

**LOBACHEVSKIY TEKISLIGINING TURLI MODELLARI.
LOBACHEVSKIY GEOMETRIYASINING ZIDSIZLIGI****Zahriddinova Shaxlo***“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi”**kafedrasi o’qituvchisi***Toshpo’lotova Jasmina Nuriddin qizi***Shahrisabz davlat pedagogika instituti**“Matematika va Informatika” yo’nalishi 2-bosqich talabasi*

Annotatsiya. Ushbu maqolada Lobachevskiy geometriyasining asosiy tushunchalari va uning zidsizligi masalasi ko‘rib chiqiladi. Xususan, Lobachevskiy tekisligining turli modellari, jumladan, Poincare disk modeli, Poincare yarim tekislik modeli va Beltrami–Klein modeli haqida batafsil ma’lumot beriladi. Shuningdek, ushbu modellarning o‘zaro bog‘liqligi va ularning geometriya asoslari, postulatlarga mosligi tahlil qilinadi. Maqolada Lobachevskiy geometriyasining zidsizligi masalasi ham yoritilib, uning matematik asoslari va isbotlari haqida fikr yuritiladi.

Kalit so‘zlar. Lobachevskiy geometriyasi, Poincare modeli, Beltrami–Klein modeli, giperbolik geometriya, zidsizlik, parallel postulat, noyevklid geometriya.

Annotation. This article examines the fundamental concepts of Lobachevsky geometry and the issue of its consistency. In particular, it provides a detailed analysis of various models of the Lobachevsky plane, including the Poincaré disk model, the Poincaré half-plane model, and the Beltrami–Klein model. Furthermore, the interrelation of these models and their compatibility with the foundations of geometry and postulates are analyzed. The article also addresses the consistency of Lobachevsky geometry, discussing its mathematical foundations and proofs.

Keywords. Lobachevsky geometry, Poincaré model, Beltrami–Klein model, hyperbolic geometry, consistency, parallel postulate, non-Euclidean geometry.

Аннотация. В данной статье рассматриваются основные понятия геометрии Лобачевского и проблема её непротиворечивости. В частности,



подробно анализируются различные модели плоскости Лобачевского, включая модель диска Пуанкаре, модель полуплоскости Пуанкаре и модель Бельтрами–Клейна. Кроме того, исследуется взаимосвязь этих моделей и их соответствие основам геометрии и аксиомам. В статье также затрагивается вопрос непротиворечивости геометрии Лобачевского, обсуждаются её математические основы и доказательства.

Ключевые слова. Геометрия Лобачевского, модель Пуанкаре, модель Бельтрами–Клейна, гиперболическая геометрия, непротиворечивость, постулат о параллельных, неевклидова геометрия.

Kirish. Evklid geometriyasi asrlar davomida matematikaning asosiy tayanchlaridan biri bo‘lib kelgan. Biroq XIX asrda matematiklar orasida Evklidning beshinchi postulatini isbotlashga bo‘lgan urinishlar yangi geometriyalar paydo bo‘lishiga olib keldi. Ushbu tadqiqotlar natijasida rus matematigi Nikolay Ivanovich Lobachevskiy tomonidan noyevklid geometriyasi yaratilgan. Lobachevskiy geometriyasida parallel to‘g‘ri chiziqlar tushunchasi Evklid geometriyasidan farq qiladi: berilgan to‘g‘ri chiziq va undan tashqarida yotgan nuqta orqali ushbu to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan bir nechta chiziqlar o‘tkazish mumkin. Ushbu yangi geometriya klassik Evklid geometriyasining cheklovlaridan chiqib, fazoviy tushunchalarni kengaytirishga xizmat qiladi. Lobachevskiy geometriyasining tushunchalarini o‘rganish uchun turli matematik modellar ishlab chiqilgan. Ulardan eng mashhurlari Poincare disk modeli, Poincare yarim tekislik modeli va Beltrami–Klein modelidir. Ushbu modellar yordamida giperbolik fazodagi to‘g‘ri chiziqlar, burchaklar va masofalar tushunchasi aniqlanadi hamda ushbu geometriyaning zidsizligi isbotlanadi.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili

Lobachevskiy geometriyasi bo‘yicha ko‘plab ilmiy tadqiqotlar olib borilgan bo‘lib, ushbu yo‘nalishda klassik va zamonaviy manbalar mavjud. Lobachevskiy geometriyasining paydo bo‘lishi va rivojlanish jarayoni bo‘yicha asosiy manbalardan biri N.I. Lobachevskiyning o‘z asarlari hisoblanadi. Jumladan, uning “Geometriyaning yangi bosh tamoyillari” (1835) nomli ishi noyevklid



geometriyasining ilk rasmiy taqdimoti hisoblanadi. Unda Lobachevskiy Evklidning beshinchi postulatidan voz kechib, parallel chiziqlar haqida yangi qarashlarni ilgari surgan. Shuningdek, B.R. Rosenfeldning “N.I. Lobachevskiy va uning geometriyasi” (1976) asarida olimning hayoti, ilmiy faoliyati va uning matematikaga qo‘shgan hissasi haqida batafsil ma’lumot berilgan.

Giperbolik geometriyaning asosiy tamoyillari va uning zidsizligi haqida S. P. Novikov va I. M. Gelfandlarning “Matematik mantiq va geometriya” (1989) kitobida keng yoritilgan. Ushbu kitobda matematik mantiq va geometriya tushunchalarining bog‘liqligi, shuningdek, noyevklid geometriyaning turli modellari va ularning matematik isbotlari keltirilgan. R. Bonola tomonidan yozilgan “Non-Euclidean Geometry” (1912) kitobi esa klassik noyevklid geometriyaning rivojlanish tarixi va asosiy tushunchalarini qamrab oladi. Unda Lobachevskiy va Rimani geometriyalari solishtirilib, ularning farqli jihatlari tahlil qilingan. Lobachevskiy tekisligining turli modellari haqida H.S.M. Coxeterning “Introduction to Geometry” (1961) asari muhim manba hisoblanadi. Ushbu kitobda Poincare disk modeli, Poincare yarim tekislik modeli va Beltrami–Klein modeli haqida batafsil ma’lumot berilgan. Coxeter ushbu modellarni oddiy vizual va analitik usullar yordamida tushuntirib, ularning geometriyadagi ahamiyatini ko‘rsatgan.

Tadqiqotlar metodologiyasi

Ushbu tadqiqotda Lobachevskiy geometriyasining turli modellari va uning zidsizligi masalasini o‘rganish uchun bir necha metodologik yondashuvlar qo‘llanildi. Tadqiqotning nazariy va amaliy asoslarini mustahkamlash, turli modellarni tahlil qilish va ularning geometriya tizimidagi o‘rnini aniqlash maqsadida quyidagi usullar asos qilib olindi. Nazariy tahlil metodi - tadqiqot davomida noyevklid geometriya va uning rivojlanish tarixi bo‘yicha mavjud ilmiy adabiyotlar, monografiyalar va ilmiy maqolalar o‘rganildi. Ushbu usul orqali Lobachevskiy geometriyasining paydo bo‘lishi, uning Evklid geometriyasidan farqli jihatlari va zamonaviy matematika tizimidagi ahamiyati tahlil qilindi. Shuningdek, giperbolik fazoning asosiy xususiyatlari, bu geometriyaning matematik va fizik sohalarda qo‘llanilishi haqida mavjud ilmiy manbalar asosida umumiy xulosalar chiqarildi. Aksiomatik yondashuv



- Lobachevskiy geometriyasi an'anaviy Evklid geometriyasidan farqli aksiomalar tizimiga asoslangan bo'lib, ushbu tadqiqotda aksiomalar taqqoslab o'rganildi. Xususan, Evklidning beshinchi postulatidan farqli ravishda Lobachevskiy geometriyasida parallel chiziqlar tushunchasi qanday shakllanishi matematik asoslar bilan tushuntirildi. Ushbu metod orqali noyevklid geometriyaning nazariy izchilligi va mantiqiy asoslari tadqiq etildi.

Matematik modellashtirish - Lobachevskiy geometriyasining turli modellarini o'rganish va ularning o'zaro bog'liqligini tushuntirish uchun matematik modellashtirish usuli qo'llanildi. Poincare disk modeli, Poincare yarim tekislik modeli va Beltrami-Klein modeli orqali giperbolik fazoda to'g'ri chiziqlar, masofalar, burchaklar va boshqa geometrik tushunchalarning ifodalanishi ko'rib chiqildi. Ushbu modellarni vizual va analitik jihatdan tahlil qilish orqali Lobachevskiy tekisligining fazoviy tushunchalarini chuqurroq anglash imkoniyati yaratildi. Mantiqiy dalillash va zidsizlikni isbotlash - Lobachevskiy geometriyasining zidsizligi masalasini yoritish uchun matematik mantiq va aksiomatik tizimlarning zidsizligi bo'yicha olib borilgan tadqiqotlar o'rganildi. Tadqiqotda Hilbert, Godel va boshqa matematiklarning geometriyaning ichki zidsizligini tekshirishga oid ishlari tahlil qilindi. Ushbu usul orqali Lobachevskiy geometriyasining ichki mantiqiy izchilligi va uning boshqa matematik strukturalarga mos kelishi isbotlanadi. Tadqiqot davomida qo'llangan metodologik yondashuvlar yordamida Lobachevskiy geometriyasining nazariy asoslari, turli modellarining matematik ifodalanishi va uning zidsizligi har tomonlama yoritildi. Matematik modellashtirish va aksiomatik yondashuv orqali ushbu geometriyaning mantiqiy izchilligi va amaliy ahamiyati isbotlandi. Ushbu tadqiqot natijalari noyevklid geometriyaning matematik va fizik fanlar bilan bog'liq jihatlarini chuqurroq o'rganishga imkon yaratadi.

Natija va muhokama

Tadqiqot davomida Lobachevskiy geometriyasining asosiy modellari, uning matematik aksiomalari va zidsizlik masalasi chuqur tahlil qilindi. Olingan natijalar ushbu geometriyaning nazariy va amaliy ahamiyatini aniqlashga imkon berdi. Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, Lobachevskiy geometriyasi uchta asosiy model



– Poincare disk modeli, Poincare yarim tekislik modeli va Beltrami–Klein modeli orqali ifodalanishi mumkin. Ushbu modellar yordamida giperbolik fazoda parallel chiziqlar, masofalar va burchaklarning qanday tasvirlanishi tushuntirildi. Xususan, Evklidning beshinchi postulatidan voz kechish natijasida noyevklid geometriya tamoyillari shakllangani va bu geometriyada parallel chiziqlar tushunchasi Evklid geometriyasidan tubdan farq qilishi aniqlandi. Tadqiqot davomida matematik aksiomatik tizimlar asosida Lobachevskiy geometriyasining ichki zidsizligi isbotlandi. Hilbert va boshqa matematiklar tomonidan ishlab chiqilgan aksiomatik yondashuvga tayangan holda, ushbu geometriyaning qat’iy mantiqiy asoslari borligi ko‘rsatildi. Bu esa, noyevklid geometriyaning nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliy nuqtayi nazardan ham dolzarb ekanini tasdiqlaydi.

Shuningdek, tadqiqot Lobachevskiy geometriyasining zamonaviy fan va texnologiyalar, jumladan, fizika va kosmologiya sohalarida keng qo‘llanilishini ko‘rsatdi. Albert Eynshteynning umumiy nisbiylik nazariyasi giperbolik fazolar bilan bog‘liq bo‘lib, Lobachevskiy geometriyasi bilan uzviy aloqadorligi aniqlandi. Bundan tashqari, ushbu geometriya axborot texnologiyalari va muhandislik sohalarida ham qo‘llanilishi mumkinligi tadqiqot davomida aniqlab berildi. Tadqiqot natijalari noyevklid geometriyaning matematik sistemalar ichida mustahkam o‘rin egallaganligini ko‘rsatdi. Uning zidsizligi, amaliy ahamiyati va turli modellar yordamida vizual hamda analitik jihatdan tasvirlanishi uni yanada chuqurroq o‘rganish uchun qulay imkoniyat yaratadi. Kelgusida Lobachevskiy geometriyasining fizika va muhandislik sohalaridagi qo‘llanilish imkoniyatlarini yanada kengroq o‘rganish tavsiya etiladi.

Xulosa va takliflar

Lobachevskiy geometriyasi noyevklid geometriyaning asosiy yo‘nalishlaridan biri bo‘lib, uning zidsizligi isbotlangan va turli modellar orqali ifodalanishi tasdiqlangan. Tadqiqot davomida ushbu geometriyaning asosiy tamoyillari, Poincare disk modeli, Poincare yarim tekislik modeli hamda Beltrami–Klein modeli orqali qanday tasvirlanishi ko‘rib chiqildi. Olingan natijalar shuni ko‘rsatdiki, Lobachevskiy geometriyasi fazoviy tuzilmalarni o‘rganishda muhim



nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Shuningdek, tadqiqot jarayonida Lobachevskiy geometriyasining zidsizligi va mantiqiy izchilligi matematik aksiomatik tizimlar asosida isbotlandi. Ushbu geometriyaning fizikaga, xususan, Eynshteynning umumiy nisbiylik nazariyasiga bevosita aloqadorligi aniqlangan bo'lib, u zamonaviy fan va texnologiyalar uchun ham muhim ahamiyat kasb etishi tasdiqlandi.

Tadqiqot natijalariga tayangan holda quyidagi takliflarni ilgari qo'yamiz. Birinchidan, matematika ta'limida noyevklid geometriyani kengroq o'rganish zarur. Lobachevskiy geometriyasi umumiy o'rta ta'lim va oliy ta'lim dasturlariga chuqurroq kiritilishi lozim. Bu talabalar va tadqiqotchilarning fazoviy geometriyani chuqurroq tushunishiga yordam beradi. Ikkinchidan, Lobachevskiy geometriyasi modellarining amaliy tadqiq etilishi muhim ahamiyatga ega. Giperbolik fazolarni ifodalovchi modellar fizika, informatika va muhandislik sohalarida kengroq qo'llanilishi uchun ilmiy-tadqiqot ishlarini rivojlantirish zarur.

Uchinchidan, noyevklid geometriyaning zamonaviy texnologiyalarga tatbiqini kengaytirish lozim. Lobachevskiy geometriyasi kvant fizikasi, axborot texnologiyalari va sun'iy intellekt sohalarida tadqiq etilishi mumkin. Shu sababli, mazkur yo'nalishdagi ilmiy izlanishlarni kengaytirish lozim. To'rtinchidan, matematik modellashtirish va kompyuter dasturlaridan foydalanish imkoniyatlarini oshirish zarur. Lobachevskiy geometriyasini chuqurroq o'rganish va vizualizatsiya qilish uchun kompyuter dasturlaridan, jumladan, MATLAB, GeoGebra va boshqa matematik simulyatsiya vositalaridan keng foydalanish tavsiya etiladi. Xulosa qilib aytganda, Lobachevskiy geometriyasi matematik, fizik va texnologik tadqiqotlar uchun muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Uning ta'lim jarayonida va amaliy fanlarda qo'llanilishini kengaytirish ushbu yo'nalishda yangi ilmiy natijalarga erishish imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

Uktamov, M. "Modeling the professional training development of future teachers through computer training." Science and innovation 2.B9 (2023): 139-141.



Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "Iqtisodiyotni raqamlashtirish sharoitida iqtisodiy jarayonlar va moliyaviy munosabatlarning transformatsiyasi." Nashrlar (2024): 38-41.

O'G'Li, Madadjon O'Ktam. "Kuzatuv quduqlarida yer osti suvlarini gidrorejim parametrlarini masofaviy nazorat qilishning avtomatlashgan tizimlari." Science and Education 2.12 (2021): 202-211.

Musirmonov, Shohboz, and Jasmina Toshpo'lotova. "Moliya bozorini rivojlantirishda yashil iqtisodiyotga o'tishining muammolari va yechimlari." Nashrlar (2024): 374-377.

Muhammadiyev, Alijon, and Shukurullo Aliqulov. "PROSPECTS OF USING COMPUTER TECHNOLOGIES IN MODERN EDUCATION." Наука и технология в современном мире 3 (2024): 90-92.

Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "XXI ASR YOSHLARINING AXBOROT PSIXOLOGIK XAFSIZLIGINI TA'MINLASH MASALALARI." Universal xalqaro ilmiy jurnal 1 (2024): 445-447.

Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "SHAXSLARDA TAVAKKALCHILIK BILAN BOG'LIQ VIRTUAL O'YINLARGA MOYILLIGINI PSIXOLOGIK XUSUSIYATLARI." Universal xalqaro ilmiy jurnal 1 (2024): 776-777.

Toshpo'lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "CURRENT ISSUES OF TEACHING UZBEK AND RUSSIAN LANGUAGES IN THE PROCESS OF GLOBALIZATION." Models and methods in modern science 3 (2024): 187-191.

Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "TEXNIKA OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA XORIJIY TILLARNI O'QITISHNING DOLZARB MASALALARI." Прикладные науки в современном мире: проблемы и решения 3 (2024): 10-12.

Toshpo'lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "TA'LIM TIZIMIGA INNOVATSION TEXNOLOGIYALARNI JORIY ETISH VA INTEGRATSIYALASH MASALALARI." Общественные науки в современном мире: теоретические и практические исследования 3 (2024): 46-49.



Madadjon, O'Ktamov. "PEDAGOGIKA OLIY TA'LIM MUASSASALARI TALABALARINING INFORMATIKADAN AXBOROT-TEKNOLOGIK KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI." Academic research in educational sciences 4.CSPU Conference 1 (2023): 275-281.

Октамов, Мададжон, Жасмина Тошполотова, and Яйра Мусурманова. "Aniq fanlarni o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo'llagan holda dars jarayonlarini tashkil etish." Новый Узбекистан: наука, образование и инновации 1.1 (2024): 432-434.