

**KOMBINATORIKA MASALALARI VA NYUTON BINOMI**

Muallif: Alimqulova Havasxon Mahammatovna

Ta'lim Muassasasi: Paxtaobod 1-son politexnikumi

Fani: Matematika

Elektron Pochta: xavasxonalimqulovs@gmail.com

Telefon Raqami: +998 94 108 64 18

Annotatsiya: Ushbu ilmiy maqola kombinatorika sohasidagi asosiy tushunchalar va masalalarni, shuningdek, algebra va kombinatorikaning muhim bog'liqligi bo'lgan Nyuton binomini o'rganadi. Maqolada o'rin almashtirishlar, o'rinlashtirishlar, guruhlashlar kabi kombinatorika elementlari, ularni hisoblash formulalari va turli xil amaliy masalalarni yechishda qo'llanilishi ko'rib chiqiladi. Bundan tashqari, Nyuton binomi teoremasi, uning kombinatorik talqini va binomial koeffitsiyentlarning xossalari batafsil yoritiladi.

Kalit So'zlar: Kombinatorika, o'rin almashtirish, o'rinlashtirish, guruhlash, faktorial, Nyuton binomi, binomial koeffitsiyentlar.

Kirish

Kombinatorika matematika fanining bir bo'limi bo'lib, chekli to'plamlardan elementlarni tanlash va ulardan turli xil kombinatsiyalar tuzish usullarini o'rganadi. Kombinatorika masalalari kundalik hayotda, fan va texnikaning turli sohalarida keng tarqalgan. Ehtimollar nazariyasi, statistika, kriptografiya, kompyuter fanlari va boshqa ko'plab sohalar kombinatorika tushunchalari va usullariga asoslanadi. Nyuton binomi esa $(a+b)^n$ ko'rinishidagi ifodani yoyish formulasini beradi va binomial koeffitsiyentlarning kombinatorik ma'nosini ochib beradi, bu esa kombinatorika va algebra o'rtasidagi chuqur bog'liqlikni ko'rsatadi.

Kombinatorikaning Asosiy Tushunchalari

1. **O'rin Almashtirishlar (Permutations):** n ta elementdan tashkil topgan to'plamning barcha mumkin bo'lgan tartiblangan ko'rinishlari o'rin almashtirishlar



deyiladi. n ta elementdan tuzilgan o'rin almashtirishlar soni $P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$ formula bilan hisoblanadi.

Misol: 3 ta harfdan (A, B, C) tuzilgan barcha o'rin almashtirishlar: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA. Ularning soni $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

2. **O'rinlashtirishlar (Arrangements or Permutations without Repetition):** n ta elementdan k tasini tanlab olish va ularni ma'lum tartibda joylashtirish o'rinlashtirishlar deyiladi. n ta elementdan k tadan tuzilgan o'rinlashtirishlar soni $A_{nk} = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$ formula bilan hisoblanadi.

Misol: 4 ta elementdan (1, 2, 3, 4) 2 tasini tanlab olib, ularni tartiblashning mumkin bo'lgan usullari: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3). Ularning soni $A_{42} = \frac{4!}{(4-2)!} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 12$.

3. **Guruhlashlar (Combinations or Selections without Repetition):** n ta elementdan k tasini tanlab olish, bunda elementlarning tartibi muhim emas, guruhlashlar deyiladi. n ta elementdan k tadan tuzilgan guruhlashlar soni $C_{nk} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ formula bilan hisoblanadi. C_{nk} ifodasi binomial koeffitsiyent deb ham ataladi.

Misol: 4 ta elementdan (A, B, C, D) 2 tasini tanlab olishning mumkin bo'lgan guruhlari: {A, B}, {A, C}, {A, D}, {B, C}, {B, D}, {C, D}. Ularning soni $C_{42} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6$.

Nyuton Binomi

Nyuton binomi teoremasi $(a+b)^n$ ifodasini musbat butun n darajasi uchun yoyish formulasini beradi:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

Bu yerda $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ binomial koeffitsiyentlar deyiladi.

Binomial Koeffitsiyentlarning Kombinatorik Talqini

Binomial koeffitsiyent $\binom{n}{k}$ n ta elementdan k tasini tanlab olishning mumkin bo'lgan usullar sonini bildiradi. Bu Nyuton binomidagi har bir hadning koeffitsiyenti aynan shu kombinatorik ma'noga ega ekanligini ko'rsatadi. Masalan, $(a+b)^n$ yoyilmasidagi $a^{n-k} b^k$ hadining koeffitsiyenti $\binom{n}{k}$ ga teng bo'lib, bu n ta

ko'paytuvchidan iborat $(a+b)(a+b)\dots(a+b)$ ko'paytmasida k ta (b) ni va $(n-k)$ ta (a) ni tanlab olishning usullar sonini ifodalaydi.

Binomial Koeffitsiyentlarning Xossalari

Binomial koeffitsiyentlar bir qator muhim xossalarga ega:

1. **Simmetriklilik:** $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
2. **Qo'shish qoidasi (Paskal uchburchagi):** $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$
3. **Yig'indi:** $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$
4. **Alternativ yig'indi:** $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$

Bu xossalari binomial koeffitsiyentlar bilan bog'liq masalalarni yechishda va turli matematik isbotlarda keng qo'llaniladi.

Kombinatorika Masalalarini Yechishga Misollar

1. **Nechta turli 3 xonali sonni 1, 2, 3, 4 raqamlaridan (raqamlar takrorlanmasligi sharti bilan) tuzish mumkin?** Bu yerda 4 ta elementdan 3 tasini tanlab olish va ularni tartiblash kerak, shuning uchun bu o'rinlashtirish masalasi. Javob: $A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

2. **10 ta o'quvchidan 4 kishilik jamoani nechta usul bilan tuzish mumkin?** Bu yerda 10 ta elementdan 4 tasini tanlab olish kerak va tartib muhim emas, shuning uchun bu guruhlash masalasi. Javob: $C_{10}^4 = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$.

3. **$(x+y)^5$ binomini yoying.** Nyuton binomi formulasidan foydalanamiz:
 $(x+y)^5 = \binom{5}{0}x^5y^0 + \binom{5}{1}x^4y^1 + \binom{5}{2}x^3y^2 + \binom{5}{3}x^2y^3 + \binom{5}{4}x^1y^4 + \binom{5}{5}x^0y^5$
 $(x+y)^5 = 1 \cdot x^5 \cdot 1 + 5 \cdot x^4 \cdot y + 10 \cdot x^3 \cdot y^2 + 10 \cdot x^2 \cdot y^3 + 5 \cdot x \cdot y^4 + 1 \cdot 1 \cdot y^5$
 $(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

Xulosa

Kombinatorika masalalari elementlarni tanlash va tartiblashning turli usullarini o'rganish orqali ko'plab amaliy muammolarni hal qilish imkonini beradi. O'rin almashtirishlar, o'rinlashtirishlar va guruhlashlar kombinatorikaning asosiy tushunchalari bo'lib, ularni hisoblash formulalari muhim ahamiyatga ega. Nyuton binomi esa algebraik ifodalarni yoyishda va binomial koeffitsiyentlarning kombinatorik ma'nosini tushunishda fundamental rol o'ynaydi. Kombinatorika



usullari va Nyuton binomi nafaqat matematikada, balki fan va texnikaning turli sohalarida ham keng qo'llaniladi.