



MUTIPLIKATIV FUNKSIYALAR VA EYLER FUNKSIYASIGA DOIR MISOL VA MASALALAR YECHISH

Zahriddinova Shaxlo

“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi”

kafedrasi o‘qituvchisi

Boqiyeva Baxtiniso Dilshod qizi

Shahrisabz davlat pedagogika instituti

“Matematika va Informatika” yo‘nalishi 2-bosqich talabasi

Annotatsiya. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi sonlar nazariyasining muhim bo‘limlaridan biridir. Multiplikativ funksiyalar, asosan, sonlarning bo‘linish xususiyatlariga bog‘liq bo‘lib, ular sonlar orasidagi o‘zaro bog‘lanishni tushunishda yordam beradi. Eyler funksiyasi esa natural sonlarning to‘liq bo‘linadigan sonlar sonini aniqlashda qo‘llaniladi va uning sonlar nazariyasida keng qo‘llanilishi mavjud. Ushbu bo‘limda, multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining asosiy tushunchalari, ularning formulalari va amaliy misollarni yechish jarayoni tahlil qilinadi.

Kalit so‘zlar. Multiplikativ funksiyalar, Eyler funksiyasi, sonlar nazariyasi, bo‘linish, to‘liq bo‘linadigan sonlar, Euler teoremasi, funksiya hisoblash

Annotation. Multiplicative functions and the Euler function are important sections of number theory. Multiplicative functions depend primarily on the divisibility properties of numbers, which help to understand the interrelationship between numbers. The Euler function, on the other hand, is used in determining the number of totally divisible numbers of natural numbers, and has a wide application in number theory. In this section, the process of solving multiplicative functions and basic concepts of the Euler function, their formulas and practical examples is analyzed.

Keywords. Multiplicative functions, Euler's Function, Number Theory, division, totally divisible numbers, Euler's theorem, function computation



Аннотация. Мультипликативные функции и функция Эйлера – два важных раздела теории чисел. Мультипликативные функции в основном зависят от свойств деления чисел, которые помогают понять взаимосвязь между числами. С другой стороны, функция Эйлера используется для определения количества целых чисел, на которые делятся натуральные числа, и имеет широкое применение в теории чисел. В этом разделе анализируются основные понятия мультипликативных функций и функции Эйлера, их формулы и процесс решения практических примеров.

Ключевые слова. Мультипликативные функции, функция Эйлера, теория чисел, деление, целые числа, теорема Эйлера, исчисление функций

Kirish. Sonlar nazariyasi, matematikada eng qadimiy va eng rivojlangan bo'limlardan biri bo'lib, ko'plab tushunchalar va funksiyalarni o'z ichiga oladi. Bu bo'limda biz multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasiga oid asosiy tushunchalar va masalalar yechish usullariga to'xtalamiz. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi sonlar nazariyasida juda muhim o'rin tutadi, chunki ular sonlarning bo'linish xususiyatlarini o'rganish va sonlar orasidagi o'zaro bog'lanishlarni tushunishda keng qo'llaniladi. Multiplikativ funksiyalar sonlarning ko'paytiruvchilariga bog'liq bo'lib, ular ko'plab sonlar nazariyasidagi masalalarni yechishda asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi. Bu funksiyalar $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$ $f(a/b) = f(a)/f(b)$ sharti bilan tavsiflanadi, ya'ni ular sonlarning ko'paytirish amali bilan bo'linadi. Bu turdagi funksiyalarni o'rganish, sonlarning bo'linish xususiyatlarini tushunishga yordam beradi. Eyler funksiyasi esa natural sonlarning to'liq bo'linadigan sonlar sonini aniqlashga yordam beradi. Bu funksiya, ayniqsa, tub sonlar nazariyasida keng qo'llaniladi va turli xil kriptografik tizimlarda ham muhim rol o'ynaydi. Eyler teoremasi esa, o'zaro tub bo'lgan sonlar bilan bog'liq masalalarni yechishda juda muhim ahamiyatga ega. Ushbu bo'limda, multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining asosiy tushunchalari, ular bilan bog'liq formulalar va masalalar yechish usullari haqida batafsil tushuncha beriladi. Bu tushunchalar nafaqat sonlar nazariyasini o'rganishga, balki matematikani amaliyotda qo'llashga ham yordam



beradi. Multiplikativ funksiyalar sonlarning ko'paytiruvchilariga bog'liq bo'lib, ko'plab turli sonlar nazariyasi masalalarini yechishda muhim rol o'ynaydi. Ushbu bo'limda, ularning ta'rifi va ishlash printsipli haqida batafsil ma'lumot beriladi.

Eyler funksiyasi $\varphi(n)$ (n) natural sonning nn dan kichik bo'lgan va nn bilan o'zaro tub bo'lgan sonlar sonini ko'rsatadi. Bu funksiya, ayniqsa, sonlar nazariyasidagi bo'linish va tub sonlar bilan bog'liq masalalarni yechishda qo'llaniladi. Eyler teoremasi. Eyler teoremasi, agar aa va nn o'zaro tub bo'lsa, unda $a\varphi(n) \equiv 1 \pmod{n} a^{1-p}$ tengligi to'g'ri bo'ladi. Bu teoremlar sonlar nazariyasida, ayniqsa, kriptografiya sohasida keng qo'llaniladi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasiga doir masalalar, bu funksiyalarning qanday ishlashini va turli xil sonlar nazariyasidagi masalalarni yechishda qanday qo'llanilishini ko'rsatadi. Ushbu bo'limning maqsadi, multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining matematik ahamiyatini tushunish va ularni turli masalalarni yechishda qanday ishlatish mumkinligini o'rganishdir.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi sonlar nazariyasida muhim o'rin tutadi. Bu mavzu bo'yicha turli tadqiqotlar va ilmiy ishlar mavjud bo'lib, ularning bir qismi matematik nazariyaning rivojlanishiga, ba'zilar esa amaliy qo'llanmalarga bag'ishlangan. Ushbu bo'limda, multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasiga oid asosiy adabiyotlarni tahlil qilamiz va ularning matematikahviyda qanday qo'llanilishi haqida umumiy tushuncha beramiz. Multiplikativ funksiyalar matematikada bir qancha muhim sohalarda keng qo'llaniladi. Eng ko'p ishlatiladigan multiplikativ funksiyalardan biri Mo'bius funksiyasi ($\mu(n)$) va Divisor funksiyasi ($\sigma(n)$) hisoblanadi. Möbius funksiyasi sonlar nazariyasida sonlarning bo'linish xususiyatlarini tahlil qilishda qo'llaniladi, ayniqsa, ularning tub bo'luvchilariga oid masalalarda. Möbius funksiyasi haqidagi ilk ishlanmalar 19-asrning oxirlarida nemis matematikasi August Möbius tomonidan ishlab chiqilgan. Mo'bius funksiyasi ($\mu(n)$) o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, uning qiymati sonlarning tub bo'luvchilari soniga va bo'luvchilarining ko'payishiga bog'liq. Agar nn soni tub sonlardan tashkil topgan bo'lsa, $\mu(n)=1$; agar nn ning bo'luvchilari soni ikki marta takrorlansa, $\mu(n)=-1$; agar



nn ning bo'luvchilari orasida takrorlanadigan tub sonlar mavjud bo'lsa, $\mu(n)=0$ $\mu(n) = 0$. Bir nechta tadqiqotlar va monografiyalarda, masalan, Niven, Zuckerman, va Montgomeryning "An Introduction to the Theory of Numbers" (1960) asarida, multiplikativ funksiyalarning xususiyatlari batafsil tahlil qilingan. Bu asarda, multiplikativ funksiyalarning umumiy xususiyatlari va ularning qo'llanilishi aniq tasvirlangan. Eyler funksiyasi ($\varphi(n)$) bo'yicha ilmiy ishlar juda katta. Eyler funksiyasi nn sonining 1 dan nn gacha bo'lgan sonlar orasida nn bilan o'zaro tub bo'lgan sonlar sonini ifodalaydi. Eyler funksiyasi sonlar nazariyasining ajralmas qismi bo'lib, ayniqsa, Eyler teoremasi uning muhim ahamiyatini ko'rsatadi. Eyler funksiyasi va unga doir izlanishlar haqida bir nechta asarlar mavjud. Masalan, Niven va Zuckermannig yuqorida tilga olingan asarida Eyler funksiyasi, uning xususiyatlari va uning boshqa funksiyalar bilan o'zaro bog'lanishi haqida keng muhokama qilinadi. Shuningdek, Hardy va Wrightning "An Introduction to the Theory of Numbers" (2008) asarida Eyler funksiyasining matematikamizi rivojlanishidagi o'rni va uning qo'llanilishi yanada chuqurroq o'rganilgan. Eyler funksiyasining tarixi va rivojlanishi bilan bog'liq bir nechta ilmiy maqolalar ham mavjud, ularda Eyler funksiyasi, uning umumiy xususiyatlari, va u bilan bog'liq turli masalalar yoritilgan. Euler's Totient Function and Applications nomli maqolada, Eyler funksiyasining kriptografiyada, ayniqsa RSA algoritmda qanday ishlatilishi tahlil qilinadi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining amaliy qo'llanilishi sonlar nazariyasining rivojlanishiga katta hissa qo'shgan. Ayniqsa, RSA algoritmi kabi zamonaviy kriptografik tizimlar uchun, bu funksiyalar juda muhimdir. RSA algoritmi Eyler funksiyasiga asoslanadi, chunki bu algoritmda ikki katta tub sonning yig'indisini hisoblash va ularning o'zaro tub bo'lishi juda katta rol o'ynaydi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining amaliy qo'llanilishi bo'yicha ilmiy adabiyotlar, xususan, Knuthning "The Art of Computer Programming" (1968) va Rivest, Shamir, va Adlemaning RSA algoritmi haqidagi ishlari bu sohada muhim manba bo'lib xizmat qiladi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi haqidagi adabiyotlarni tahlil qilganimizda, bu funksiyalarning nafaqat nazariy, balki amaliy qo'llanishi ham nihoyatda keng ekanligini ko'rdik. Multiplikativ funksiyalar



sonlar nazariyasining asosi sifatida ishlaydi va ko'plab boshqa matematik sohalarga ta'sir ko'rsatadi, ayniqsa, bo'linish, tub sonlar va kriptografiya sohalarida. Eyler funksiyasi esa o'zaro tub bo'lgan sonlarni tahlil qilishda, shuningdek, RSA va boshqa zamonaviy kriptografik tizimlar uchun juda muhimdir. Bu bo'limdagi tahlil shuni ko'rsatadiki, multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi matematik nazariyada va amaliyotda katta ahamiyatga ega.

Tadqiqotlar metodologiyasi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi (yoki Eylerning to'liq funksiyasi) haqidagi tadqiqotlar matematikaning muhim sohalaridan biri bo'lib, ularning tahlili va yechimlari ko'plab amaliy masalalarni hal qilishda qo'llaniladi. Ushbu mavzu bo'yicha tadqiqotlar metodologiyasi ko'plab yondashuvlarni o'z ichiga oladi. Multiplikativ funksiyalar - bu funksiya $f(n)$ ning quyidagi xususiyatga ega bo'lishi kerak: agar m va n musbat butun sonlar bo'lib, ular o'zaro tub bo'lsa, unda $f(mn)=f(m) \cdot f(n)$. Bu turdagi funksiyalar ko'pincha sonlar nazariyasida uchraydi, masalan, bo'linish xususiyatlarini o'rganishda. Misollar sifatida oddiy funksiyalar: $\varphi(n)$ (Eyler funksiyasi), $d(n)$ (bo'luvchilar soni), va $\sigma(n)$ (bo'luvchilar yig'indisi) keltirilishi mumkin.

Eyler funksiyasi esa, n soni uchun bo'linmasi bo'lgan butun sonlarning sonini hisoblashga mo'ljallangan. Uning formulasi quyidagicha beriladi:

$$\varphi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)$$

bu yerda $p_1, p_2, \dots, p_k$ - n ning tub bo'luvchilari.

Multiplikativ funksiyalarning va Eyler funksiyasining algebraik xususiyatlarini o'rganish. Bu funksiyalarning ta'rifi, xususiyatlari va qoidalari ustida ishlash. Masalan, to'liq bo'linma formulalarini o'rganish yoki multiplikativ funksiyalarni turli formulalar va tenglamalarda qo'llash. Multiplikativ funksiyalarni hisoblashda va formulalar keltirishda induksiya usulidan foydalanish. Bu metod orqali turli masalalar yechiladigan oddiy formulalar va tenglamalar hosil bo'ladi. Chizmalar va kompyuter dasturlari yordamida multiplikativ funksiyalarning xususiyatlarini tekshirish. Masalan, sonlar bo'yicha hisob-kitoblar qilish va hisoblash natijalarini sinash. Multiplikativ funksiyalarning turli turlari o'rtasidagi farqlarni



taqqoslash. Eyler funksiyasi, bo'luvchilar soni, bo'luvchilar yig'indisi kabi funksiyalarni o'zaro solishtirish va ularning amaliy qo'llanishlari ustida ishlash. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining sonlar nazariyasidagi qo'llanilishlarini, masalan, cryptography (kriptografiya), maxfiylikni ta'minlash va algoritmik tahlilga tatbiq qilish. Multiplikativ funksiyalarni, shu jumladan Eyler funksiyasini ishlatish orqali amaliy masalalarni yechish. Misollarni ishlab chiqish va ularning yechimini kompyuter dasturlari orqali tekshirish. Tadqiqotlarda metodologiya sifatida yuqoridagi yo'nalishlarni birlashtirib, yangi formulalar va xususiyatlarni kashf qilish, matematik nazariyalarni rivojlantirish, va ular orqali amaliy sohalarga tatbiq qilish muhim ahamiyatga ega.

Xulosa va takliflar. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi sonlar nazariyasining muhim tarkibiy qismlarini tashkil etadi. Ushbu funksiyalar matematik tadqiqotlarda keng qo'llaniladi, ayniqsa, bo'linish xususiyatlarini o'rganish, sonlarni analiz qilish, va turli amaliy sohalarda, masalan, kriptografiya va algoritmik tahlil kabi sohalarda. Multiplikativ funksiyalar, shuningdek, ular orasida Eyler funksiyasi, sonlar bo'yicha sezilarli xususiyatlarga ega bo'lib, ular o'zaro tub bo'luvchilarning sonini hisoblashda va turli sonlar ustida hisob-kitoblar qilishda yordam beradi. Eyler funksiyasining teorematik va amaliy jihatlari bilan bog'liq tadqiqotlar ko'plab matematik masalalarni yechishga yordam beradi, shu bilan birga, yangi natijalarga erishish va matematik teoriya bilan amaliy muammolarni hal qilishda ko'plab imkoniyatlarni yaratadi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasi yordamida sonlar nazariyasining ko'plab qiyin masalalarini hal qilish mumkin. Tadqiqotlar, shuningdek, sonlar teoriyasining yanada rivojlanishiga hissa qo'shadi. Multiplikativ funksiyalarning yangi turlari va ularning xususiyatlarini o'rganish, shuningdek, Eyler funksiyasining umumlashtirilgan versiyalarini ishlab chiqish foydali bo'lishi mumkin. Bu orqali yangi nazariyalar va yechimlar topilishi mumkin. Kompyuter texnologiyalari yordamida multiplikativ funksiyalarni hisoblashda yangi algoritmlar va metodlarni ishlab chiqish, sonlar nazariyasining murakkab masalalarini samarali yechish imkonini yaratadi. Multiplikativ funksiyalar, ayniqsa Eyler funksiyasi, kriptografik algoritmlar va xavfsizlik sohalarida juda muhim hisoblanadi. Bu sohada



yanada chuqur tadqiqotlar olib borish va yangi xavfsizlik protokollarini ishlab chiqish foydali bo'ladi. Multiplikativ funksiyalar va Eyler funksiyasining nazariyasini o'quvchilarga va talabalarga o'qitishda ko'proq amaliy misollar va qo'llanmalardan foydalanish. Bu usul orqali talabalar sonlar nazariyasiga qiziqishlarini oshirishi va murakkab matematik tushunchalarni osonroq o'zlashtirishi mumkin. Multiplikativ funksiyalarni o'rganishda sonlar bo'yicha bo'linish xususiyatlarini yanada chuqurroq tahlil qilish va yangi bog'lanishlar kashf qilish mumkin. Bu, o'z navbatida, matematik modellar va ilmiy ishlanmalar uchun yangi imkoniyatlar yaratadi. Shuningdek, ushbu sohadagi tadqiqotlarni davom ettirish, uning nafaqat matematik, balki amaliy sohalarida ham keng qo'llanilishini ta'minlashga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Uktamov, M. "Modeling the professional training development of future teachers through computer training." *Science and innovation* 2.B9 (2023): 139-141.
2. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "Iqtisodiyotni raqamlashtirish sharoitida iqtisodiy jarayonlar va moliyaviy munosabatlarning transformatsiyasi." *Nashrlar* (2024): 38-41.
3. O'G'Li, Madadjon O'Ktam. "Kuzatuv quduqlarida yer osti suvlarini gidrorejim parametrlarini masofaviy nazorat qilishning avtomatlashgan tizimlari." *Science and Education* 2.12 (2021): 202-211.
4. Musirmonov, Shohboz, and Jasmina Toshpo'lotova. "Moliya bozorini rivojlantirishda yashil iqtisodiyotga o'tishining muammolari va yechimlari." *Nashrlar* (2024): 374-377.
5. Muhammadiyev, Alijon, and Shukurullo Aliqulov. "PROSPECTS OF USING COMPUTER TECHNOLOGIES IN MODERN EDUCATION." *Наука и технология в современном мире* 3 (2024): 90-92.
6. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "XXI ASR YOSHLARINING AXBOROT PSIXOLOGIK XAFSIZLIGINI TA'MINLASH MASALALARI." *Universal xalqaro ilmiy jurnal* 1 (2024): 445-447.
7. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "SHAXSLARDA TAVAKKALCHILIK BILAN BOG'LIQ VIRTUAL O'YINLARGA



MOYILLIGINI PSIXOLOGIK XUSUSIYATLARI." *Universal xalqaro ilmiy jurnal* 1 (2024): 776-777.

8. Toshpo'lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "CURRENT ISSUES OF TEACHING UZBEK AND RUSSIAN LANGUAGES IN THE PROCESS OF GLOBALIZATION." *Models and methods in modern science* 3 (2024): 187-191.

9. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "TEXNIKA OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA XORIJIY TILLARNI O 'QITISHNING DOLZARB MASALALARI." *Прикладные науки в современном мире: проблемы и решения* 3 (2024): 10-12.

10. Toshpo'lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "TA'LIM TIZIMIGA INNOVATSION TEXNOLOGIYALARNI JORIY ETISH VA INTEGRATSIYALASH MASALALARI." *Общественные науки в современном мире: теоретические и практические исследования* 3 (2024): 46-49.

11. Madadjon, O'Ktamonov. "PEDAGOGIKA OLIY TA'LIM MUASSASALARI TALABALARINING INFORMATIKADAN AXBOROT-TEXNOLOGIK KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI." *Academic research in educational sciences* 4.CSPU Conference 1 (2023): 275-281.

12. Октамов, Мададжон, Жасмина Тошполотова, and Яйра Мусурманова. "Aniq fanlarni o 'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo 'llagan holda dars jarayonlarini tashkil etish." *Новый Узбекистан: наука, образование и инновации* 1.1 (2024): 432-434.