TOPOLOGIK FAZO VA UNI KIRITISHGA DOIR MISOLLAR.OCHIQ VA YOPIQ TO'PLAMLAR

Zahiriddinova Shahlo Zahiriddin qizi

Matematika va ta'limda axborot texnologiyasi kafedra o'qituvchisi

Ro'zmurotova Gulsanam Sherzot qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti pedagogika fakulteti matematika va informatika yo'nalishi 2-bosqich talabasi

***Annotatsiya**: Ushbu maqolada topologik fazo tushunchasi va uning. kiritilishi bo'yicha misollar keltirilgan. Shuningdek, topologiyaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan ochiq va yopiq to'plamlar haqida ma'lumotlar berilgan. Turli xil topologik fazolar misolida ochiq va yopiq to'plamlarning xossalari ko'rib chiqiladi. Maqola matematikaning topologiya bo'limi bilan tanishayotgan talabalar va tadqiqotchilar uchun foydalidir.*

***Аннотация**: В данной статье рассматривается понятие топологического пространства и примеры его введения. Также представлены основные сведения об открытых и замкнутых множествах, которые являются важными понятиями в топологии. Свойства открытых и замкнутых множеств исследуются на примерах различных топологических пространств. Статья будет полезна студентам и исследователям, изучающим раздел математики — топологию.*

***Annotation** :This article discusses the concept of a topological space and examples of its introduction. It also provides information on open and closed sets, which are fundamental concepts in topology. The properties of open and closed sets are examined through various examples of topological spaces. The article is useful for students and researchers studying the field of topology in mathematics.*

***Kalit so'zlar:**Topologik fazo, topologiya, ochiq to'plam, yopiq to'plam, baza, subbaza, uzluksiz funksiya, homeomorfizm, metrik fazo, chekli to'plam,* *chegaraviy nuqta, ichki nuqta, yopilish, hosil qilingan topologiya, diskret topologiya, nozik topologiya, mahalliy kompaktlik, bir jinsli fazo, topologik invariantlar.*

Ключевые слова:*Топологическое пространство, топология, открытое множество, замкнутое множество, база, суббаза, непрерывная функция, гомеоморфизм, метрическое пространство, конечное множество, граничная точка, внутренняя точка, замыкание, индуцированная топология, дискретная топология, тонкая топология, локальная компактность, однородное пространство, топологические инварианты.*

Keywords:*Topological space, topology, open set, closed set, basis, subbasis, continuous function, homeomorphism, metric space, finite set, boundary point, interior point, closure, induced topology, discrete topology, fine topology, local compactness, homogeneous space, topological invariants.*

Kirish: Topologiya fani umumiylik nuqtai nazaridan geometriya va matematik analiz fanlarining asosiy tushunchalarini qayta ko‘rib chiqish natijasida vujudga kelgan. Topologiya fani matematikaning deyarli yosh, lekin muhim qismidir. Topologiyaga quyidagicha ta’rif berish mumkin: **topologiya** - matematikaning geometrik bo'limi bo‘lib, uzluksizlikni tadqiq qiluvchi, ya’ni uzluksiz akslantirishlarni o‘rganuvchi sohasi hisoblanadi. Qisqacha qilib aytganda, funksiyaning uzluksizligi tushunchasga ko‘ra, metrik fazo va topoJogik fazolar hamda ularning uzluksiz akslantirishlarni anglatadi. Geometrik nuqtai nazardan ikki sonning ayirmasi moduli uni sonlar o‘qi R da nuqtalar orasidagi masofadan iborat ekanligini bildiradi.1906-yilda fransuz matematigi M. Freshe fanga metrik fazo tushunchasini kiritganidan so‘ng ixtiyoriy tabiatli to‘plamda ikki nuqta orasidagi masofani ma’lum shartlar asosida aniqlash imkoni tug‘ildi.

Akslantirish / : X -> Y ning biror nuqtadagi uzluksizlik shartini olaylik, bunda nuqtaning yetarli “yaqin” nuqtalari obrazning yetarli “yaqin” nuqtalariga o‘tadi. Bu fikrni geometrik tasawur nuqtai nazardan ifodalaymiz: X metrik fazo x0 nuqtasining (xususiy holda R - to‘g‘ri chiziq) e atrofi O r (x 0) deb fazoning x„ nuqtadan e > 0 dan katta bo‘lmagan uzoqlikda yotgan nuqtalari to‘plamini bildiradi, ya’ni Os (x0)

= {x : p (jcnjc0) < £} (to‘g‘ri chiziqda x0 nuqtaning s atrofi (x0 - s,xn + f) intervaldan iborat).Akslantirishning x0 nuqtasidagi uzluksizligi quyidagi ko‘rinishni oladi: ixtiyoriy £ > 0 son uchun shunday <5>0 topilib, xe Of (x0 nuqtalar uchun f (x) e O sf (x Q) o‘rinli bo‘laveradi. Bu esa, / : X - > 7 akslantirish x0 nuqtada uzluksiz boMishi, x0 nuqtaning yetarli “zich” atrofidagi nuqtalari obrazi /(x 0) nuqtaning yetarli “zich” atrofidagi nuqtalariga akslanadi demakdir. Bundan ko‘rinadiki, akslantirishning nuqtadagi uzluksizligini aniqlash uchun nuqtalar orasidagi masofa yetarli emas, balki nuqtaning atrofi tushunchasidan foydalanish ma’qul bo‘ladi. 1914-yilda nemis matematigi F. Xausdorf o‘zining “To‘plamlar nazariyasi” kitobida birinchi bo‘lib nuqtaning atrofi tushunchasini aksiomalashtirib, topologik (atroflar orqali aniqlangan) fazoning ta’rifini ifodalab berdi. Keyinchalik topologik fazolarning nisbatan soddaroq ta’riflari keltirildi. Shuni jiddiy ta’kidlashimiz kerakki, metrik fazolar tabiiy ravishda topologik fazoni tashkil qiladi. Topologik fazolarga uzluksiz akslantirishlarning mavjud bo‘lishi uchun tabiiy muhit sifatida qaralib, uning asosida topologiyaning umumiy topologiya deb ataluvchi bir tarmog'i vujudga keldi va barqaror rivojlanib bormoqda. Topologiyaning boshqa tarmoqlaridan farqli oiaroq umumiy geometrik topologiya uning umumiy va sof topologik xossalarini o‘rganadi.Xususiy holda differensial va bo‘lakli-chiziqli (kusochno-lineynaya) topologiya differensiallanuvchi ko‘pxilliklar va poliedrlar (umumlashgan ko‘pyoqliklar)ning, algebraik va gomotopik topologiya esa, algebraning topologiyada qo'llanishiga asoslanadi. Shuni ta’kidlash kerakki, oxirgi paytlarda gomologiya va gomotopik topologiyalarda topologiyaning juda muhim umumiy topologik fazolar sinflari o‘rganilmoqdaki, algebraik topologiya bilan umumiy topologiya orasidagi chegarani aniqlash ma’lum murakkablik tug‘dirmoqda. Uzluksiz akslantirishlar xususiyatini o‘rganish, o‘z navbatida, bu akslantirishlami aniqlash va qiymatlari sohalari bo‘ Imish topologik fazolarni o‘rganishga olib keladi.Topologik fazolarni uzluksiz akslantirishlar orasida topologik akslantirishlar (gomeomorf) deb ataluvchi gomeomorfizmlar maxsus o‘rin tutadi. Bu akslantirishlar topologiyada shunday muhim o‘rinni egallaydiki, chunonchi, o‘zaro bir qiymatli affin akslantirishlar affin geometriyada qanday ahamiyat kasb etsa, ular ham topologiyada shunday ahamiyat

MODERN EDUCATION AND DEVELOPMENT
ISSN 3060-4567

kasb etadi. Masalan, X va Y lar metrik fazolar bo‘lsa, / : X —>Y akslantirishning gomeomorfizm ekanligi X fazoning shakl va o‘lchovlari Y fazoga ham bir xilda o‘tadi, X fazoda hech qanday “uzilish” va hech qanday nuqtalarni “yelimlash” ro‘y bermasa, Y fazoda ham xuddi shunday bo‘ladi.Masalan, [0,1] kesmani ixtiyoriy kesmaga va uni yarim aylana {(x,y):x2 + y 2 -l,y^.O} ga topologik akslantirish mumkin, (0,1) intervalni esa, butun R to‘g‘ri chiziqqa gomeomorf akslantirish mumkin. Bu jarayonda [0,2 n) yarim intervalning <p nuqtasiga R2 tekislikning /(p) = (cosip, sin<y9) nuqtasini mos qo‘yuvchi birlik aylana S ning nuqtasini olsak, bu akslantirish bir qiymatli va bir tomonga uzluksiz, f~lakslantirish esa, (l,0)e S nuqtada uzilishga ega (/ akslantirish [0,2л-) yarim intervalning 0 nuqtasini “uzoq” to‘plam [л,2л:) ga “yelimlamoqchi”).Topologik akslantirishlar bizga jo‘n topologik invariantlami ta’riflash va aniqlashda qo‘l keladi. Bu invariantlar topologik akslantirishda o‘z xususiyatini o‘zgartirmaydi. Topologik invariantlarga misol tariqasida topologik fazoning quvvati tushunchasini, topologik fazolarning salmog‘ini, fazoning bir yoki bir necha bo‘lakdan iborat bo‘lishini, ya’ni bog‘lamli yoki bog‘lamsiz ekanligini, topologik chegaralanganlik xossasini (kompaktliligini), fazolarning “o‘lchovlari soni”ni (fazoning o‘lchami) keltirish mumkin. Metrik, affin va proektiv geometriyalarga o‘xshab, topologiya ham ko‘p hollarda matematikaning topologik invariantlarini o‘rganuvchi bo‘limi deb yuritiladi. Topologiyaning ko‘pgina masalalarini bayon qilishda ochiq va yopiq akslantirishlar sinfi juda muhim ahamiyatga egadir. Ta’rit Agar uzluksiz f : X ^ Y akslantirishda, X dagi har bir ochiq to‘plamning (mos ravishda yopiq to‘plamning) aksi Y to‘plamda ochiq (mos ravishda yopiq) to‘plam bo‘lsa, ochiq (mos ravishda yopiq) akslantirish deyiladi.Bir vaqtda ham ochiq, ham yopiq akslantirishga misol sifatida ix \ X - ^ X ayniy akslantirishni olsak, ix : A - > X shaklidagi joylashtirishda doimo ochiq to‘plamning aksi ochiq, yopiq to‘plamning aksi yopiq to‘plamdir, bunda A czX .Ochiq akslantirishlarning muhim sinfi sifatida ochiq to'plamlarda aniqlangan kompleks o‘zgaruvchili golomorf funksiyalar sinfmi ko‘rsatish mumkin. Bundan tashqari, topologik guruhda aniqlangan gomeomorfizmlar ham mavjuddir.

ISSN 3060-4567

Misol. Ixtiyoriy f ’.[a,h] -> R] uzluksiz akslantirishni olsak, bu akslantirish doimo yopiq akslantirish bo‘ladi. Lekin u doimo ochiq akslantirish bo‘lavermaydi.

Misol. P :R2 -> R proeksiyalashni olsak, bu akslantirish p(xl;x2) = x, formula bilan aniqlanadi va ochiq akslantirish bo'ladi. Ya’ni, markazi (x,,x2) nuqtada bo‘lgan ochiq doira proeksiyasi markazi x, da bo‘lgan intervaldan iboratdir. Agar R2 da x,x2 = 1 giperbolani olsak, bu giperbola yopiq to‘plamdir.Yopiq to‘plamlarga misol keltirganda tekislikdagi ixtiyoriy ikkinchi tartibli chiziq yopiq to‘plam ekanligini ta’kidlagan edik. Bu to‘plamlardan ba’zilarining proeksiyasi R] \ {0} dan iborat bo‘lib, bu yopiq to‘plam emas. Demak, bu akslantirish yopiq akslantirish emas.

Xulosa: Topologiya – matematikaning eng fundamental bo‘limlaridan biri bo‘lib, u fazolar, uzluksizlik, yaqinlik va shakllarning asosiy xossalarini o‘rganadi. Topologik fazo tushunchasi esa matematik fazolarni umumiy holda tavsiflash imkonini beradi. Topologik fazo kiritish uchun ochiq to‘plamlar tushunchasi ishlatiladi va ular muayyan shartlarni bajarishi kerak. Ochiq va yopiq to‘plamlar topologiyaning eng asosiy elementlari bo‘lib, ular orqali uzluksizlik, chegaralar, ichki va yopiqlik kabi muhim tushunchalar ta’riflanadi. Masalan, Evklid fazosida ochiq to‘plamlar ochiq intervallar yoki sharlardan iborat bo‘lsa, diskret va trivial topologiyalarda ochiq to‘plamlarning ta’riflari boshqacha bo‘ladi. Topologiya nazariyasi faqat nazariy matematika bilan cheklanmaydi, balki differensial tenglamalar, fizikada kvant mexanikasi, ma’lumotlar tuzilishi va tahlili, hisoblash texnikasi hamda sun’iy intellekt kabi turli sohalarda ham keng qo‘llaniladi. Ushbu mavzuni o‘rganish orqali biz fazolarni yaxshiroq tushunish va matematik analiz, funksional analiz hamda geometriyada chuqurroq bilim olish imkoniga ega bo‘lamiz. Shu sababli, topologiya nazariyasi matematika va uning qo‘llaniladigan sohalarida muhim ahamiyatga ega.

REFERENCES

1. Tashmatov M., Topologiya asoslari, Toshkent: Fan, 1995.

2. Karimov U., To‘rayev B., Topologiyaning elementlari, Toshkent: O‘zbekiston, 2005.

3. Mamatqulov Yo., Nazariy topologiya va uzluksizlik masalalari, Toshkent: Fan, 2010.

4. Qo‘chqorov A., Ziyodullayev R., Umumiy topologiya va uning tatbiqlari, Toshkent: Universitet, 2018.

5. Nazarov Q., Matematik analiz va topologiya elementlari, Toshkent: O‘zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2020.

6. Turg‘unov T., Matematik analiz va topologiyaning nazariy asoslari, Toshkent, 2017.O‘zbek tilidagi topologiya bo‘yicha adabiyotlar nisbatan kam bo‘lsa-da, quyidagi manbalar foydali bo‘lishi mumkin:

7. Saidov M.M. – Topologiya asoslari, Toshkent, 2005.

8. Turdaliyev Sh., Ro‘ziyev Sh. – Topologiya va funktsional analiz asoslari, Toshkent, 2010.

9. Yo‘ldoshev S. – Matematik analiz va topologiya asoslari, Toshkent, 2012.

10. Karimov A. – Nazariy mexanika va topologik usullar, Toshkent, 2008.