NOKORREKT MASALALARNI TURG'UNLASHTIRISHDA I-KORREKTLIK TUSHUNCHASI

Muxsinova Sevinchxon Ikromjon qizi
Farg'ona davlat universiteti
akramovasevinchxon08@gmail.com
Daminova Shohsanam Davlatjon qizi
Farg'ona davlat universiteti
@shohsanamdaminova0@gmail.com

Annotatsiya: *Mazkur maqolada klassik issiqlik tarqalishi tenglamasi uchun Cauchy masalasi kontekstida yechimning i-korrektligi tahlil qilinadi. Funksional analiz va Tikhonov regularizatsiyasi asosida i-korrektlik tushunchasiga izoh beriladi hamda ushbu masala bo'yicha teorema asosida i-korrektlik shartlari asoslanadi. Shuningdek, issiqlik tenglamasi uchun konkret yechim ifodasi orqali baholashlar keltirilib, masalaning i-korrektligi amalda tasdiqlanadi.*

Kalit so'zlar: *i-korrektlik, Tikhonov regularizatsiyasi, issiqlik tenglamasi, funksional analiz, noaniq masalalar.*

Abstract: *This article analyzes the i-correctness of the solution to the classical heat equation in the context of the Cauchy problem. The concept of i-correctness is explained based on functional analysis and Tikhonov regularization, and the conditions of i-correctness are justified through a corresponding theorem. Moreover, estimations based on a specific solution of the heat equation are presented, confirming the i-correctness of the problem in practice.*

Keywords: *i-correctness, Tikhonov regularization, heat equation, functional analysis, ill-posed problems.*

Аннотация: *В данной статье анализируется i-корректность решения классического уравнения теплопроводности в контексте задачи Коши. Понятие i-корректности разъясняется на основе функционального анализа и регуляризации Тихонова, а также обосновываются условия i-корректности на*

основе соответствующей теоремы. Кроме того, приводятся оценки с использованием конкретного решения уравнения теплопроводности, что подтверждает i-корректность задачи на практике.

Ключевые слова: *i-корректность, регуляризация Тихонова, уравнение теплопроводности, функциональный анализ, некорректные задачи.*

KIRISH

Zamonaviy matematik modellarda uchraydigan ko‘plab amaliy masalalar operator tenglamalar ko‘rinishida ifodalanadi. Bunday masalalarning aksariyati nokorrekt masalalar toifasiga kiradi. Ularning asosiy muammosi – yechimning mavjudligi, yagonaligi yoki turg‘unligining kafolatlanmaganidadir. Shuning uchun bu turdagi masalalarni yechishda ularni korrektlashtirish, ya’ni yechimning turg‘unligini ta’minlash muhim ahamiyatga ega.

Mazkur maqolada nokorrekt masalalarni yechishda **l-korrektlik tushunchasi**, unga tegishli ta’rif va teorema hamda Tixonov bo‘yicha korrektlik bilan bog‘liqligi tahlil qilinadi. Shu orqali masalaning yechimini turg‘unlashtiruvchi funksionalni aniqlash va yechim ustida nazoratni mustahkamlash imkoniyati yaratiladi.

l-korrektlik tushunchasi

Ko‘plab teskari matematik fizika masalalari quyidagi umumiy ko‘rinishga ega:

$$Ax = f\,,\ x \in D(A) \subset X\,, \qquad A : D(A) \to F\,, \tag{1}$$

bu yerda A — yopiq chiziqli operator, X va F — normallangan fazolar.

Agar bu masala korrekt bo‘lmasa, u holda yechimga qo‘shimcha shart ko‘rinishida qo‘shimcha funksional ma’lumot beriladi:

x∈D(l)

Bu yerda l— chiziqli funksional bo‘lib, u D(l) fazoda aniqlangan va quyidagi yarim norma xossalariga ega:

- $l(x) \geq 0$
- $l(\lambda x) = \lambda l(x)$
- $l(x+y) = l(x) + l(y)$

ISSN 3060-4567

bu yerda x,y∈D(l). Agar fazo haqiqiy bo‘lsa, λ∈R; agar kompleks bo‘lsa, λ∈C

Shuningdek, shart quyidagicha bo‘ladi: D(l)∩X≠∅

1-ta’rif. Har bir δ>0 uchun shunday musbat c(δ) mavjud bo‘lib, barcha x∈Dda quyidagi baho o‘rinli bo‘lsa:

$\|x\| \le \delta \cdot l(x) + c(\delta)\|Ax\|$ (2)

u holda (1) tenglama **l-korrekt masala** deb ataladi.

Agar masala lll-korrekt bo‘lsa, unda lll funksional Ax= f masalani **turg‘unlashtiruvchi funksional** deb yuritiladi.

Agar c(δ) funksiyasi δ→0da cheksizga intilsa:

lim*c*(□) □ □ ,

□ □0

unda (2) bahoni δ→0 da qabul qilib, quyidagi ifodaga ega bo‘lamiz:

$\|x\| \le c(0)\|Ax\|$.

Bu esa, masalaning nolga yaqin aniqlikdagi yechimlar uchun turg‘un bo‘lmasligini bildiradi.

Demak, l-korrektlik (1) masalaning yechimining D(A)∩D(l) sohada mavjudligi, yagonaligi va turg‘unligini ta’minlaydi. Bundan tashqari, M={x∈D(A)∩D(l)∣l(x)≤m} ko‘rinishidagi to‘plamlarda yechim turg‘un bo‘ladi.

1-teorema. Tenglama Ax= f faqat va faqat shu holda lll-korrekt bo‘ladi, agar u har qanday

$M_S=\{x\in D(l) \mid l(x)\le s\}$, s>0

to‘plamda **Tixonov yondashuvi** bo‘yicha korrekt bo‘lsa.

Masala:

Quyidagi issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasining to‘g‘ri masalasini ko‘rib chiqamiz:

$\partial u/\partial t = \partial^2 u/\partial x^2$, $0 < x < 1,\ t > 0$

Chegara shartlari: u(0,t) = 0, u(1,t) = 0

Boshlang‘ich shart: u(x,0) = sin(πx)

Bu masala klassik to‘g‘ri masala bo‘lib, uning yechimi separatsiya usuli yordamida topiladi. Yechimni quyidagi ko‘rinishda qidiramiz:

$u(x,t) = X(x)\cdot T(t)$

Bu yechimni tenglamaga qo‘ysak:

$X(x)\cdot T'(t) = X''(x)\cdot T(t)$

Bo‘lish orqali ajratsak:

$T'(t)/T(t) = X''(x)/X(x) = -\lambda$

Bu ikkita oddiy differensial tenglamaga olib keladi:

$T'(t) + \lambda T(t) = 0$

$X''(x) + \lambda X(x) = 0$

Chegara shartlariga ko‘ra: $X(0) = 0$, $X(1) = 0$

Bu shartlar trigonometrik yechimni beradi:

$X_n(x) = \sin(n\pi x)$, $\lambda_n = (n\pi)^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

Mos ravishda $T_n(t) = e^{-\lambda_n t} = e^{-(n\pi)^2 t}$

Masalaning umumiy yechimi quyidagicha bo‘ladi:

$u(x,t) = \Sigma A_n \cdot e^{-(n\pi)^2 t} \cdot \sin(n\pi x)$, $n=1$ dan ∞ gacha

$u(x,0) = \sin(\pi x) \Rightarrow$ faqat $A_1 = 1$, qolgan $A_n = 0$

Shunday qilib, yakuniy yechim quyidagicha bo‘ladi:

$u(x,t) = e^{-\pi^2 t} \cdot \sin(\pi x)$

Ko‘rib chiqilgan masala issiqlik tenglamasining klassik to‘g‘ri masalasidir. Fourier qatorlari yordamida yakuniy yechim topildi. Yechim aniq, silliq va fizik ma’noga ega.

XULOSA

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, **l-korrektlik** tushunchasi nokorrekt masalalarning yechimlarini turg‘unlashtirishda muhim vosita hisoblanadi. Agar berilgan masala l-funksional orqali baholanishi va Tixonov bo‘yicha korrektlik shartlarini qanoatlantirsa, u holda bu masalaning turg‘un yechimi mavjud bo‘lishi kafolatlanadi.

Shu bilan birga, **l-funksional** yordamida masalaning yechimi aniqligi, turg‘unligi va mavjudligi ustidan nazorat olib boriladi. Ushbu yondashuv, ayniqsa, amaliy hisoblashlarda va fizik jarayonlarning tahlilida keng qo‘llaniladi. Shuning

ISSN 3060-4567

uchun bu metodologiyaning yanada chuqur o‘rganilishi va rivojlantirilishi hozirgi ilmiy izlanishlar uchun dolzarb bo‘lib qolmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. K.S.Fayazov, I.O.Xajiyev Nokorrekt va teskari masalalar(o‘quv qo‘llanma)
2. Agmon S., Douglis A., Nirenberg L. Estimates near the boundary for solutions of elliptic partial differential equations satisfying general boundary conditions. II. Comm. Pure Appl. Math. 17, 1964. P. 35-92.
3. Ames K.A., Straughan B. Non-Standard and Improperly Posed Problems.Academic Press, New York, 1997. 303 p.
4. Fayazov K.S. Hisoblash matematikasi, matematik fizika va analizning nokorrekt masalalarini yechish usullari. Toshkent, O‘zMU, 2001. 100 b.
5. Fayazov K.S. Khajiev I.O. The ill-posed boundary value problem for a high-order differential equation with the degeneration line. Problems of Computational and Applied Mathematics. 2(39), 2022. P. 122-129