

KVADRATIK FORMALARINI KANONIK KO'RINISHGA KELTIRISH VA
ULARNING TA'LIMDAGI O'RNI

Qurbanqulova Saodat Burxon qizi
saodatqurbanqulova691@gmail.com

Chirchiq davlat pedagogika universiteti 3-bosqich talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada kvadratik formalarni kanonik ko'rinishga keltirishning matematik usullari, xususan, to'la kvadratga ajratish va xos son-xos vektorlar usullari tahlil qilinadi. Kvadratik formalarning ta'lim jarayonidagi ahamiyati, ularni vizualizatsiya qilishda GeoGebra kabi dasturlardan foydalanish imkoniyatlari muhokama qilinadi. Maqola yangi misollar va matematik formulalar asosida kvadratik formalarni o'rganishning amaliy va nazariy jihatlarini yoritadi. Shuningdek, kvadratik formalarni iqtisodiyot va muhandislikda qo'llanilishi haqida qisqacha ma'lumot beriladi.

Kalit so'zlar: kvadratik formalar, kanonik ko'rinish, chiziqli almashtirish, xos sonlar, xos vektorlar, to'la kvadratga ajratish, ortogonal almashtirish, GeoGebra, matematik ta'lim.

Kirish. Kvadratik formalarni o'rganish chiziqli algebra va matematik analizning muhim bo'limlaridan biridir. Ular iqtisodiyotda optimallashtirish, fizikada energiya funksiyalarini modellashtirish va muhandislikda tizimlar barqarorligini tahlil qilishda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada kvadratik formalarni kanonik ko'rinishga keltirishning ikki asosiy usuli — to'la kvadratga ajratish va xos son-xos vektorlar usuli — yangi misollar orqali tahlil qilinadi. Shuningdek, GeoGebra dasturidan foydalanish orqali ushbu jarayonlarni talabalarga tushunarli qilish imkoniyatlari ko'rib chiqiladi.

Kvadratik forma deb, n ta o'zgaruvchining kvadratlari va ularning ko'paytmalaridan tashkil topgan funksiyaga aytildi:



$$f(X) = X^T AX, \quad f(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$$

bu yerda $A = (a_{ij})$ -simmetrik matritsa, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - o‘zgaruvchilar vektori. Kanonik ko‘rinishda kvadratik forma faqat kvadrat hadlardan iborat bo‘ladi.

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) = b_1 y_1^2 + b_2 y_2^2 + \dots + b_n y_n^2$$

Endilikda yangi misollar asosida kvadratik formalarni kanonik ko‘rinishga keltirishning to‘la kvadratga ajratish va xos xon-xos vektor usullarini va ularning ta’limdagi o‘rnini muhokama qilinadi.

1. To‘la kvadratga ajratish usuli

To‘la kvadratga ajratish usuli kvadratik formalarni kanonik ko‘rinishga keltirishning sodda usullaridan biridir. Bu usulda kvadratik forma kvadrat hadlar shaklida qayta yoziladi va yangi o‘zgaruvchilar kiritiladi. Buning uchun avvalo kvadratik formani o‘zgaruvchilarga qarab guruhlanadi va har bir o‘zgaruvchiga bog‘liq hadlarni to‘la kvadrat shaklida yoziladi. Yangi o‘zgaruvchilarni kiritish orqali aralash hadlarni yo‘qotiladi va kanonik ko‘rinishni aniqlanadi.

Misol. Quyidagi kvadratik formani kanonik shaklga keltiring.

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2$$

Buning uchun avvalo x_1 ga bog‘liq hadlarni guruhlaymiz.

$$f(x_1, x_2) = 4(x_1^2 + x_1x_2) + 2x_2^2 = 4(x_1 + \frac{1}{2}x_2)^2 + x_2^2$$

$$y_1 = x_1 + \frac{1}{2}x_2, \quad y_2 = x_2 \Rightarrow f(y_1, y_2) = 4y_1^2 + y_2^2$$

Ushbu usul 2 yoki 3 o‘zgaruvchili kvadratik formalarni kanonik shaklga keltirishda hisoblash uchun maxsus bilim talab qilmasligi va kichik masalalarda tez yechim berishiga qaramasdan bir qator kamchiliklarga ham ega. Bu usul 4 toki undan ortiq ko‘p o‘zgaruvchili formalarda murakkablashadi va almashtirishlar doim ham ortogonal bo‘lmaydi.

Kvadratik formalarning ta’limdagi o‘rni. Kvadratik formalarni o‘rganish nafaqat nazariy matematikada, balki amaliy sohalarda ham muhim ahamiyatga ega.



Masalan, talabalar kvadratik formalar orqali ellips, giperbola kabi egri chiziqlarning shakllarini tahlil qiladilar. Bu geometrik tushunchalar GeoGebra kabi dasturlar orqali interaktiv vizual tarzda ko‘rsatilganda o‘quvchilarda mavzuga bo‘lgan qiziqish oshadi.

GeoGebra dasturidan foydalangan holda kvadratik forma grafigi quyidagicha qurilishi mumkin:

- Matritsa va uning xos sonlari orqali asosiy yo‘nalishlar aniqlanadi;
- Ularning asosida ellips yoki paraboloidning orientatsiyasi belgilanadi;
- O‘zgaruvchi almashtirishlar orqali talaba kvadratik formaning shakllanishini dinamik kuzatadi.

Bu yondashuv kvadratik formalarni nafaqat algebraik, balki vizual jihatdan ham chuqur tushunishga yordam beradi.

Xulosa. Kvadratik formalarni kanonik ko‘rinishga keltirish matematikada muhim o‘rin tutadi. To‘la kvadratga ajratish usuli oddiy masalalarda tezkor va qulay bo‘lsa, xos son-xos vektorlar usuli murakkab va umumiyligi holatlar uchun qo‘llaniladi. Ta’limdabu mavzuni tushuntirishda grafik dasturlardan foydalanish samaradorlikni oshiradi. Natijada, talabalar nafaqat nazariy bilimlarni egallaydi, balki amaliy yechim topish malakasini ham rivojlantiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Shoimqulov B.A., Tuychiyev T.T., Djumaboyev D.H. Matematik analiz. I qism. – Toshkent: “O‘zbekiston”, 2018.
2. Abdullayev A.A., G‘ulomov A.G. Chiziqli algebra va analitik geometriya. – Toshkent: “O‘qituvchi”, 2021.
3. Karimov I.I. Yuqori matematika. I qism. – Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2017.
4. Golub G., Van Loan C. Matrix Computations. – Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2013.
5. Axmedov A.A. Chiziqli algebra asoslari. – Samarqand: Samarqand davlat universiteti nashriyoti, 2019.
6. Tursunov I.A. Matematikadan masalalar to‘plami. – Toshkent: “Sharq”, 2020.



7. Anton H., Rorres C. Elementary Linear Algebra with Applications. – Wiley, 2010.
8. GeoGebra – Dynamic Mathematics for Everyone. <https://www.geogebra.org>
9. Qodirov O. Chiziqli algebra va uning amaliy qo'llanilishi. – Toshkent: “Iqtisod-moliya”, 2016.
10. Strang G. Introduction to Linear Algebra. – Wellesley-Cambridge Press, 2016.