqarishda muhim o'rin egallaydi. Ayniqsa, muhandislikda differensial tenglamalarning ahamiyati nihoyatda katta. Chunki zamonaviy muhandislik masalalarining aksariyati vaqtga, holatga yoki tashqi ta'sirlarga bog'liq

bo'lgan jarayonlar bilan bog'liq. Muhandislikda turli tizimlarning harakatini, energiya almashinuvini, issiqlik uzatishni, elektr signalini yoki materiallarning deformatsiyasini modellashtirishda differensial tenglamalar keng qo'llaniladi. Shu bois, ularni chuqur o'rganish va amaliy jihatdan qo'llay bilish zamonaviy muhandis uchun zaruriy ko'nikmalardan biridir.

Differensial tenglamalar muhandislikda tizimlarning dinamik xatti-harakatini modellashtirish, tahlil qilish va boshqarishda muhim o'rin tutadi. Har bir muhandislik sohasi o'ziga xos fizik qonunlarga asoslangan bo'lib, ularni ifodalashda vaqt va fazodagi o'zgarishlar muhim ahamiyatga ega. Bu o'zgarishlarni matematik shaklda ifodalash uchun aynan differensial tenglamalardan foydalaniladi.

1. Mexanika va dinamika sohasida qo'llanilishi

Mexanik tizimlarning harakat qonuniyatlari Nyutonning ikkinchi qonuniga asoslanadi: kuch – bu massaning tezlanishga ko'paytmasi. Masalan, prujinali sistema harakatini quyidagi oddiy differensial tenglama orqali ifodalash mumkin:

$$m \times \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Bu tebranishli harakat modelidir va uni muhandislikda qurilmalarning vibratsion xatti-harakatini o'rganishda keng qo'llaniladi. Mashinasozlik, aviatsiya va inshootlar qurilishi sohalarida bunday tenglamalar strukturaviy turg'unlikni baholashda yordam beradi.

2. Elektr muhandisligida differensial tenglamalar

Elektronika va elektrotexnika sohalarida elektr zanjirlarining vaqt bo'yicha o'zgaruvchan holatini aniqlash uchun differensial tenglamalar ishlatiladi. Masalan, RLC zanjiridagi tok va kuchlanish o'zgarishini ifodalovchi tenglama quyidagicha bo'ladi:

$$L \times \frac{d^2q}{dt^2} + R \times \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = E(t)$$

Bu yerda L – induktivlik, R – qarshilik, C – sig'im, q – zaryad, E(t) – tashqi kuchlanish. Ushbu tenglama elektr signalini tahlil qilish, filtrlar loyihalash va signalni barqarorlashtirish kabi muhim vazifalarni hal etishda qo'llaniladi.



3. Issiqlik va suyuqliklar oqimi tahlilida

Muhandislikning termodinamika va gidrodinamika yo‘nalishlarida issiqlik uzatish, gaz va suyuqliklar oqimini modellashtirish uchun differensial tenglamalarga murojaat qilinadi. Masalan, issiqlik o‘tkazish jarayoni uchun Fourier qonuni asosida quyidagi tenglama ishlatiladi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Bu tenglama issiqlikning vaqt va masofaga bog‘liq tarqalishini ifodalaydi. Muhandislar uni issiqlik almashinuvi moslamalari, qurilish konstruksiyalari va energiya tizimlarini loyihalashda qo‘llaydilar.

4. Avtomatika va boshqaruv tizimlarida

Avtomatik boshqaruv tizimlari dinamik obyektlarni nazorat qilish uchun tuziladi va ularning xatti-harakatini aks ettirishda differensial tenglamalar ishlatiladi. Bunday tizimlar matematik modellar orqali tavsiflanadi, ular asosida PID kontrollerlar, transfer funksiyalar va holat bo‘yicha boshqaruv algoritmlari ishlab chiqiladi. Bu yo‘nalish robototexnika, sanoat avtomatikasi va transport tizimlarida muhim ahamiyatga ega.

5. Kompyuter yordamida yechimlar

Amaliy masalalarning ko‘pchiligi analitik tarzda yechilmaydi. Shu bois, muhandislikda kompyuter yordamida differensial tenglamalarni raqamli usullar bilan yechish keng tarqalgan. Bunda MATLAB, Python (SciPy, NumPy), Mathematica kabi dasturlar muhandislarga murakkab tenglamalarni modellashtirish va grafik tahlil qilish imkonini beradi. Bu vositalar amaliy tajribani sezilarli darajada soddalashtiradi va optimallashtirishga xizmat qiladi.

1-misol: Oddiy chiziqli differensial tenglama

Tenglama: $\frac{dy}{dx} + 3y = 6$

Bu – birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama.

Yechim: Bu tenglamani yechish uchun integral ko‘paytuvchi usulidan foydalanamiz.

1. Tenglama ko‘rinishi: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$, $P(x) = 3$, $Q(x) = 6$



2. Integratsion ko'paytuvchi: $\mu(x) = e^{\int 3dx} = e^{3x}$

3. Tenglamani ikkala tomonini $\mu(x)$ ga ko'paytiramiz: $e^{3x} \cdot \frac{dy}{dx} + 3e^{3x}y = 6e^{3x}$

4. Chap tomon – hosilaning kengaytmasi: $\frac{d}{dx}(e^{3x}y) = 6e^{3x}$

5. Har ikki tomonni integrallaymiz: $e^{3x}y = \int 6e^{3x}dx = 2e^{3x} + C$

6. Yechim: $y = 2 + Ce^{-3x} + C$

Javob: $y = 2 + Ce^{-3x} + C$

2-misol: Ikkinchi tartibli gomogen differensial tenglama

Tenglama: $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$

Bu – chiziqli, gomogen, konstantali koeffitsiyentli ikkinchi tartibli differensial tenglama.

Yechim:

1. Xarakterni tenglama tuzamiz: $r^2 - 5r + 6 = 0$

2. Tenglamani yechamiz: $r = 3 \quad r = 2$

3. Ikkita real va farqli ildiz bo'lgani uchun umumiy yechim: $y(x) = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$

Javob: $y(x) = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$

Zamonaviy muhandislikda ko'plab differensial tenglamalar murakkab bo'lib, ularni qo'lda analitik tarzda yechish amaliy jihatdan qiyin yoki imkonsiz bo'lishi mumkin. Shu sababli, **kompyuter yordamida raqamli yechimlar** tobora keng qo'llanilmoqda. Bu jarayonda quyidagi dasturiy vositalar muhim o'rin tutadi:

MATLAB – differensial tenglamalar, chiziqli algebra, signallar va tizimlar tahlili uchun qulay muhit. Uning ode45, ode23 kabi funksiyalari orqali birinchi va yuqori tartibli ODE (oddiy differensial tenglamalar) tizimlarini tez va ishonchli tarzda yechish mumkin. Ko'p hollarda muhandislar MATLAB'ni real vaqt tizimlari, modellashtirish va simulyatsiya uchun ishlatadilar.

Python dasturlash tili ochiq manbali bo'lib, SciPy kutubxonasi yordamida differensial tenglamalarni raqamli usullar bilan yechish imkonini beradi. scipy.integrate.odeint yoki solve_ivp funksiyalari muhandislarga fizik va texnik



tizimlarni modellashtirishda samarali vosita bo'ladi. Python'ning afzalligi – uni boshqa kutubxonalar bilan birlashtirish qulayligi va bepul ekani.

Mathematica – analitik va raqamli hisoblashlarni birlashtiruvchi kuchli matematik vosita. U murakkab differensial tenglamalarning umumiy va xususiy yechimlarini chiqarib bera oladi, grafiklar chizadi va ifodalarni soddalashtiradi. Ilmiy tadqiqotlar va akademik muhitda keng qo'llaniladi.

Muhandislar uchun foydasi:

- Murakkab tizimlarni **tez va ishonchli** modellashtirish imkonini beradi.
- **Vaqt va resurslarni tejaydi**, inson xatosini kamaytiradi.
- Analitik va raqamli yechimlarni **bir vaqtning o'zida** ko'rish imkonini yaratadi.
- Vizualizatsiya (grafik ko'rinish) orqali natijalarni **ko'rgazmali tahlil qilish** imkoniyatini beradi.
- Amaliy muhandislik masalalarini **real vaqt rejimida** hal qilishni soddalashtiradi.

Differensial tenglamalar muhandislikda turli fizik va texnik tizimlarning dinamikasini tushunish, modellashtirish, tahlil qilish va optimallashtirishda asosiy matematik vosita hisoblanadi. Harakat, tebranish, issiqlik almashinuvi, elektr signallar va boshqaruv tizimlarining matematik modellarini yaratishda aynan differensial tenglamalar asosiy rol o'ynaydi. Bugungi raqamli texnologiyalar davrida ushbu tenglamalarni zamonaviy dasturiy vositalar orqali raqamli yechish va amaliy natijalarni olish imkoniyati muhandislik ishlarini samarali, aniq va tez bajarish imkonini bermoqda. Shu bois, differensial tenglamalarni chuqur o'rganish va amaliy muhitda, jumladan MATLAB, Python, Mathematica kabi vositalar yordamida qo'llay bilish har qanday muhandis uchun zaruriy va zamonaviy ko'nikmadir. Bu ko'nikma nafaqat ilmiy izlanishlarda, balki ishlab chiqarish, loyiha ishlab chiqish va muammolarni hal qilishda ham muhim ahamiyatga ega.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Karimov B., Akbarov X. – *Differensial tenglamalar*, O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'limi uchun darslik. – Toshkent: O'zbekiston milliy ensiklopediyasi, 2005.



2. Boyce W.E., DiPrima R.C. – *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 10th Edition. – Wiley, 2012.
3. Kreyszig E. – *Advanced Engineering Mathematics*, 10th Edition. – Wiley, 2011.
4. Higham D.J. & Higham N.J. – *MATLAB Guide*, 2nd Edition. – SIAM, 2005.
5. Virtanen P. et al. – *SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python*, Nature Methods, 2020.