



## VILSON TEOREMASINING ISBOTI VA UNGA DOIR MISOL VA MASALALAR YECHISH

**Zahriddinova Shaxlo**

*“Matematika va ta’limda axborot texnologiyasi” kafedrası o’qituvchisi*

**Musayeva Mushtariy Suyarovna**

*Shahrisabz davlat pedagogika insituti*

*“Matematika va Informatika” yo’nalishi 2- bosqich talabasi*

**Annotatsiya.** Vilson teoremasi tub sonlarning faktoriali va modul arifmetikadagi xususiyatlarini ifodalovchi muhim teoremalardan biridir. Teoremaga ko’ra, agar  $p$  tub son bo’lsa, u holda  $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$  tengligi o’rinli bo’ladi. Bu teoremaning isboti teskari elementlar va juftliklar hosil qilish usuli orqali amalga oshiriladi. Shuningdek, Vilson teoremasidan foydalanib, turli misol va masalalarni yechish mumkin. Bu mavzu tub sonlar va ularning xossalarni chuqurroq tushunishga yordam beradi.

**Kalit so’zlar:** Vilson teoremasi, faktorial, modul arifmetika, tub sonlar, matematik isbot, teskari element, juftliklar usuli, qoldiq, masalalar yechish, misollar.

**Annotation:** Wilson's theorem is one of the important theorems that describe the properties of factorials of prime numbers and modular arithmetic. According to the theorem, if  $p$  is a prime number, then the congruence  $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$  holds. The proof of this theorem is carried out using the method of inverse elements and pairing. Additionally, Wilson's theorem can be used to solve various examples and problems. This topic helps to gain a deeper understanding of prime numbers and their properties.

**Keywords:** Wilson's theorem, factorial, modular arithmetic, prime numbers, mathematical proof, inverse element, pairing method, remainder, problem solving, examples.

**Аннотация:** Теорема Вильсона — одна из важных теорем, описывающих свойства факториалов простых чисел и модульной арифметики.



Согласно теореме, если  $p$  — простое число, то выполняется сравнение  $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ . Доказательство этой теоремы осуществляется с использованием метода обратных элементов и формирования пар. Кроме того, теорему Вильсона можно использовать для решения различных примеров и задач. Эта тема помогает глубже понять простые числа и их свойства.

**Ключевые слова:** Теорема Вильсона, факториал, модульная арифметика, простые числа, математическое доказательство, обратный элемент, метод пар, остаток, решение задач, примеры

Vilson Teoremasi: Vilson teoremasi matematikada, ayniqsa tub sonlar nazariyasida muhim o'rin tutadi. Ushbu teorema quyidagicha ifodalanadi:

Agar  $p$  tub son bo'lsa, u holda:

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$$

ya'ni,  $(p-1)!$  faktorialining  $p$  ga bo'lgandagi qoldig'i  $-1$  bo'ladi.

Agar  $p$  tub son bo'lmasa, ushbu tenglik bajarilmaydi. Vilson Teoremasining Isboti

Vilson teoremasini isbotlash uchun quyidagi qadamlarni bajarish mumkin:

1. Faktorial tushunchasi  $(p-1)!$  ni quyidagicha yozish mumkin:  $(p-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (p-1)$  bu yerda barcha sonlar  $p$  dan kichik va  $p$  ga nisbatan o'zaro tubdir.

2. Modul bo'yicha teskari elementlar. Har bir  $a$  uchun modul  $p$  bo'yicha teskari element  $b$  mavjud bo'lib,  $a \cdot b \equiv 1 \pmod{p}$  shartni qanoatlantiradi. Agar  $a \neq b$  bo'lsa, ular juftlik hosil qiladi va ularning ko'paytmasi  $1$  ga ekvivalent bo'ladi.

3. O'ziga teskari sonlar. Faqat ikkita son o'ziga teskari bo'lishi mumkin:

$$1 \equiv 1 \pmod{p}$$

$$p-1 \equiv -1 \pmod{p}$$

Shuning uchun barcha sonlar juftlik hosil qilib, bekor bo'ladi, faqat  $(p-1)(p-1)$  qismi qoladi.



4. Yakuniy natija:  $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$   $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$

Bu orqali teorema isbotlandi.

Misol va Masalalar Yechish

Misol 1:

$p=7$  uchun Vilson teoremasini tekshiramiz:

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 \quad 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

720 ni 7 ga bo'lib qoldiqni topamiz:

$$720 \div 7 = 102 \text{ (butun qismi)} \quad 720 \div 7 = 102 \quad \text{butun qismi}$$

$$720 - 102 \times 7 = 720 - 714 = 6 \quad 6! \equiv -1 \pmod{7} \quad 6! \equiv -1 \pmod{7}$$

Demak, Vilson teoremasi bajariladi.

Masala 1:

$p=11$  bo'lsa,  $10!$  ning 11 ga bo'lgandagi qoldig'ini toping.

$$\text{Yechim: } 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 10 \quad 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 10$$

$$\text{Vilson teoremasiga ko'ra: } 10! \equiv -1 \pmod{11} \quad 10! \equiv -1 \pmod{11}$$

Demak, javob:  $-1$  yoki  $10$  (modul 11 bo'yicha ekvivalent).

Vilson teoremasi shunday deyiladi: Agar  $p$  tub son bo'lsa, u holda:  $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$   $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$  ya'ni,  $(p-1)!$  soni  $p$  ga bo'lganda qoldiq  $-1$  ga teng bo'ladi.

Vilson teoremasining isboti

Faktorial tushunchasi:

$$(p-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (p-1) \quad (p-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (p-1)$$

Teskari elementlar: Agar  $a$  soni  $p$  tub songa nisbatan teskari bo'lsa, ya'ni  $a^{-1} a \equiv 1 \pmod{p}$  mavjud bo'lsa, u holda  $a \cdot a^{-1} \equiv 1 \pmod{p}$   $a \cdot a^{-1} \equiv 1 \pmod{p}$ .

Juftliklar hosil qilish: Mod  $p$  bo'yicha har bir  $a$  uchun teskari son  $b$  topiladi, shundayki  $a \cdot b \equiv 1 \pmod{p}$   $a \cdot b \equiv 1 \pmod{p}$ . Tub sonlarda bunday juftliklar hosil qilish mumkin, bundan tashqari faqat  $a \equiv -a \pmod{p}$   $a \equiv -a \pmod{p}$  bo'lsa,  $a^2 \equiv 1 \pmod{p}$   $a^2 \equiv 1 \pmod{p}$  tenglik o'rinli bo'ladi. Maxsus qiymatlar: Faqat 1 va  $p-1$  o'zining teskari o'ziga teng. Shuning uchun faktorialda barcha sonlar juft-juft bekor bo'ladi, lekin  $(p-1)(p-1)$  qismi qolib ketadi:



$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p} \quad (p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$$

Shunday qilib, teorema isbotlandi.

Misol va masalalar yechish

Misol 1

7 tub soni uchun Vilson teoremasini tekshiramiz:

$$(7-1)! = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720 \quad (7-1)! = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

720 sonini 7 ga bo'lib qoldiqni topamiz:

$$720 \div 7 = 102 \text{ (butun qismi)}, 720 - 102 \times 7 = 720 - 714 = 6 \quad 720 \div 7 = 102 \text{ (butun qismi)}, \quad 720 - 102 \times 7 = 720 - 714 = 6$$

$$6! \equiv -1 \pmod{7} \quad 6! \equiv -1 \pmod{7}$$

Demak, Vilson teoremasi to'g'ri!

Masala 1

$p=11$  bo'lganda  $(p-1)!$  ning 11 ga bo'lgandagi qoldig'ini toping.

Yechim:

$$(11-1)! = 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 10 \quad (11-1)! = 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 10$$

Vilson teoremasiga ko'ra:

$$10! \equiv -1 \pmod{11} \quad 10! \equiv -1 \pmod{11}$$

Demak, javob:  $-1$  yoki  $10$ .

**Xulosa.** Vilson teoremasi matematikada, ayniqsa tub sonlar nazariyasida muhim o'rin tutadi. Ushbu teorema yordamida istalgan sonning tub yoki tub emasligini tekshirish mumkin. Vilson teoremasi shuni ko'rsatadiki, agar  $p$  tub son bo'lsa, unda  $(p-1)!$  ning  $p$  ga bo'lgandagi qoldig'i har doim  $-1$  ga teng bo'ladi. Bu teorema matematik isbotlar, modul arifmetika va kombinatorika masalalarida ham qo'llaniladi. Matematik masalalarni yechishda Vilson teoremasidan foydalanish orqali tub sonlar bilan bog'liq ko'plab murakkab muammolarni soddalashtirish mumkin. Shu bilan birga, u oddiy tublikni tekshirish usullaridan farqli ravishda amaliy hisob-kitoblarda unchalik tez ishlatilmaydi, chunki faktoriallar juda katta sonlarni hosil qiladi. Darslarda qo'llash, o'quvchilarga Vilson teoremasini tushuntirish uchun real misollar va masalalar yechish tavsiya etiladi. Ilovalarni



kengaytirish, Vilson teoremasi orqali boshqa tub sonlarga oid xususiyatlarni o'rganish va chuqurroq tadqiq qilish mumkin. Dasturlashda qo'llash, tub sonlarni aniqlash algoritmlarida Vilson teoremasidan foydalanish imkoniyatlari o'rganilishi lozim. Kombinatorikadagi ahamiyatini tahlil qilish, bu teorema faktoriallar bilan bog'liq bo'lgani uchun kombinatorikada qanday ishlatilishini chuqurroq o'rganish mumkin. Yangi isbot usullarini izlash, Vilson teoremasining alternativ isbotlarini topish va ularni o'quvchilarga taqdim etish matematikani yanada qiziqarli qiladi.

### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI**

1. Uktamov, M. "Modeling the professional training development of future teachers through computer training." Science and innovation 2.B9 (2023): 139-141.
2. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "Iqtisodiyotni raqamlashtirish sharoitida iqtisodiy jarayonlar va moliyaviy munosabatlarning transformatsiyasi." Nashrlar (2024): 38-41.
3. O'G'Li, Madadjon O'Ktam. "Kuzatuv quduqlarida yer osti suvlarini gidrorejim parametrlarini masofaviy nazorat qilishning avtomatlashgan tizimlari." Science and Education 2.12 (2021): 202-211.
4. Musirmonov, Shohboz, and Jasmina Toshpo'lotova. "Moliya bozorini rivojlantirishda yashil iqtisodiyotga o'tishining muammolari va yechimlari." Nashrlar (2024): 374-377.
5. Muhammadiyev, Alijon, and Shukurullo Aliqulov. "PROSPECTS OF USING COMPUTER TECHNOLOGIES IN MODERN EDUCATION." Наука и технология в современном мире 3 (2024): 90-92.
6. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "XXI ASR YOSHLARINING AXBOROT PSIXOLOGIK XAFSIZLIGINI TA'MINLASH MASALALARI." Universal xalqaro ilmiy jurnal 1 (2024): 445-447.
7. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo'lotova. "SHAXSLARDA TAVAKKALCHILIK BILAN BOG'LIQ VIRTUAL O'YINLARGA MOYILLIGINI PSIXOLOGIK XUSUSIYATLARI." Universal xalqaro ilmiy jurnal 1 (2024): 776-777.



8. Toshpo‘lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "CURRENT ISSUES OF TEACHING UZBEK AND RUSSIAN LANGUAGES IN THE PROCESS OF GLOBALIZATION." *Models and methods in modern science* 3 (2024): 187-191.
9. Musurmanova, Yayra, and Jasmina Toshpo‘lotova. "TEXNIKA OLIY TA’LIM MUASSASALARIDA XORIJIY TILLARNI O ‘QITISHNING DOLZARB MASALALARI." *Прикладные науки в современном мире: проблемы и решения* 3 (2024): 10-12.
10. Toshpo‘lotova, Jasmina, and Yayra Musurmanova. "TA’LIM TIZIMIGA INNOVATSION TEXNOLOGIYALARNI JORIY ETISH VA INTEGRATSIYALASH MASALALARI." *Общественные науки в современном мире: теоретические и практические исследования* 3 (2024): 46-49.
11. Madadjon, O‘Ktamonov. "PEDAGOGIKA OLIY TA’LIM MUASSASALARI TALABALARINING INFORMATIKADAN AXBOROT-TEXNOLOGIK KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI." *Academic research in educational sciences* 4.CSPU Conference 1 (2023): 275-281.
12. Октамов, Мададжон, Жасмина Тошполотова, and Яйра Мусурманова. "Aniq fanlarni o ‘qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo ‘llagan holda dars jarayonlarini tashkil etish." *Новый Узбекистан: наука, образование и инновации* 1.1 (2024): 432-434.