# YAQINLASHUVCHI QATORLARNING XOSSALARI

***Xasanova Mohichexra Farxod qizi***

*Chirchiq davlat pedagogika universiteti 3-bosqich talabasi*

*xasanovamohichehra8@gmail.com*

***Annotatsiya:*** *Ushbu maqolada matematik analizning muhim bo'limlaridan biri bo'lgan yaqinlashuvchi qatorlar va ularning asosiy xossalari yoritib berilgan. Qatorlarning konvergentlik sharti, ularning turlari hamda bu xossalarning qo'llanishi nazariy va amaliy misollar yordamida yoritilgan. Tadqiqot natijalari yaqinlashuvchi qatorlar bilan ishlashda zarur bo'lgan asosiy bilim va ko'nikmalarni shakllantirishga xizmat qiladi.*

***Kalit so'zlar:*** *qator, absolyut yaqinlashuv, guruhlash, o'rin almashtirish, matematik analiz, yig'indi, limit.*

***Аннотация:*** *В данной статье раскрываются сходящиеся ряды — одно из важных направлений математического анализа, а также их основные свойства. Рассматриваются условия сходимости рядов, их виды и применение этих свойств на теоретических и практических примерах. Результаты исследования способствуют формированию основных знаний и навыков, необходимых для работы со сходящимися рядами.*

***Ключевые слова:*** *ряд, абсолютная сходимость, группировка, перестановка членов, математический анализ, сумма, предел.*

## KIRISH

Matematik analiz fanining muhim bo'limlaridan biri bu – qatorlar nazariyasidir. Qatorlar sonli ketma-ketliklar yig'indisi sifatida qaralib, turli matematik, fizika va texnika masalalarini tahlil qilishda keng qo'llaniladi.

Biz ushbu maqolada yaqinlashuvchi qatorlarda hadlarni guruhlash, absolyut yaqinlashuvchi qatorlarda esa hadlarning o'rnini almashtirish kabi xossalarga to'xtalamiz.

***Guruhlash xossasi:*** Biror $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator berilgan bo'lsin. Bu qator hadlarini guruhlab quyidagi qatorni tuzamiz:

$$\left(a_1 + a_2 + \ldots + a_{n_1}\right) + \left(a_{n_1+1} + a_{n_1+2} + \ldots + a_{n_2}\right) + \ldots \qquad \textbf{(1)}$$

bunda $n_1, n_2 \ldots (n_1 < n_2 \ldots)$ lar natural sonlar ketma-ketligining biror $\{n_k\}$ qismiy ketma-ketligi bo'lib, $k \to \infty$ da $n_k \to \infty$. Agar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator yaqinlashuvchi bo'lib, uning yig'indisi $A$ songa teng bo'lsa, u holda bu qatorning hadlarini guruhlashdan hosil bo'lgan **(1)** qator ham yaqinlashuvchi va uning yig'indisi ham $A$ songa teng bo'ladi[1].

***O'rin almashtirish xossasi.*** Agar $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator **absolyut yaqinlashuvchi** bo'lsa, ya'ni $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$ bo'lsa, u holda ushbu qatorning hadlarini ixtiyoriy tartibda o'zgartirish mumkin, ya'ni ularning o'rnini almashtirish orqali tuzilgan har qanday yangi qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi va yig'indisi o'zgarmaydi. Ya'ni, agar $\pi : \Gamma \to \Gamma$ — natural sonlar ustida biror permutatsiya (o'zaro bir qiymatli, to'liq tartib almashtirish) bo'lsa, u holda [2]

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{\pi(n)}$$

qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi va uning yig'indisi asl qatorning yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{\pi(n)} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

***1-misol.*** Ushbu

$$\frac{4}{1\cdot 3} + \frac{4}{3\cdot 5} + \frac{4}{5\cdot 7} + \ldots + \frac{4}{(2n-1)(2n+)} + \ldots$$

qatorning yaqinlashuvchanligi aniqlansin va yig'indisi topilsin.

***Yechilishi:*** Bu qatorning umumiy hadini quyidagicha

$$\frac{4}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{2}{2n-1}-\frac{2}{2n+1}$$

yozib, uning qismiy yig'indisini topamiz:

$$S_n=\frac{4}{1\cdot3}+\frac{4}{3\cdot5}+\frac{4}{5\cdot7}+\ldots+\frac{4}{(2n-1)(2n+)}=2-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{2}{5}+\frac{2}{5}-\ldots-\frac{2}{2n-1}+\frac{2}{2n+1}=$$

$$=2-\frac{2}{2n+1}$$

Ravshanki,

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty} 2-\frac{2}{2n+1}=2$$

**Yaqinlashuv turlari**

Qatorlarning yaqinlashuvini ikki asosiy turga ajratish mumkin:

1. **Absolyut yaqinlashuv.**

Qatorning barcha hadlari musbat bo'lib, ularning moduldan olingan qatori ham yaqinlashsa, u absolyut yaqinlashuvchi deyiladi[3]. Ya'ni,

$$\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|<\infty\Rightarrow\sum_{n=1}^{\infty}a_n$$

2. **Shartli yaqinlashuv.**

Agar qator o'zi yaqinlashuvchi bo'lsa, lekin moduldan olingan qatori yaqinlashmasa, u holda bu qator shartli yaqinlashuvchi deyiladi. Masalan, garmonik qator:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

shartli yaqinlashuvga misol bo'la oladi.

***2-misol.*** Quyidagi qatorning yaqinlashuvini tekshiring:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{n}$$

***Yechilishi*:** Bu yerda:

- $a_n = \frac{1}{n}$
- $\frac{1}{n} > 0 -$ kamayuvchi ketma-ketlik, chunki $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{n}$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$ barcha shartlar bajarilgan

Bu muqobil ishorali garmonik qator boʻlib, uning hadlari ketma-ket kamayadi va noldan kichiklashib boradi[4]. Shuning uchun Leibniz mezoniga koʻra, qator shartli yaqinlashuvchi hisoblanadi.

**XULOSA**. Yuqoridagi tahlillardan koʻrinib turibdiki, matematik analizda qatorlar nazariyasi muhim oʻrin tutadi. Ayniqsa, yaqinlashuvchi qatorlar va ularning guruhlash hamda oʻrin almashtirish xossalari amaliy va nazariy masalalarda muhim ahamiyatga ega. Guruhlash xossasi orqali qatorlar ustida turli transformatsiyalar bajarish mumkin boʻlsa, oʻrin almashtirish xossasi faqat absolyut yaqinlashuvchi qatorlar uchun amal qiladi. Bundan tashqari, yaqinlashuvning turlari — absolyut va shartli yaqinlashuv oʻrtasidagi farqlar aniq misollar orqali yoritildi. Ayniqsa, Leibniz mezoni yordamida shartli yaqinlashuvga ega qatorlarni tahlil qilishning qulay usullari koʻrsatildi. Mazkur maqolada keltirilgan nazariy bilimlar va misollar, talabalar va tadqiqotchilar uchun qatorlar bilan ishlashda muhim nazariy asos boʻlib xizmat qiladi hamda matematik tahlilni chuqurroq tushunishga yordam beradi.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR


1. Романовский В. И. Избранные труды, т., I (Введение в анализ). Изд. АН УзССР, Ташкент, 1959.
2. Yo.U. Soatov. Oliy matematika. II tom. - T., «O’qituvchi», 1992
3. A.Sa’dullayev, G.Xudoyberganov, X. Mansurov, A.Vorisov, R Gʻulomov. Matematik analizdan misol va masalalar toʻplami. -T., «Oʻzbekiston», 1992.
4. B.A.Shoimqulov, T.T.Toʻychiyev, D.H.Djumabayev. Matematik analizdan mustaqil ishlar. T., 2008.
5. П.С. Данко, А.Г. Попов, Т.Я.Кожевникова. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.1. -М.: 2003.
6. https://tutorial.math.lamar.edu/classes/calcii/EstimatingSeries.aspx