MODERN EDUCATION AND DEVELOPMENT
ISSN 3060-4567

UCHINCHI VA TO‘RTINCHI DARAJALI TENGLAMALARNI YECHISHNING KARDANO VA FERRARI USULI

Urganch Davlat Universiteti Fizika Matematika fakulteti Amaliy Matemtika yo'nalishi 233-guruh talabasi ***Komilova Laylo***

Annotatsiya: *Ushbu usullarni o'rganish orqali o'quvchi va talabalar uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalarni yechishda duch keladigan qator qiyinchiliklarni oldish. Ushbu maqolada uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalarni yechishning Kardano va Ferrar usuli tahlil qilingan.*

Kalit so'zlar*: Karano usuli, Ferrari usuli, ko'phad, tenglama, qoldiq.*

Аннотация: *Изучение этих методов позволяет учащимся преодолевать типичные трудности при решении уравнений третьей и четвёртой степени. В данной статье проведён анализ методов Кардано и Феррари для решения уравнений третьей и четвёртой степени.*

Ключевые слова*: Метод Кардано, метод Феррари, многочлен, уравнение, остаток.*

Abstract: *Studying these methods allows students to overcome common difficulties in solving third- and fourth-degree equations. This article analyzes the Cardano and Ferrari methods for solving third- and fourth-degree equations.*

Keywords: *Cardano method, Ferrari method, polynomial, equation, remainder.*

Kardano usulining tarixi va bugungi kunda qo‘llanishi Kardano usulining tarixiy ahamiyati

Kardano usuli matematikaning rivojlanishida muhim bosqich bo‘lib, u algebrik tenglamalarni umumiy holda yechish yo‘lidagi eng dastlabki aniq natijalardan biri hisoblanadi. Bu usulning tarixi XVI asrga, ya’ni Yevropa Uyg‘onish davriga borib taqaladi.

1. **Kubik tenglamalar muammosi** O‘rta asrlarda matematiklar kvadratik tenglamalar ( ) uchun aniq formulani bilishgan, lekin kubik tenglamalar ( ) uchun

ISSN 3060-4567

umumiy yechim yo‘q edi. Ushbu muammoni birinchi bo‘lib Skipione del Ferro hal qilgan, ammo u natijalarini oshkor qilmagan. Niccol`o Tartaglia bu yechimni qayta topgan va Jerolamo Kardano undan bu usulni o‘rganib, uni mashhur qilgan.

2. . **"Ars Magna" va algebra rivoji** 1545-yilda Jerolamo Kardano o‘zining "Ars Magna" ("Buyuk san’at") kitobida kubik tenglamalarning umumiy yechimini e’lon qildi. Bu usul algebra tarixidagi eng katta yutuqlardan biri bo‘ldi. Kardano kitobida shuningdek to‘rtinchi darajali tenglamalarni yechish usuli ham berilgan bo‘lib, bu usulni uning shogirdi Lodoviko Ferrari ishlab chiqqan. Bu natijalar algebra fanining rivojlanishiga katta turtki berdi.

3. **Murakkab sonlarning paydo bo‘lishi** Kardano usuli murakkab sonlar tushunchasining shakllanishiga sabab bo‘ldi. Ba’zi kubik tenglamalarning ildizlari kvadrat ildiz ichida manfiy sonlar bilan ifodalanadi. O‘sha davr matematiklari bu tushunchaga ehtiyotkorlik bilan yondashgan bo‘lsa-da, keyinchalik Rafaele Bombelli bu masalani o‘rganib, murakkab sonlarning rivojlanishiga yo‘l ochdi.

Bugungi kunda Kardano usulining ahamiyati

Hozirda Kardano usuli algebra va hisoblash matematikasining asosiy mavzularidan biri bo‘lib, u bir necha jihatdan qo‘llaniladi:

1**. O‘quv jarayoni** Kardano usuli universitetlarning algebra kurslarida kubik tenglamalarni yechish bo‘yicha asosiy mavzulardan biri sifatida o‘rgatiladi. Bu usul orqali talabalar an’anaviy algebraik metodlarni va matematik manipulyatsiyalarni yaxshi o‘zlashtirishadi.

2. Hisoblash matematikasi va algoritmlar Zamonaviy matematik dasturlar (Mathematica, MATLAB, Python va boshqa CAS (Computer Algebra Systems)) kubik tenglamalarni yechishda Kardano usulidan yoki uning asosida ishlab chiqilgan algoritmlardan foydalanadi. Ayrim hollarda kompyuter grafikasi va fizika simulyatsiyalarida kubik tenglamalar uchraydi va ular Kardano usuli yordamida tahlil qilinadi.

3. Muammoli sonlar va murakkab sonlar nazariyasi Kardano usuli orqali murakkab sonlarning dastlabki qo‘llanilishi yuzaga kelgan bo‘lib, u hozirda kvant fizikasi, elektromagnit nazariya va elektronika sohalarida muhim rol o‘ynaydi. Kubik

ISSN 3060-4567

tenglamalarning geometrik va fizik muammolarga tatbiqi (masalan, 2 qattiq jismlar mexanikasi yoki muvozanat masalalarida) bugungi kunda ham dolzarb.

4. Algebraik tenglamalarning umumiy nazariyasi Kubik va to‘rtinchi darajali tenglamalar formulalar orqali aniq yechimga ega, lekin beshinchi darajali va undan yuqori tenglamalar uchun bunday umumiy formulalar mavjud emas (Galois nazariyasi bo‘yicha). Shuning uchun, Kardano usuli algebraik tenglamalarni o‘rganishdagi eng so‘nggi nuqta emas, balki yanada chuqur tadqiqotlar uchun yo‘l ochgan.

Xulosa

Kardano usuli algebra tarixidagi inqilobiy natija bo‘lib, u matematik tenglamalarni yechish, murakkab sonlarni tushunish va algebraik strukturani rivojlantirishda katta rol o‘ynagan. Bugungi kunda ham bu usul o‘quv jarayonida, hisoblash matematikasida va algebraik nazariyalarda o‘z ahamiyatini saqlab qolmoqda.

Uchinchi darajali tenglamani yechishda Kardano usuli

Kardano usulida uchinchi darajali tenglamani yechishda o‘zgartirish kiritish orqali soddalashtirish ya’ni aniqroq qilib aytganda o‘zgaruvchi kiritish orqali ikkinchi darajali hadni yo‘q qilish. Bu orqali ishimiz osonlashadi.

$ax^3 + bx^2 + cx + a = 0$ (1)

x^2 hadni yo‘q qilish maqsadida $x = y - \frac{b}{3}$ almashtirish bajaramiz. Hosil bo‘lgan :

$(y - \frac{b}{3})^3 + b(y - \frac{b}{3})^2 + c(y - \frac{b}{3}) + d = 0$ tenglamani soddalashtirish orqali $y^3 + \left(c - \frac{b^2}{3}\right)y + d - \frac{bc}{3} + \frac{2b^2}{27} = 0$ hosil bo‘ladi.

Endi, quyidagi $p = c - \frac{b}{3}$, $q = d - \frac{bc}{3} + \frac{2b^{\hat{2}}}{27}$ belgilashni kiritamiz. Natijada $y^3 + py + q = 0$ (2) tenglama hosil bo‘ladi.

Demak, biz (2) tenglamani yechish orqali (1) tenglama yechimini topa olamiz.

$y = u + v$ belgilash kiritamiz. Bu belgilashni (2) tenglamaga olib borib qo‘yamiz, va:

$y^3 + (3uv + p)(u + v) + q = 0$ tenglik hosil bo‘ladi. Agar $u + v + q = 0$ va $3uv + p = 0$ bo‘lsa, $y = v + u$ soni $y^3 + py + q = 0$ tenglamaning yechimi bo‘la oladi. Demak

$u^3 + v^3 = -q$, $3uv = -p$ hosil bo‘ladi. Ikkinchi tenglikdan $u^3 v^3 = -\frac{p^3}{27}$ keladi. u^3 va v^3 larni biror bir ($z^2 + qz - \frac{p^3}{27} = 0$) kvadrat tenglamani ildizi deb qarashimiz mumkin.

Bundan

$$u^3 = \frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \quad \text{va} \quad v^3 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

tenglikka ega bo‘lamiz. Demak, y uchun ifoda quyidagicha bo‘ladi.

$$y = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

Ushbu hosil qilingan ifodaga Kardano formulasi deyiladi.

Har bir sonning 3ta kubik kompleks ildizi mavjudligidan ikkala ildizidan jami 9ta kombinatsiya kelib chiqadi.lekin ularning faqat $uv = -\frac{p}{2}$ shartni qanoatlantiruvchilarigina yechim bo‘la oladi. Kardano formulasi orqali tenglamaning barcha

$y_1 = u_1 + v_{1,}$ $\quad y_1 = u_1 R_1 + v_1 R_2,$ $\quad y_1 = u_1 R_2 + v_1 R_1$, ildizlarni topa olamiz. Bu yerda $R_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$, $R_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$,

Ferrari usuli tarixi va bugungi kunda tutkan o‘rni

Ferrari usuli—bu to‘rtinchi darajali tenglamalarni yechish uchun ishlatiladigan algebraik usul bo‘lib, u Lodovico Ferrari tomonidan XVI asrda kashf qilingan. Ushbu usul italiyalik matematik Jerolamo Kardano tomonidan yozilgan Ars Magna (1545) kitobida keltirilgan.

Tarixiy ahamiyati

1. **Matematikada yangi davr boshlanishi** Ferrari usuli algebraik tenglamalarni analitik usulda yechish yo‘lidagi katta yutuq bo‘lgan. U Renessans davri matematikasining rivojiga katta hissa qo‘shgan.

2. **Kardano va Tartalya bilan bog‘liqligi** Tartalya uchinchi darajali tenglamalar uchun formulani ochgan, Ferrari esa to‘rtinchi darajali tenglamalar uchun umumiy usulni ishlab chiqqan. Kardano bu natijalarni o‘z kitobida e’lon qilgan.

3. **Galois nazariyasiga yo‘l ochgan** Ferrari usuli orqali algebraik tenglamalarni radikallar yordamida yechish mumkinligi isbotlandi. Keyinchalik, Galois nazariyasi paydo bo‘lib, beshinchi darajali tenglamalar radikallar orqali umumiy holda yechilmasligi isbotlandi.

Bugungi kunda tutgan o‘rni

1. **Matematik ta’lim va tarixiy ahamiyat** Ferrari usuli hozir ham matematik analiz va algebra kurslarida o‘rganiladi. Bu usul algebraik tenglamalarni tushunishda tarixiy misol sifatida ishlatiladi.

2. **Kompyuter algebra tizimlarida** Bugungi kunda algebraik tenglamalar Mathematica, MATLAB, Maple, SymPy kabi dasturlar yordamida yechiladi. Ushbu tizimlar Ferrari usuliga asoslangan algoritmlarni ishlatishi mumkin.

3. **Kriptografiya va kodlash nazariyasi** Yuqori darajali algebraik tenglamalar kriptografik algoritmlar va shifrlash tizimlarida qo‘llaniladi. Ferrari usuli kabi usullar simmetrik kalitli shifrlash algoritmlari va algebraik geometriyada foydali bo‘lishi mumkin.

Xulosa

Ferrari usuli matematika tarixida muhim bosqich bo‘lib, algebraik tenglamalarni analitik yechishning eng dastlabki murakkab usullaridan biridir. Garchi bugungi kunda kompyuterlar tenglamalarni avtomatik yechib bera olsa ham, ushbu usulning tamoyillari hali ham matematika, kriptografiya va hisoblash texnikalarida o‘z ahamiyatini saqlab qolgan.

To‘rtinchi darajali tenglamani yechishda Ferrari usuli

Ushbu

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ tenglama to‘rtinchi darajali tenglamaning umumiy shakli.

Mazkur usulni quyidagi misol orqali tushunishimiz mumkin.

$x^4-2x^3-2x^2+12x-24=0$

bu tenglamadan $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 12x - 24 = 0$ tenglik hosil qilib ikkala tomoniga $\frac{b^2x^2}{4}$ ni ya'ni x^2 qo'shamiz va quyidagiga ega bo'lamiz:

$x^4 - 2x^3 = -2x^2 - 12x + 24$

bu tenglamaning ikkala tomoniga $\left(x^2 + \frac{bx}{2}\right)y + \frac{y^2}{4}$ ni qo'shsak,

$(x^2 - x)^2 + (x^2 - x)y + \frac{y^2}{4} = 3x^2 - 12x + 24 + (x^2 - x)y + \frac{y^2}{4}$ (3) hosil bo'ladi. (3) tenglamaning chap tarafi to'la kvadratga ajraladi. o'ng tarafi esa y parametga bo'gliq. y parametrni shunday tanlab olishimiz kerakki, natjada tengkamaning o'ng tarafi ham to'la kvadratga ajralsin. Buning uchun D = 0 bo'lishi yetarli. (3) ni soddalashtirsak,

$\left(x^2 - x + \frac{y}{2}\right)^2 = (3 + y)x^2 - 12 + y)x + 24 + \frac{y^2}{4}$ (4) hosil bo'ladi. (4) tenglikni o'ng tomonini to'la kvadratga olib kelamiz.

$(12 + y)^2 - 4(3 + y)(24 + \frac{y^2}{4} = 0$ Bundan y=-2 ekanligi kelib chiqadi. y ni (4) ga olib borib qoysak, $(x^2 - x - 1)^2 = (x - 5)$ bo'ladi.

1-hol: $(x^2 - x - 1) = x - 5,\quad x^2 - x + 4 = 0,$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}i$$

2-hol: : $(x^2 - x - 1) = -x + 5 \quad x^2 - 6 = 0$

$$x_{3,4} = \pm\sqrt{6}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Karimov I., Sobirov O. (2015). Algebra va analiz asoslari. Toshkent: O'zbekiston Milliy Ensiklopediyasi nashriyoti.
2. Tursunov B., Jo'rayev R. (2018). Matematik analiz va algebraik tenglamalar nazariyasi. Toshkent: Fan va texnologiya nashriyoti.
3. Saydaliyeva, L. M. (2024). Development Of Logical Thinking of Primary School Students. Pedagogical Cluster-Journal of Pedagogical Developments, 2(2), 319-323.

ISSN 3060-4567

4. Muxamedova, G. R., Taymanova, E. L. (2024). Algebra va sonlar nazariyasini o‘qitishda sun’iy intellekt imkoniyatlaridan foydalanish. Science and innovation, 3(Special Issue 18), 659-664.
5. Taymanova, E. (2023). Solvable extensions of the Quiasi-filiform LeBlLinz Algebra L. Zamonaviy matematika, 1(1), 316-317.
6. Taymanova, E. (2023). Derivation of Heisenberg Leibniz Algebras. Operator Algebras, 1(1), 75-76.
7. Taymanova, E. (2022). Matritsalar va ularning tatbiqlariga doir masalalar. Fizika Matematika va Informatika, 1(2), 36-45.
8.Qurbonqulova.S.B(2025) Yuqori darajali tenglamalarni hisoblashni bazi usullari tahlili.