

PARABOLIK, GIPERBOLIK VA ELLIPTIK TENGLAMALAR UCHUN TESKARI MASALA YECHIMINI QURISH

G'ulomjonova Sakinabonu Rashidjon qizi

Farg'ona davlat universiteti 3-kurs talabasi

E-mail: g.sakinabonu@icloud.com

Annotatsiya: Mazkur maqolada parabolik, giperbolik va elliptik turdagi differensial tenglamalar uchun teskari masalalar ko'rib chiqiladi. Teskari masalalarning nokorrektligi, ularning qo'llanish sohasi va fizik modellar asosida yuzaga kelishi muhokama qilinadi. Har bir tenglama turiga tegishli teskari masalalar uchun yechimni tiklash usullari bayon qilinadi. Tiklash masalalarining nokorrekt xususiyatlari, shuningdek, ularni yechishdagi asosiy yondashuvlar, xususan, regulizatsiya usullari yoritiladi.

Kalit so'zlar: Teskari masala, nokorrekt masala, parabolik tenglama, giperbolik tenglama, elliptik tenglama, regulizatsiya, Fredholm operatori, tiklash masalasi.

Аннотация: В статье рассматриваются обратные задачи для дифференциальных уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типов. Обсуждается некорректность обратных задач, их применение и возникновение на основе физических моделей. Описываются методы восстановления решений обратных задач для каждого типа уравнений. Освещены некорректные (некорректные) свойства задач восстановления, а также основные подходы к их решению, в частности, методы регуляризации. Ключевые слова: Обратная задача, некорректная задача, параболическое уравнение, гиперболическое уравнение, эллиптическое уравнение, регуляризация, оператор Фредгольма, задача восстановления.

Ключевые слова: Исследование процессов, линейное симплекс-метод, программирование, оптимизация, принятие решений, базис, ограничения, целевая функция. Программирование, симплекс-метод, оптимизация, принятие решений, ограничения, целевая функция, базис.

Abstract: This article considers inverse problems for differential equations of parabolic, hyperbolic, and elliptic types. The ill-posedness of inverse problems, their application, and their occurrence on the basis of physical models are discussed. Methods for recovering solutions for inverse problems of each type of equation are described. The ill-posed (ill-posed) properties of recovery problems, as well as the main approaches to solving them, in particular, regularization methods, are covered.

Keywords: Inverse problem, ill-posed problem, parabolic equation, hyperbolic equation, elliptic equation, regularization, Fredholm operator, recovery problem.

Kirish

Differensial tenglamalar yordamida fizik, texnik va biologik jarayonlarni modellashtirish keng qo'llaniladi. Ushbu modellar orqali to'g'ri masalalarni yechish bilan bir qatorda, teskari masalalar - ya'ni ba'zi ma'lumotlar bo'yicha noma'lum funksiyalar yoki parametrlarni aniqlash masalalari ham muhim o'rin tutadi. Teskari masalalar, odatda, nokorrekt masalalar turiga kiradi, ya'ni ularning yechimi mavjud bo'lmasligi, yagona bo'lmasligi yoki berilgan ma'lumotlarga nisbatan uzluksiz bog'liq bo'lmasligi mumkin. Mazkur maqolada klassik parabolik, giperbolik va elliptik tenglamalar asosidagi teskari masalalarni ko'rib chiqamiz va ular uchun yechimni qurish yondashuvlarini tahlil qilamiz.

Asosiy qism

Teskari masalalar matematik fizika va amaliy analizda keng uchraydigan va muhim o'rinni egallaydigan masalalardan hisoblanadi. Ushbu masalalar odatda fizik jarayonlarning ma'lum natijalari asosida ularning sabablarini aniqlashga qaratilgan bo'ladi. Bunday masalalar klassik to'g'ri masalalardan farqli ravishda noaniqlik va noaniq yechimlar bilan bog'liq bo'ladi. Shuning uchun ularni yechishda maxsus yondashuvlar va matematik usullar qo'llaniladi. Parabolik turdagi differensial tenglamalar issiqlik tarqalishi, diffuziya jarayonlari kabi fizik holatlarni ifodalaydi. Parabolik teskari masalalarda ko'pincha vaqtning oxirgi momentidagi holat ma'lum bo'lib, boshlang'ich shartlarni aniqlash talab etiladi. Bunday masalalar juda sezgir bo'lib, ma'lumotlardagi kichik xatoliklar yechimga katta ta'sir ko'rsatadi. Shuning uchun ularni yechishda silliqlovchi metodlar, regulizatsiya yondashuvlari va to'liq fizik model asosida aniqlikni ta'minlovchi algoritmlar ishlab chiqiladi. Giperbolik tenglamalar odatda to'liq jarayonlarini, masalan, tovush to'liqlari, elektromagnit yoki elastik to'liqlarni ifodalaydi. Teskari giperbolik masalalarda boshlang'ich holat yoki tashqi kuchlar haqida ma'lumotlar cheklangan bo'ladi va ularni tiklash zarur. Bu holat ham sezgirlik jihatidan murakkab bo'lib, ko'plab integral usullar, funksional analiz yondashuvlari va statistik baholash texnikalari qo'llanadi. Ba'zida eksperimental ma'lumotlar bilan birgalikda kombinatsiyalangan yondashuvlar ham foydali bo'ladi. Elliptik tenglamalar muvozanat holatlarida yuzaga keladi. Ular odatda statik jarayonlar, masalan, elektr potentsiali yoki issiqlik muvozanatini ifodalaydi. Teskari elliptik masalalarda ichki nuqtalardagi qiymatlarni chegaraviy o'lchovlar asosida tiklash talab qilinadi. Bu masalalar ham nokorrekt hisoblanadi va ularni yechishda ham analitik, ham sonli usullardan foydalaniladi. Xususan, integral tenglamalar, variatsion printsiplar va numerik optimallashtirish usullari orqali barqaror yechim olishga harakat qilinadi. Umuman olganda, parabolik, giperbolik va elliptik tenglamalarning teskari masalalari o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, ularni umumiy yondashuvlar bilan emas, balki har bir holatga mos metodlar bilan yechish zarur. Bunday masalalarning amaliy qiymati juda katta bo'lib, ular orqali ko'plab ilmiy,

texnik va sanoat muammolari hal qilinadi. Shu sababli bu yo'nalishdagi tadqiqotlar dolzarbligicha qolmoqda.

Nokorrektlik tushunchasi: J. Adamar tomonidan kiritilgan klassifikatsiyaga ko'ra, masala quyidagi uchta shartni bajarmasa, u nokorrekt deb ataladi:

1. Yechim mavjud emas.
2. Yechim yagona emas.
3. Yechim boshlang'ich ma'lumotlarga uzluksiz bog'liq emas.

Teskari masalalar, odatda, ushbu uchinchi shart — uzluksiz bog'liqlik shartini bajarmaydi, shuning uchun ular uchun regulizatsiya kabi maxsus yondashuvlar zarur.

2. Parabolik tenglamalar uchun teskari masalalar

Parabolik tenglamalar (masalan, issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi):

$$\partial u / \partial t = k \partial^2 u / \partial x^2$$

Teskari masala: oxirgi vaqt T dagi harorat ma'lum bo'lib, boshlang'ich holatni aniqlash kerak. Bu masala nokorrekt bo'lib, kichik o'zgarishlar natijada katta xatoliklarga olib keladi.

Yechim usullari:

1. Tikhonov regulizatsiyasi
2. Fourier qatorlari orqali tiklash
3. Silliqlovchi operatorlar
3. Giperbolik tenglamalar uchun teskari masalalar

Giperbolik tenglama (to'lqin tenglamasi):

$$\partial^2 u / \partial t^2 = c^2 \partial^2 u / \partial x^2$$

Teskari masala: chegaraviy qiymatlar orqali boshlang'ich holat yoki tezlikni tiklash. Bu ham nokorrekt masala sanaladi.

Yechim usullari:

1. Volterra integral tenglamasi usuli
 2. Yassi to'lqin yondashuvi
 3. Operator yondashuvi (Fredholm 1- yoki 2-tur)
 4. Elliptik tenglamalar uchun teskari masalalar
- Elliptik tenglama (Laplas yoki Puasson tenglamalari):

$$\Delta u = f(x)$$

Teskari masala: chegarada o'lchovlar mavjud, lekin ichki funksiya noma'lum. Yechim usullari: Garmonik davom ettirish usuli, integral operatorlar yondashuvi, variatsion yondashuvlar dan iborat.

Xulosa

Teskari masalalar, ayniqsa, parabolik, giperbolik va elliptik tenglamalar asosidagi modellar bilan bog'liq hollarda, amaliyotda juda katta ahamiyatga ega. Biroq ularning nokorrektligi ularni yechishda ehtiyotkorlik va matematik ehtimollik talab qiladi. Regulizatsiya, silliqlovchi yondashuvlar va variatsion metodlar yordamida bu

masalalarga yechim topish mumkin. Ushbu maqolada har bir tenglama turiga mos teskari masalalar va ularni yechish usullari yoritildi. Kelgusida sonli metodlarni ishlab chiqish bu sohaning muhim yo‘nalishlaridan biri bo‘lib qoladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. "Solution of Ill-Posed Problems", Winston, 1977.
2. Lavrent'ev M.M., Romanov V.G., Shishatskii S.P. "Ill-posed Problems of Mathematical Physics and Analysis", AMS, 1986.
3. Isakov V. "Inverse Problems for Partial Differential Equations", Springer, 2006.
4. Kabanikhin S.I. "Definitions and examples of inverse and ill-posed problems", Journal of Inverse and Ill-posed Problems, 2011.
5. John F. "Partial Differential Equations", Springer, 1982.
6. Özisik M.N., Orlande H.R.B. "Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications", Taylor & Francis, 2000.