



KVADRAT FUNKSIYALAR

Tojiddinov Eldorbek Abdulaziz o'g'li

Paxtaobod tuman 1-son politexnikumi

Fan; Matematika

Elektron pochta; tojiddinoveldorbek5@gmail.com

Tel; +998 99 907 98 98

Annotatsiya: Ushbu maqola kvadrat funksiyalarning matematik asoslarini, ularning xususiyatlarini, grafiklarini, hamda turli sohalardagi amaliy tatbiqlarini chuqur o'rganishga bag'ishlangan. Maqolada kvadrat funksiyaning ta'rifi, standart va umumiy ko'rinishlari, uning koeffitsientlarining xususiyatlari va grafikiga ta'siri, kvadrat funksiyalarni turli usullar bilan yechish metodlari, shu bilan birga parabolaning geometrik xususiyatlari, diskriminantning ahamiyati va kvadrat funksiyalarning integrallashuvi ko'rib chiqiladi. Bundan tashqari, maqolada kvadrat funksiyalarning fizika, injenerlik, iqtisodiyot, optika, va boshqa sohalardagi muhim tatbiqlari misollar va tushuntirishlar bilan yoritiladi.

Kalit So'zlar: Kvadrat funksiya, parabola, koeffitsientlar, diskriminant, ildizlar, simmetriya o'qi, tepalik, amaliy tatbiqlar, grafik, kvadrat tenglama, diskriminant, kvadrat integrali, geometrik xususiyatlar.

Kirish

Matematikada funksiyalar asosiy tushunchalardan biri hisoblanadi. Funksiyalar ikkita to'plam elementlari orasidagi bog'lanishni ifodalaydi va ular orqali turli xil jarayonlarni va hodisalarni matematik modelini tuzish mumkin. Kvadrat funksiyalar esa funksiyalar ichida o'ziga xos o'ringa ega bo'lib, ko'plab amaliy masalalarni yechishda muhim rol o'ynaydi. Ushbu maqola kvadrat funksiyalarning fundamental xususiyatlarini, ularning grafigini, analitik va geometrik xususiyatlarini hamda amaliy sohalardagi qo'llanilishini o'rganishga bag'ishlanadi.

Kvadrat Funksiyaning Ta'rifi va Ko'rinishlari



Kvadrat funksiya — bu umumiy ko‘rinishda quyidagicha ifodalangan funksiyadir:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Bu yerda:

- x — argument (mustaqil o‘zgaruvchi);
- $f(x)$ — funksiyaning qiymati (bog‘liq o‘zgaruvchi);
- a, b, c — koeffitsientlar bo‘lib, $a \neq 0$. a, b va c lar haqiqiy sonlardir.

Kvadrat funksiyaning standart (kanonik) ko‘rinishi quyidagicha:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

Bu yerda:

- (h, k) — parabolaning tepaligi (vertiqsi) koordinatalari.
- a — kvadrat koeffitsient bo‘lib, parabolaning yo‘nalishini va shaklini belgilaydi.

Kvadrat Funksiyaning Xususiyatlari

1. **Grafik:** Kvadrat funksiyaning grafigi parabola deb ataladi. Parabola — U shaklidagi egri chiziqdir. Parabola simmetrik shakl bo‘lib, simmetriya o‘qiga ega.

2. **Koeffitsientlarning Ta’siri:**

◦ a koeffitsienti: Parabolaning "yuqoriga" yoki "pastga" yo‘nalganligini belgilaydi. Agar $a > 0$ bo‘lsa, parabola "yuqoriga" (pastga qarab ochiladigan), agar $a < 0$ bo‘lsa, parabola "pastga" (yuqoriga qarab ochiladigan) yo‘nalgan bo‘ladi. Bundan tashqari, $|a|$ ning qiymati qanchalik katta bo‘lsa, parabola shunchalik tor bo‘ladi.

◦ b koeffitsienti: Parabolaning simmetriya o‘qining joylashuvini aniqlaydi. U x ning o‘zgarishiga qarab, parabolaning chapga yoki o‘ngga siljishiga ta’sir qiladi.

◦ c koeffitsienti: Parabola y o‘qini kesib o‘tadigan nuqtani belgilaydi (ya’ni, y kesmasi). Bu kesma nuqtaning ordinatasi $(0, c)$ ga teng.

3. **Diskriminant:** Kvadrat tenglama ($ax^2 + bx + c = 0$) ildizlarining soni va xarakterini aniqlash uchun diskriminantdan foydalaniladi:

$$D = b^2 - 4ac$$



- Agar $D > 0$ bo'lsa, kvadrat funksiyaning grafigi x o'qini ikkita nuqtada kesib o'tadi (ikki xil haqiqiy ildizlar).
- Agar $D = 0$ bo'lsa, kvadrat funksiyaning grafigi x o'qiga bir nuqtada urinadi (bitta haqiqiy ildiz).
- Agar $D < 0$ bo'lsa, kvadrat funksiyaning grafigi x o'qi bilan kesishmaydi (haqiqiy ildizlari yo'q).

4. **Ildizlar:** Kvadrat tenglamaning ($ax^2 + bx + c = 0$) ildizlari quyidagi formula yordamida topiladi:

$$x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / 2a$$

5. **Simmetriya o'qi:** Parabolaning simmetriya o'qi $x = -b / 2a$ formula bilan topiladi. Bu o'q parabola tepaligidan o'tadi. Parabola simmetrik shakl bo'lganligi sababli, simmetriya o'qi orqali parabola ikkita bir xil qismga ajraladi.

6. **Tepalik:** Parabolaning tepaligi (vertiqsi) koordinatalari (h , k) quyidagicha topiladi:

$$h = -b / 2a$$

$$k = f(h) = a(-b / 2a)^2 + b(-b / 2a) + c$$

Tepalik parabolaning eng yuqori yoki eng past nuqtasi bo'lib, uni funksiyaning maksimum yoki minimum qiymatini aniqlashda qo'llash mumkin.

7. **Parabolaning Geometrik Xususiyatlari:**

- **Fokus:** Parabolaning fokus nuqtasi simmetriya o'qida joylashgan bo'lib, uning xususiyati shundaki, parabolaning ixtiyoriy nuqtasidan fokusga va direktrisa tushirilgan perpendikulyar masofalar teng bo'ladi.

- **Direktrisa:** Parabolaning direktrisasi — bu simmetriya o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq bo'lib, u parabolaning fokusidan bir xil masofada joylashgan.

8. **Kvadrat Funksiyaning Integrali:** Kvadrat funksiyaning aniq integrali (antiderivati) kub funksiya bo'ladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$\int (ax^2 + bx + c)dx = (a/3)x^3 + (b/2)x^2 + cx + C$$

Bu yerda C integrallash doimiysi. Integral kvadrat funksiyaning ostida hosil bo'lgan yuzani hisoblash uchun muhim.

**Kvadrat Funksiyani Yechish Usullari**

1. **Faktorlash (Ko'paytuvchilarga Ajratish):** Agar kvadrat uchhad ko'paytuvchilarga ajratilsa, har bir ko'paytuvchini nolga tenglashtirib ildizlar topiladi.
2. **Kvadratni Ajratish (To'liq Kvadratga Ajratish):** Kvadrat uchhadni to'liq kvadratga keltirib, tenglama yechiladi. Bu usul standart shakldagi funktsiyani hosil qilish uchun qo'llaniladi.
3. **Diskriminant Formula Yordamida Yechish:** Yuqorida keltirilgan diskriminant va ildizlar formulalari yordamida tenglama yechiladi.
4. **Grafik Usul:** Parabola grafigi yordamida kvadrat tenglamaning ildizlari grafikdan olinadi (x o'qi bilan kesishgan nuqtalari). Bu usul ko'z bilan taxminiy natijalarni aniqlash uchun qo'llaniladi.

Kvadrat Funktsiyalarning Amaliy Tatbiqlari

Kvadrat funktsiyalar turli sohalarda keng qo'llaniladi:

1. **Fizika:**
 - Jismning erkin tushishi yoki otilgan jismning trayektoriyasi kvadrat funktsiya bilan ifodalanadi. Masalan, jismning harakatlanish masofasi va vaqt orasidagi bog'liqlik kvadratik ifodaga ega ($s = ut + (1/2)gt^2$).
 - Jismning harakat davomida energiya o'zgarishini hisoblash kvadratik tenglamalar orqali amalga oshiriladi ($E = (1/2)mv^2$).
 - Yarim o'tkazgichlar fizikasida va elektronika sohasida tok va kuchlanish orasidagi munosabatlar kvadratik funktsiyalardan foydalanadi ($P = I^2R$).
2. **Injenerlik:**
 - Ko'priklar va kamarlar qurilishida parabola shakli mustahkamlikni ta'minlash uchun ishlatiladi. Parabolik shakl yukning teng taqsimlanishiga yordam beradi.
 - Antennalar va reflektorlar parabola shaklida bo'ladi. Bu shakl signallarni to'plash va ularni fokuslashda samarali hisoblanadi.
 - Turli xil mexanizmlarning dinamik analizida kvadratik bog'liqliklar qo'llaniladi.

**3. Iqtisodiyot:**

- Xarajat va daromad munosabatlarini modellashtirishda kvadrat funksiyalardan foydalaniladi. Masalan, mahsulot sotish hajmi va daromad orasidagi munosabatni ifodalashda kvadratik funksiya orqali optimal daromad nuqtasini topish mumkin.
- Foydani optimallashtirish masalalarida kvadrat funksiyalar qo'llaniladi. Iqtisodiy modellarda ishlab chiqarish hajmi, narx va xarajatlar orasidagi munosabatni hisoblashda kvadrat tenglamalar muhim.

4. Biologiya:

- Ba'zi organizmlarning o'sish sur'ati kvadratik funksiya bilan modellashtirilishi mumkin. Misol uchun, bakteriyalarning ko'payish sur'ati dastlab tez bo'lib, so'ngra sekinlashadi, bu esa kvadratik modelga yaqin bo'lishi mumkin.

5. Optika:

- Linzalar va noimetallar optikasida parabola shakli yorug'likni fokuslash uchun muhim rol o'ynaydi. Parabolik noimetallar yorug'likni bir nuqtaga to'plab, yoritish va kuzatishda samaradorlikni oshiradi.

6. Xulosa

7. Kvadrat funksiyalar — bu matematika, fizika, injenerlik, iqtisodiyot va boshqa ko'plab sohalarda muhim ahamiyatga ega bo'lgan fundamental matematik tushunchadir. Ularning xususiyatlarini, grafiklarini, yechish usullarini, va geometrik jihatlarini o'rganish turli xil amaliy masalalarni yechishda, jarayonlarni modellashtirishda va muammolarni tahlil qilishda zaruriy bilimlarni beradi. Ushbu maqola kvadrat funksiyalarning asosiy jihatlarini va tatbiqlarini yoritishga qaratilgan bo'lib, kelajakda bu mavzuni chuqurroq o'rganish uchun zamin yaratadi.

Foydalanilgan Adabiyotlar:

1. Stewart, J. (2012). *Calculus*. Brooks/Cole.
2. Larson, R., & Hostetler, R. P. (2007). *Precalculus with Limits: A Graphing Approach*. Houghton Mifflin.
3. Zill, D. G., & Wright, W. S. (2011). *Calculus: Early Transcendentals*. Jones & Bartlett Learning.



4. Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2010). *Thomas' Calculus*. Pearson.
5. Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2012). *Calculus*. John Wiley & Sons.
6. Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2011). *Algebra and Trigonometry with Analytic Geometry*. Brooks/Cole.
7. Aufmann, R. N., Barker, V. C., & Nation, R. D. (2010). *College Algebra*. Brooks/Cole.
8. Blitzer, R. (2014). *Algebra and Trigonometry*. Pearson.