MATEMATIKA FIZIKA TENGLAMALARI UCHUN KOEFFITSENTLI TESKARI MASALA

Azizov Muzaffar Sulaymonovich
Farg'ona Davlat Universiteti matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrasi katta o'qituvchisi, fizika-matematika fanlar bo'yicha falsafa doktori (PHD).
Muzaffar.azizov.1988@gmail.com
Ergashaliyeva Barno Zafarjon qizi
ergashaliyevabarno@gmail.com
Farg'ona davlat unversiteti 3-kurs talabasi
G'aniyeva Mahliyo Ramizbek qizi
ganiyevaoyilham@gmail.com

Annotatsiya

Maqolada matematik fizikaning teskari masalasini differensial tenglama yordamida yechish ko'rib chiqiladi. Hozirgi vaqtda teskari masalalarni o'rganish muhimdir, chunki bunday masalalar hayotda amaliy qo'llanmalarga ega. Teskari masalalarning amaliy ahamiyati juda katta (ular inson faoliyatining turli sohalarida yuzaga keladi: seysmologiya, foydali qazilmalarni qidirish, biologiya, tibbiyot, sanoat mahsulotlarining sifat nazorati va boshqalar), bu esa ularni zamonaviy matematikaning eng dolzarb muammolari qatoriga qo'yadi.

Kalit sozlar: matematik fizika, differensial tenglama, yechim, funksiya, qo'shimcha shartlar

Аннотация:

В статье рассматривается решение обратной задачи математической физики с помощью дифференциального уравнения. В настоящее время важно изучать вопросы обратных задач, поскольку такие вопросы находят свое практическое применение в жизни. Прикладная важность обратных задач настолько велика (они возникают в самых различных областях человеческой деятельности: сейсмологии, разведке полезных ископаемых, биологии, медицине, контроле качества промышленных изделий и т.д.), что ставит их в ряд актуальнейших проблем современной математики

Ключевые слова: математическая физика, дифференциальное уравнение, решение, функция, дополнительные условия.

Annotation

The article examines the solution of an inverse problem in mathematical physics using a differential equation. At present, studying inverse problems is important, as such problems have practical applications in real life. The applied significance of inverse problems is very high (they arise in various fields of human activity: seismology, mineral exploration, biology, medicine, quality control of industrial products, etc.), which places them among the most pressing issues of modern mathematics.

Keywords: mathematical physics, differential equation, solution, function, additional conditions.

Kirish

Odatda matematik fizika sohasida fizik hodisalarning matematik modellari ko‘rib chiqiladi. Keling, differensial tenglamani yechishni ko‘rib chiqamiz, u differensial tenglama va unga mos keladigan bir nechta qo‘shimcha shartlar bilan aniqlanadi. Odatda bu qo‘shimcha shartlar har qanday differensial tenglamaning boshqa yechimlaridan aynan bitta yechimni ajratib olish imkonini beradi.

Differensial tenglamalarning tasnifi ham mavjud. Har bir turdagi differensial tenglama uchun o‘ziga xos yechish usullari bo‘ladi. Masalan, Koshining giperbolik va parabolik tenglamalar haqidagi masalasi, ularning o‘zaro bog‘liqligi masalasi, elliptik tenglamalar uchun Dirixle va Neyman masalalari. Bunday turdagi masalalarning o‘ziga xos belgisi — ularning korrektligidir (ya’ni, to‘g‘riligidir). Quyida biz korrekt (to‘g‘ri) yechimlarni **to‘g‘ri masalalar** deb ataymiz, ular matematik fizika sohasida tez-tez uchraydi.

Har bir to‘g‘ri masala tuzilmasi ko‘p sonli funksiyalar berilgan bo‘lishini nazarda tutadi. Agar funksiyalarning bir qismi differensial tenglamaga kiradigan bo‘lsa (masalan, chiziqli tenglamaning koeffitsienti), qolgan funksiyalar asosiy shartlar tarkibida bo‘ladi. Natijada, berilgan funksiyalar to‘plamida to‘g‘ri masalaning yechimi olinadi, va bu yangi funksiya mazkur masalaning yechimi bo‘ladi. Shu bilan birga, to‘g‘ri masala ma’lumotlariga asoslangan operator quriladi.

Endi biz faraz qilamizki, to‘g‘ri masalada odatda beriladigan ba’zi funksiyalar noma’lum bo‘lib, ularning o‘rniga to‘g‘ri masalani yechish uchun boshqa bir qo‘shimcha shart beriladi. Bunday masalalar **matematik fizikaning teskari masalalari** deb ataladi. Bunday masalalarni o‘rganish ushbu mavzuning asosini tashkil etadi.

To‘g‘ri masala yechimi haqidagi qo‘shimcha shart turli usullar bilan berilishi mumkin. Masalan, bu bir nechta mustaqil o‘zgaruvchilar bo‘lishi mumkin yoki yechimning integral xarakteristikalari orqali ifodalanishi mumkin.

Agar teskari masalada topilishi kerak bo‘lgan funksiyalar differensial tenglamaning faqat bir qismini tashkil etsa, bu masala differensial tenglamani yechishni nazarda tutadi. Teskari masalalarning boshqa turlari ham bo‘lishi mumkin, masalan, boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni aniqlash masalalari.

Keling, teskari masalaga bitta misol keltiramiz.

Misol. Faraz qilaylik, $q(x)$ - bu butun sonli X o‘qida aniqlangan uzluksiz funksiya, va $u(x)$ - quyida keltirilgan Koshining masalasining yechimi bo‘lsin:

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+q(x)\right]u=0, \qquad (x,y)\in R^2 \tag{1}$$

$$u(x,0)=\varphi(x), \qquad x\in R. \tag{2}$$

Berilgan $q(x)$, $\varphi(x)$ funksiyalarida (1)-(2) funksiyalarda masala to‘g‘ri qo‘yilgan.Shuning uchun masalaning klassik yechimi mavjudligi uchun yetarlicha shart sifatida $\varphi(x)$ ning uzluksiz differensiallanishi talab qilinadi.

(1) Tenglamaning yechimi:

$$\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=-q(x)u$$

Ushbu tenglamaning xarakteristik tenglamalar sistemasining ko‘rinishi quyidagicha:

$$\frac{dx}{1}=\frac{dy}{-1}=\frac{du}{-q(x)}u$$

Bundan shunday xulosa qilish mumkinki,

$$dx=-dy,\ \ dx=\frac{du}{-q(x)u}.$$

Tenglamalarni yechib, quyidagilarni olamiz:

$$x+y=C_1,$$

$$u\exp(\int q(x)dx)=C_2.$$

Natijada, (1) tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\Phi(x+y,u\exp(\int q(x)dx))=0$$

Aniq ifodalangan yechim quyidagicha ko‘rinadi:

$$u=\exp(\int_0^x q(s)ds)\cdot f(x+y).$$

(2) boshlang‘ich shartdan foydalanib, $f(x+y)$ funksiyasining paydo bo‘lishi orqali funksiya ko‘rinishini aniqlaymiz:

$$u(x,0)=f(x)\exp\left(\int_0^x q(s)ds\right)=\varphi(x), \qquad f(x)=\varphi(x)\exp\left(\int_0^x q(s)ds\right).$$

Bundan shunday xulosa qilish mumkin,

$$f(x+y)=\varphi(x+y)\exp\left(-\int_0^{x+y} q(s)ds\right)$$

Va nihoyat,

$$u(x,y)=\varphi(x+y)e^{\int_0^x q(s)ds}e^{-\int_0^{x+y} q(s)ds}$$

Ushbu masalaning (1), (2) yechimi quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:

$$u(x,y)=e^{\int_{x+y}^{x} q(s)ds}\cdot\varphi(x+y) \tag{3}$$

Endi keling, teskari masalani ko‘rib chiqaylik: (1), (2) yechimi uchun bizda quyidagilar mavjud —

$$u(0,y)=\psi(y), \qquad y\in R. \tag{4}$$

Qo‘shimcha ma’lumot olish uchun $q(x)$ funksiyasini topish masalasini ko‘rib chiqamiz: (1), (2) masalaning yechimi (3) formulaga asosan, (4) shartni hisobga olgan holda amalga oshiriladi, quyidagi tenglikni keltirish maqsadga muvofiq bo‘ladi:

$$\psi(y)=\varphi(y)\exp\left(\int_y^0 q(s)ds\right), \qquad y\in R. \tag{5}$$

Endi $q(x)$ funksiyasini topamiz, buning uchun (5) tenglikdan foydalanamiz:

$$e^{\int_y^0 q(s)ds}=\frac{\psi(y)}{\varphi(y)} \qquad -\int_y^0 q(s)ds=\ln\frac{\psi(y)}{\varphi(y)} \qquad q(x)=-\frac{d}{dx}\ln\frac{\psi(x}{\varphi(x)}$$

Demak, $y\in R$ uchun $\psi(y)$ funksiyasining uzluksiz differensiallanishi talab qilinadi. Bunday holda teskari masalaning yechimi quyidagi formula bo‘yicha amalga oshiriladi:

$$-q(x)=-\frac{d}{dx}In\frac{\psi(x)}{\varphi(x)}, \qquad x\in R. \tag{6}$$

Xulosa

Hozirgi vaqtda teskari masalalarni o‘rganish muhimdir, chunki bunday masalalar hayotda amaliy qo‘llanmalarga ega. Ushbu maqolada biz teskari masalaga qisqacha nazar tashladik va uning yechimini ba’zi misollar orqali tahlil qildik.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Салахиддинов М.С. Математические уравнения физики. Ташкент. "Узбекистан", 2002. 448 с.
2. Романов И.Г. Обратные задачи математической физики. Москва. "Наука", 1984. 245 с.
3. Зарипова Г.К., Сайидова Н.С., Тахиров Б.Н., Хайитов У.Х. Пдагогическое сотрудничество преподавателя и студентов в кредитно-модульной системе высшего образования // Наука, образование и культура, 2014. № 1 (1). С. 22-25.
4. Тахиров Б.Н. Понятие виртуальной реальности // Наука, образование и культура, 2014. № 1 (1). С. 12-14.
5. Хаятов Х.У., Жураева Л.И., Жураев З.Ш. Основные понятия теории нечетких множеств // Молодой ученый, 2019. № 25 (263).