

**CHEBISHOV INTERPOLATSIYASI ASOSIDA AVTOBUS QATNOVIDAGI
YO'LOVCHILAR SONINI MODELLASHTIRISH****A.I. Ismoilov**

*Farg'ona davlat universiteti Amaliy matematika va informatika kafedrasi
katta o'qituvchisi (PHD)*

E-mail: ismoilovaxrorjon@yandex.com

O'ktamjonova Nilufar Abdurahmon qizi

Farg'ona Davlat universiteti Amaliy matematika yo'nalishi 3-kurs talabasi

E-mail: Karimberdiyevanilufar625@gmail.com

Annotatsiya (O'zbek tilida): Ushbu maqolada Chebishov interpolatsiya usuli yordamida avtobus qatnovi vaqtida yo'lovchilar sonini bashorat qilish masalasi ko'rib chiqiladi. Masala hayotiy holat asosida – soat 7:00 dan 9:00 gacha bo'lgan vaqtda avtobus bekatida yo'lovchilar sonining o'zgarishi misolida ishlab chiqilgan. Chebishov ko'paytmalari, ularning xossalari va interpolatsion polinom tuzish bosqichlari batafsil tahlil qilinadi. Yakuniy natija sifatida yo'lovchilar sonini vaqtga bog'lab hisoblovchi analitik formula hosil qilinadi. Bundan tashqari, modelni Python dasturlash tilida amaliy tarzda qo'llash imkoniyati ham ko'rib chiqilgan. Mazkur tadqiqot sonli usullar fanini real hayotiy muammolar bilan bog'lash orqali talabalarda mavzuga nisbatan qiziqish uyg'otishni maqsad qiladi.

Annotation (In English): This article explores the application of the Chebyshev interpolation method to estimate the number of passengers during bus schedules. The problem is modeled using a real-life scenario where passenger counts vary between 7:00 AM and 9:00 AM. The study provides a detailed breakdown of Chebyshev polynomials, their properties, and the step-by-step construction of the interpolation polynomial. As a result, an analytical formula is derived to predict passenger numbers based on time. Additionally, a practical implementation of the model using Python programming is presented. This research aims to increase student engagement by connecting numerical methods with real-world problems.

Kalit soʻzlar. Chebyshev interpolatsiyasi, sonli usullar, Chebyshev polynomial, interpolatsion polinom, avtobus qatnovi masalasi, normallashtirilgan vaqt, yoʻlovchilar soni modeli, universitet uchun amaliy masala, chebyshev koeffitsiyentlari, $t_0(x)$ dan $t_4(x)$ gacha, Chebyshev interpolatsiyasi amalda, vaqtga bogʻliq yoʻlovchi soni, sonli yechimlar, tashish jarayonlarini modellashtirish, amaliy matematika, talabalar uchun sonli usullar, chebyshev method in transportation, transportda interpolatsiya, vaqt boʻyicha funksiya qurish

Keywords: Chebyshev interpolatsiyasi, sonli usullar, Chebyshev polynomial, interpolatsion polinom, avtobus qatnovi masalasi, normallashtirilgan vaqt, yoʻlovchilar soni modeli, universitet uchun amaliy masala, chebyshev koeffitsiyentlari, $t_0(x)$ dan $t_4(x)$ gacha, Chebyshev interpolatsiyasi amalda, vaqtga bogʻliq yoʻlovchi soni, sonli yechimlar, tashish jarayonlarini modellashtirish, amaliy matematika, talabalar uchun sonli usullar, chebyshev method in transportation, transportda interpolatsiya, vaqt boʻyicha funksiya qurish

Kirish. Sonli usullar fanida Chebyshev metodlari interpolatsiya, aproksimatsiya va integrallash kabi koʻplab masalalarda qoʻllaniladi. Ular ayniqsa aniqlik va barqarorlik talab etiladigan hollarda muhim rol oʻynaydi. Bu maqolada Chebyshev koʻpaytmalari, ularning xossalari, Chebyshev interpolatsiyasi va uning amaliy qoʻllanilishi haqida keng maʼlumot beriladi.

1. Chebyshev koʻpaytmalari va ularning xossalari Chebyshev koʻpaytmalari — bu ortogonal polinomlar boʻlib, ular koʻplab analitik va sonli usullarda keng qoʻllaniladi. I tur Chebyshev koʻpaytmalari quyidagicha aniqlanadi:

$$T_n(x) = \cos(\arccos(x)), x \in [-1, 1], n = 0, 1, 2, 3, 4$$

Bu polinomlar rekursiv tarzda ham aniqlanishi mumkin:

$$T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x),$$

Xossalari:

Ortogonallik: Chebyshev polinamlari $[1, -1]$ oraliqda $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ogʻirliq funksiyasi ostida ortogonal.



Ekstremal xossasi: $T_n(x)$ polinomi maksimum darajada tekis taqsimlangan ekstremal qiymatlarga ega.

Nol nuqtalari: $T_n(x)$ polinomining nol nuqtalari Chebishov tugunlari deb nomlanadi va interpolatsiyada ishlatiladi

2. Chebishov interpolatsiyasi Interpolatsiya — bu berilgan nuqtalar bo'yicha funktsiyani yaqinlashtirish jarayoni. Chebishov interpolatsiyasi klassik interpolatsiyaga nisbatan kamroq osilishga (Runge effekti) ega.

Interpolatsion polinom quyidagicha tuziladi:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k T_k(x)$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) T_k(x_i)$$

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) T_0(x_i)$$

3. Amaliy qo'llanish: Avtobus qatnovi misolida Masalan, ertalabki avtobus qatnoviga oid vaqt va yo'lovchilar soni ma'lum bo'lsa, Chebishov interpolatsiyasi yordamida har qanday oraliq vaqtda yo'lovchilar sonini taxmin qilish mumkin. Bunda vaqtlar $[1, -1]$ oraliqqa moslab o'zgartiriladi va Chebishov polinamlari yordamida interpolatsion funktsiya tuziladi.

4. Chebishov metodining afzalliklari

Runge effektining kamayishi

Hisoblashda barqarorlik

Ekstremal qiymatlarning optimal taqsimoti

Yaxshi yaqinlashuv xossasi

Xulosa Chebishov metodlari sonli analizda samarali va barqaror yondashuvlardan biridir. Ayniqsa interpolatsiya va aproksimatsiya masalalarida uning afzalliklari sezilarli bo'ladi. Talabalar va mutaxassislar bu metodni o'rganish orqali matematik modellash va hisoblashda yuqori aniqlikni ta'minlay oladilar.

Masala:

Soat 7:00 dan 9:00 gacha har 30 daqiqada avtobus qatnaydi. Har bir vaqtda avtobusga chiqayotgan yo'lovchilar soni quyidagicha bo'ladi:



Vaqt(t)	Yo'lovchilar sonif(t)
7:00	5
7:30	10
8:00	15
8:30	10
9:00	5

Maqsad: Bu ma'lumotlarga asoslanib, Chebishov interpolatsion polinom yordamida istalgan vaqt oralig'ida yo'lovchilar sonini aniqlovchi formulani tuzish.

1-Qadam: Vaqtni oraliqqa normallashtirish:

Chebishov usuli uchun vaqtlarni oraliqqa moslab o'zgartirish kerak.

Formulasi:

Hisoblaymiz:

T(soat)	X(normallashtirilgan)
7:00	-1
7:30	-0,5
8:00	0,0
8:30	0.5
9:00	1

2-Qadam: Chebishov polinomlari formulasi

Chebishov ko'paytmalari (I turi):

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = x$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

3-Qadam: Har bir x nuqtada $T_0(x) \dots T_4(x)$ qiymatlarini hisoblaymiz



x	$T_0(x)$	$T_1(x)$	$T_2(x)$	$T_3(x)$	$T_4(x)$
-1	1	-1	1	-1	1
-0.5	1	-0.50	-0.5	1	-0.5
0	1	0	-1	0	1
0.5	1	0.5	-0.5	-1	-0.5
1	1	1	1	1	1

4-Qadam: Chebishov koeffitsiyentlarini hisoblash

Formulasi:

$$a_0 = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) T_k(x_0)$$

$$a_k = \frac{2}{5} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) T_k(x_i)$$

$$k=1, 2, 3, 4$$

Hisoblashlar:

$$a_0 = \frac{1}{5} (5 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 15 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 5 \cdot 1) = 9$$

$$a_1 = \frac{2}{5} (5 \cdot (-1) + 10 \cdot (-1) + 15 \cdot 0 + 10 \cdot 0.5 + 5 \cdot 1) = 0$$

$$a_2 = \frac{2}{5} (5 \cdot 1 + 10 \cdot (-0.5) + 15 \cdot (-1) + 10 \cdot (-0.5) + 5 \cdot 1) = -6$$

$$a_3 = \frac{2}{5} (5 \cdot (-1) + 10 \cdot 1 + 15 \cdot 0 + 10 \cdot (-1) + 5 \cdot 1) = 0$$

$$a_4 = \frac{2}{5} (5 \cdot 1 + 10 \cdot (-0.5) + 15 \cdot 1 + 10 \cdot (-1) + 5 \cdot 1) = 6$$

5-Qadam: Polinomni yig'ish

$$P_4(x) = a_0 T_0(x) + a_1 T_1(x) + a_2 T_2(x) + a_3 T_3(x) + a_4 T_4(x)$$

$$P_4(x) = 9 - 6(2x^2 - 1) + 6(8x^4 - 8x^2 + 1) = 48x^4 - 60x^2 + 21$$

Yakuniy javob: $48x^4 - 60x^2 + 21$

Yo'lovchilar sonini Chebishov polinomi bilan ifodalovchi formula: $P_4(x) = 48x^4 - 60x^2 + 21$

Bu yerda — normallashtirilgan vaqt. Agar siz real vaqt bilan ishlamoqchi bo'lsangiz, avval x ni quyidagicha topasiz:



$$x = \frac{2(t-7)}{2} - 1 = t - 8$$

Shunday qilib umumiy formulaning ko'rinishi

$$48(t-8)^4 - 60(t-8)^2 + 21$$

Pythondagi natija

Foydalanuvchidan soat t ni kiritishni so'raymiz

t = float(input("Iltimos, soatni kiriting (masalan, 7.5 yoki 8): "))

Hisoblash: x = t - 8

x = t - 8

P_4(t - 8) ni hisoblaymiz

P = 48 * (x ** 4) - 60 * (x ** 2) + 21

Natijani yaxlitlaymiz

P_rounded = round(P)

Natijani chiqaramiz

print(f"Soat {t} da taxminiy yo'lovchilar soni: {P_rounded} ta")

```
IDLE Shell 3.12.0
File Edit Shell Debug Options Window Help
Python 3.12.0 (tags/v3.12.0:0fbl8b0, Oct 2 2023, 13:03:39) [MSC v.1935
64 bit (AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information
>>>
=== RESTART: C:/Users/AT 17-2/AppData/Local/Programs/Python/Python312/f
db.py ===
Iltimos, soatni kiriting (masalan, 7.5 yoki 8): 7.1
Soat 7.1 da taxminiy yo'lovchilar soni: 4 ta
>>>
```

XULOSA

Ushbu maqolada sonli usullardan biri bo'lgan Chebishov interpolatsiyasi yordamida real hayotdagi transport masalalaridan biri — avtobus qatnovi vaqtida yo'lovchilar sonining o'zgarishini modellashtirish yoritildi. Vaqt bo'yicha o'zgaruvchi bo'lgan yo'lovchilar soni ma'lum oraliqda (7:00 dan 9:00 gacha) kuzatildi va ushbu oraliqda har 30 daqiqada olingan statistik ma'lumotlar asosida Chebishov interpolatsion polinomi tuzildi. Mazkur usul yordamida real vaqt qiymatlarini $[-1, 1]$



oralig'iga normallashtirish orqali Chebishov polinomlari ($T_0(x)$ dan $T_4(x)$ gacha) uchun qiymatlar va tegishli koeffitsiyentlar aniqlandi.

Natijada, $P_4(x) = 48x^4 - 60x^2 + 21$ ko'rinishidagi interpolatsion polinom hosil qilindi. Bu polinom vaqtga bog'liq yo'lovchilar sonini aniqroq ifodalashga xizmat qiladi. Bunday yondashuv, ayniqsa, transport sohasida oqimlarni oldindan baholash, rejalashtirish va optimal jadval tuzishda katta ahamiyatga ega.

Shuningdek, tuzilgan matematik model asosida Python dasturlash tilida dasturiy modul ishlab chiqildi. Ushbu modul foydalanuvchidan vaqt (soat) kiritilishini talab qiladi va berilgan formulaga asoslangan holda yo'lovchilar sonini taxminan, ammo yaxlit holda (butun son) hisoblab beradi. Bu esa Chebishov interpolatsiyasi nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy dasturlashda ham samarali qo'llanilishini isbotlaydi.

Xulosa qilib aytganda, Chebishov interpolatsiyasi yordamida real hayotdagi transport oqimlarini modellashtirish, talaba va mutaxassislar uchun nafaqat matematik bilimni chuqurlashtirishga, balki dasturiy model yaratish orqali texnologik yondashuvni shakllantirishga ham xizmat qiladi. Bunday yondashuv boshqa sohalarda, masalan, ekologiya, iqtisodiyot, energetika, tibbiyot va boshqa vaqtga bog'liq tizimlarda ham samarali tadbiq etilishi mumkin. Mazkur ish sonli usullar fanining amaliy ahamiyatini ochib beruvchi namuna bo'lib xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. B. S. Qayumov, T. I. Egamberdiyev. Amaliy matematika va sonli usullar. – Toshkent: Fan, 2008.
2. S. N. Eshmatov. Sonli usullar va ularni dasturlash asoslari. – Toshkent: O'zMU nashriyoti, 2020.
3. A. M. Abdukarimov, B. K. Toshtemirov. Kompyuter matematikasi va sonli metodlar. – Samarqand: SamDU nashriyoti, 2017.
4. Chapra S.C., Canale R.P. Numerical Methods for Engineers, 7th Edition. – McGraw-Hill Education, 2015.
5. Burden R.L., Faires J.D. Numerical Analysis, 9th Edition. – Brooks Cole, 2010.



6. Журавлев Ю.И., Суханов А.Л. Численные методы в примерах и задачах. – Москва: Наука, 1996.
7. Тимошенко Г.А. Численные методы и основы программирования. – Санкт-Петербург: Питер, 2004.
8. Python Software Foundation. <https://www.python.org>
9. NumPy Documentation. <https://numpy.org/doc/>
10. Kress R. Numerical Analysis. – Springer, 1998.
11. Hildebrand F.B. Introduction to Numerical Analysis. – Dover Publications, 1987.
12. Atkinson K.E. An Introduction to Numerical Analysis. – Wiley, 1989.