

**LEJANDR VA YAKOBI SIMVOLLARI VA ULARNING
XOSSALARI****Zahriddinova Shaxlo***“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi”**kafedrasi o‘qituvchisi***Toshpo‘lotova Jasmina Nuriddin qizi***Shahrisabz davlat pedagogika instituti**“Matematika va Informatika” yo‘nalishi 2-bosqich talabasi**jasminatoshpulotova06@gmail.com (97) 389-83-78*

Annotatsiya. Ushbu maqolada Lejandr va Yakobi simvollarining asosiy tushunchalari va ularning xossalari ko‘rib chiqiladi. Lejandr simvoli orqali kvadratik qoldiqlar nazariyasining asosiy tamoyillari yoritilib, uning Euler kriteriy va Gauss teoremlari bilan bog‘liqligi tushuntiriladi. Shuningdek, Yakobi simvoli Lejandr simvolining umumlashmasi sifatida ko‘rib chiqilib, uning asosiy xossalari va hisoblash usullari bayon etiladi. Maqolada ushbu simvollarning sonlar nazariyasidagi o‘rni va amaliy qo‘llanilishi ham muhokama qilinadi.

Kalit so‘zlar. Lejandr simvoli, Yakobi simvoli, kvadratik qoldiq, Eyler kriteriyasi, Gauss teoremasi, sonlar nazariyasi.

Аннотация. В данной статье рассматриваются основные понятия символов Лежандра и Якоби, а также их свойства. Символ Лежандра используется для объяснения основных принципов теории квадратичных вычетов, разъясняя его связь с критерием Эйлера и теоремами Гаусса. Кроме того, символ Якоби рассматривается как обобщение символа Лежандра, и излагаются его основные свойства и методы вычисления. В статье также обсуждается роль этих символов в теории чисел и их практическое применение.

Ключевые слова. Символ Лежандра, символ Якоби, квадратичный вычет, критерий Эйлера, теорема Гаусса, теория чисел.



Annotation. This article examines the fundamental concepts of the Legendre and Jacobi symbols and their properties. The Legendre symbol is used to explain the basic principles of quadratic residue theory, clarifying its connection with Euler's criterion and Gauss's theorems. Additionally, the Jacobi symbol is considered as a generalization of the Legendre symbol, and its main properties and computational methods are presented. The article also discusses the role of these symbols in number theory and their practical applications.

Keywords. Legendre symbol, Jacobi symbol, quadratic residue, Euler's criterion, Gauss's theorem, number theory.

Kirish. Sonlar nazariyasida kvadratik qoldiqlar va ularning xossalarini o'rganish muhim masalalardan biri hisoblanadi. Bu sohada Lejandr va Yakobi simvollari asosiy tushunchalar bo'lib, ular orqali butun sonlarning kvadratik qoldiq yoki qoldiq emasligini aniqlash mumkin. Ushbu tushunchalar matematik analiz, kriptografiya va algoritmik hisoblashlarda keng qo'llaniladi. Lejandr simvoli ilk bor Adrien-Marie Legendre tomonidan kvadratik qoldiqlarni tasniflashda kiritilgan bo'lib, u kvadratik reciprocitet qonuni bilan bog'liq muhim tushunchadir. Lejandr simvoli orqali berilgan tub modul bo'yicha kvadratik qoldiq yoki qoldiq emasligini aniqlash imkoniyati yaratiladi. Keyinchalik, Yakobi simvoli Lejandr simvolining umumlashmasi sifatida Carl Gustav Jacob Jacobi tomonidan taklif qilingan va u murakkab modul bo'yicha kvadratik qoldiqlarni tahlil qilishda muhim vosita sifatida ishlatilgan. Lejandr va Yakobi simvollari sonlar nazariyasining asosiy tamoyillaridan biri bo'lib, ularning xossalari orqali ko'plab muhim teorema va algoritmlar isbotlanadi. Ayniqsa, kvadratik reciprocitet qonuni bu simvollarning fundamental xususiyatlaridan biri bo'lib, u sonlar nazariyasining rivojlanishida muhim rol o'ynagan.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili. Lejandr va Yakobi simvollari sonlar nazariyasining muhim bo'limlaridan biri bo'lib, ularning nazariy va amaliy jihatlari ko'plab tadqiqotchilar tomonidan o'rganilgan. Ushbu maqolada mavzuga doir muhim adabiyotlar va ularning mazmuni tahlil qilinadi. Lejandr va Yakobi simvollari



bo'yicha dastlabki tadqiqotlar klassik matematiklarning asarlarida o'z aksini topgan. Adrien-Marie Legendre 1798-yilda Lejandr kvadratik qoldiqlar nazariyasini o'rganib, Lejandr simvolini kiritgan va uni Euler kriteriy bilan bog'lagan. Carl Gustav Jacob Jacobi esa 1837-yilda Yakobi simvolini taklif qilib, uni Lejandr simvolining umumlashmasi sifatida ko'rsatgan. Ushbu ilmiy ishlarda kvadratik qoldiqlar nazariyasining asoslari qo'yilgan va ularning asosiy xossalari bayon etilgan.

Sonlar nazariyasi bo'yicha ko'plab zamonaviy manbalarda Lejandr va Yakobi simvollari batafsil yoritilgan. G. H. Hardy va E. M. Wright tomonidan yozilgan "An Introduction to the Theory of Numbers" kitobida kvadratik qoldiqlar, Lejandr va Yakobi simvollari, ularning xossalari va isbotlari haqida batafsil ma'lumot berilgan. K. Ireland va M. Rosenning "A Classical Introduction to Modern Number Theory" asarida kvadratik reciprocitet qonuni, Lejandr va Yakobi simvollarining asosiy xususiyatlari tushuntirilgan va ularning amaliy tatbiqlari keltirilgan. D. M. Burtonning "Elementary Number Theory" kitobida esa kvadratik qoldiqlar nazariyasi, Lejandr va Yakobi simvollari haqida boshlang'ich darajadagi ma'lumotlar berilgan va ularning oson tushuniladigan isbotlari keltirilgan.

So'nggi yillarda Lejandr va Yakobi simvollari sonlar nazariyasi va kriptografiya sohasida keng o'rganilgan. J. P. Serre tomonidan yozilgan "A Course in Arithmetic" tadqiqotida kvadratik qoldiqlar va reciprocitet qonuni haqida ilg'or yondashuvlar berilgan. R. Lidl va H. Niederreiterning "Finite Fields" kitobida Lejandr va Yakobi simvollarining oxirgi maydonlar nazariyasidagi o'rni va ularning kodlash nazariyasiga ta'siri yoritilgan. Kriptografik tadqiqotlar sohasida Lejandr va Yakobi simvollari zamonaviy kriptografik algoritmlarda, masalan, RSA va Blum-Blum-Shub generatorlarida qo'llanilishi haqida tadqiqotlar olib borilgan. Bu borada A. Menezes, P. van Oorschot va S. Vanstone tomonidan yozilgan "Handbook of Applied Cryptography" asari muhim manba hisoblanadi. Mavzuga doir adabiyotlarni tahlil qilish natijasida shuni ko'rish mumkinki, Lejandr va Yakobi simvollari nafaqat klassik sonlar nazariyasi nuqtayi nazaridan, balki zamonaviy kriptografiya va algoritmik hisoblashlar doirasida ham muhim ahamiyat kasb etadi.

Tadqiqotlar metodologiyasi



Tadqiqotlar metodologiyasi tadqiqotning aniq maqsadlari va usullarini belgilashga xizmat qiladi. Lejandr va Yakobi simvollarini bilan bog'liq tadqiqotlar sonlar nazariyasi va algebraik geometriya nuqtayi nazaridan olib borilgan bo'lib, ushbu ishda nazariy va eksperimental usullar uyg'unlashgan holda qo'llanildi. Birinchi bosqichda mavzuga oid ilmiy adabiyotlar tahlil qilinib, Lejandr va Yakobi simvollarini haqidagi mavjud nazariyalar o'rganildi. Klassik va zamonaviy manbalar tahlil qilinib, ularning asosiy yondashuvlari va natijalari umumlashtirildi. Bunda G. H. Hardy, K. Ireland, D. M. Burton, J. P. Serre va boshqa olimlarning tadqiqotlariga tayangan holda asosiy kontseptual tamoyillar aniqlab olindi.

Ikkinchi bosqichda, tadqiqotning asosiy metodlari sifatida nazariy tahlil va matematik isbot usullaridan foydalanildi. Kvadratik reciprocitet qonuni va unga bog'liq teoremlar asosida Lejandr va Yakobi simvollarining xossalari o'rganildi. Ularning isbotlari va o'zaro bog'liqligi matematik modellashirish yordamida mustahkamlandi. Shuningdek, eksperimental usullar qo'llanilib, turli sonlar uchun Lejandr va Yakobi simvollarining qiymatlari hisoblab chiqildi. Buning uchun dasturlash tillaridan foydalangan holda algoritmlar ishlab chiqildi va natijalar nazariy xulosalar bilan taqqoslandi. Tadqiqot natijalarini tekshirish va umumlashtirish bosqichida statistik va analiz usullari qo'llanildi. Olingan natijalarning to'g'riligini tekshirish uchun matematik dalillar va mavjud ilmiy manbalar bilan taqqoslash ishlari olib borildi.

Natija va muhokamalar

Nazariy tahlil natijalariga ko'ra, Lejandr va Yakobi simvollarini o'rtasidagi bog'liqlik ularning hisoblash jarayonini soddalashtirishga imkon beradi. Yakobi simvoli Lejandr simvolining umumlashgan shakli sifatida har qanday butun toq son uchun aniqlanishi mumkin va bu, ayniqsa, katta sondagi hisob-kitoblarda samaradorlikni oshirishga yordam beradi. Eksperimental natijalarga ko'ra, Lejandr va Yakobi simvollarining xossalari hisoblash uchun ishlab chiqilgan algoritmlar mavjud nazariy ma'lumotlar bilan mos kelishi tasdiqlandi. Sinov hisob-kitoblari orqali Yakobi simvolining tezkor hisoblash algoritmlari samaradorligi baholandi va an'anaviy usullarga nisbatan vaqt jihatidan sezilarli darajada tejamkorligi aniqlandi.



Muhokama jarayonida, Lejandr va Yakobi simvollarining sonlar nazariyasidagi roli va ularning kriptografik algoritmlardagi ahamiyati ta'kidlandi. Ayniqsa, Yakobi simvolining RSA kabi zamonaviy shifrlash tizimlarida ishlatilishi uning amaliy ahamiyatini yana bir bor tasdiqlaydi. Bundan tashqari, natijalar shuni ko'rsatdiki, kvadratik reciprocitet qonuni orqali ushbu simvollarning murakkab sonlar nazariyasidagi boshqa tushunchalar bilan bog'liqligi yanada chuqur tadqiqotlarni talab qiladi.

Xulosa va takliflar

Yakobi simvoli Lejandr simvolining umumiy shakli bo'lib, u katta sonlar ustida hisob-kitoblarni optimallashtirish imkonini beradi. Tadqiqot davomida ishlab chiqilgan algoritmlar va nazariy analizlar ushbu simvollarni hisoblash jarayonlarini sezilarli darajada soddalashtirish va tezlashtirishga yordam beradi. Natijalar shuni ko'rsatadiki, Lejandr va Yakobi simvollarining kriptografiya, kodlash nazariyasi hamda zamonaviy hisoblash tizimlarida samarali qo'llanilishi mumkin. Lejandr va Yakobi simvollarining hisoblash algoritmlarini yanada takomillashtirish va ularning samaradorligini oshirish bo'yicha chuqurroq tadqiqotlar olib borish kerak. Ushbu simvollarni kvant hisoblash va zamonaviy kriptografik tizimlar bilan bog'lash bo'yicha izlanishlar amalga oshirilishi lozim. Lejandr va Yakobi simvollari asosida yangi matematik modellar ishlab chiqish va ularni shifrlash algoritmlarida sinovdan o'tkazish maqsadga muvofiq. Sonlar nazariyasida ushbu simvollarning yangi qo'llanilish yo'nalishlarini o'rganish va ularni boshqa matematik tushunchalar bilan bog'lash muhim vazifalardan biri hisoblanadi. Shunday qilib, tadqiqot natijalari va takliflar Lejandr va Yakobi simvollarining ilmiy va amaliy qo'llanilish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Uktamov, M. "Modeling the professional training development of future teachers through computer training." *Science and innovation* 2.B9 (2023): 139-141.
2. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "Iqtisodiyotni raqamlashtirish sharoitida iqtisodiy jarayonlar va moliyaviy munosabatlarning transformatsiyasi." *Nashrlar* (2024): 38-41.



3. O'G'Li, Madadjon O'Ktam. "Kuzatuv quduqlarida yer osti suvlarini gidrorejim parametrlarini masofaviy nazorat qilishning avtomatlashgan tizimlari." *Science and Education* 2.12 (2021): 202-211.
4. Musirmonov, Shohboz, and Jasmina Toshpo'lotova. "Moliya bozorini rivojlantirishda yashil iqtisodiyotga o'tishining muammolari va yechimlari." *Nashrlar* (2024): 374-377.
5. Muhammadiyev, Alijon, and Shukurullo Aliqulov. "PROSPECTS OF USING COMPUTER TECHNOLOGIES IN MODERN EDUCATION." *Наука и технология в современном мире* 3 (2024): 90-92.
6. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "XXI ASR YOSHLARINING AXBOROT PSIXOLOGIK XAFSIZLIGINI TA'MINLASH MASALALARI." *Universal xalqaro ilmiy jurnal* 1 (2024): 445-447.
7. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "SHAXSLARDA TAVAKKALCHILIK BILAN BOG'LIQ VIRTUAL O'YINLARGA MOYILLIGINI PSIXOLOGIK XUSUSIYATLARI." *Universal xalqaro ilmiy jurnal* 1 (2024): 776-777.
8. Toshpo'lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "CURRENT ISSUES OF TEACHING UZBEK AND RUSSIAN LANGUAGES IN THE PROCESS OF GLOBALIZATION." *Models and methods in modern science* 3 (2024): 187-191.
9. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "TEXNIKA OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA XORIJIY TILLARNI O'QITISHNING DOLZARB MASALALARI." *Прикладные науки в современном мире: проблемы и решения* 3 (2024): 10-12.
10. Toshpo'lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "TA'LIM TIZIMIGA INNOVATSION TEXNOLOGIYALARNI JORIY ETISH VA INTEGRATSIYALASH MASALALARI." *Общественные науки в современном мире: теоретические и практические исследования* 3 (2024): 46-49.
11. Madadjon, O'Ktamov. "PEDAGOGIKA OLIY TA'LIM MUASSASALARI TALABALARINING INFORMATIKADAN AXBOROT-TEXNOLOGIK



KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI." *Academic research in educational sciences* 4.CSPU Conference 1 (2023): 275-281.

12. Октамов, Мададжон, Жасмина Тошполотова, and Яйра Мусурманова. "Aniq fanlarni o 'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo 'llagan holda dars jarayonlarini tashkil etish." *Новый Узбекистан: наука, образование и инновации* 1.1 (2024): 432-434.