LAPLAS TENGLAMASI UCHUN TESKARI MASALA

Farg'ona Davlat Universiteti
Amaliy matematika yo'nalishi 3 – kurs talabalari
22.10 - guruh talabasi
Buzurukova Xumoraxon G'ayratjon qizi
E-mail: khumorakhon@bgmail.com
Xakimov Baxriddin Mirodil o'g'li
E-mail: xakimovbaxriddin964@gmail.com

Annotatsiya

Ushbu maqolada to'g'ri to'rtburchak sohada Laplas tenglamasi uchun teskari masala ko'rib chiqiladi. Masalada chegaraviy shartlar va qo'shimcha ma'lumotlar berilgan holda noma'lum chegaraviy funksiyani aniqlash muammosi o'rganiladi. Masalaning yechimi integral tenglamalar yordamida ifodalanadi va uning shartli turg'unligi baholanadi. Teskari masala gravitatsion, magnit maydonlar va foydali qazilmalarni qidirishda maydonlarni davom ettirish muammolarini hal qilishda qo'llaniladi.

Kalit so'zlar: Laplas tenglamasi, teskari masala, to'rtburchakli soha, Dirixle masalasi, integral tenglama, shartli turg'unlik, spektral nazariya.

Annotation

This article considers the inverse problem for the Laplace equation in a rectangular field. The problem studies the problem of determining the unknown boundary function given boundary conditions and additional information. The solution of the problem is expressed using integral equations and its conditional stability is evaluated. The inverse problem is used to solve the problems of gravitational, magnetic fields and field continuation in the search for minerals.

Keywords: Laplace equation, inverse problem, rectangular domain, Dirichlet problem, integral equation, conditional stability, spectral theory.

Аннотация

В данной статье рассматривается обратная задача для уравнения Лапласа в прямоугольном поле. В задаче изучается задача определения неизвестной граничной функции по заданным граничным условиям и дополнительной информации. Решение задачи выражается с помощью интегральных уравнений и оценивается его условная устойчивость. Обратная задача применяется для решения задач гравитационного, магнитного полей и продолжения поля при поиске полезных ископаемых.

Ключевые слова: Уравнение Лапласа, обратная задача, прямоугольное область, задача Дирихле, интегральное уравнение, условная устойчивость,

спектральная теория.

Kirish

Laplas tenglamasi elliptik turdagi differensial tenglamalar sinfiga kirib, matematik fizika, mexanika, elektromagnetizm, issiqlik o‘tkazish va boshqa ko‘plab sohalarda keng qo‘llaniladi. U quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi.

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

bu yerda $u = u(x, y)$ – noma’lum funksiya, (x, y) – tekislikdagi nuqtalar koordinatalari. Laplas tenglamasi uchun klassik chegaraviy masalalar orasida Dirixle va Neyman masalalari eng ko‘p o‘rganilganlardan hisoblanadi.

Ushbu maqolada to‘g‘ri to‘rtburchak $\Omega = \{(x, y): 0 < x < a, 0 < y < b\}$ sohada Laplas tenglamasi uchun teskari masala ko‘rib chiqiladi. Masala quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta u = 0, 0 < x < a, 0 < y < b,$$

va chegaraviy shartlar:

$$u(0, y) = u(a, y) = 0, 0 \le y \le b, \tag{3}$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \le x \le a, \tag{4}$$

$$u(x, b) = \psi(x), 0 \le x \le a, \tag{5}$$

bu yerda $\psi(x)$ va qo‘shimcha ma’lumot sifatida $u(x, 0) = h(x)$ funksiyasi ma’lum, $\varphi(x)$ esa noma’lum chegaraviy funksiya hisoblanadi. Ushbu masala klassik Dirixle masalasining teskari shakli bo‘lib, noma’lum chegaraviy shartni aniqlash talab qilinadi.

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)\left[A_n \sinh\left(\frac{\pi n y}{a}\right) + B_n \sinh\left(\frac{\pi n (b - y)}{a}\right)\right], \tag{6}$$

bu yerda A_n, B_n koeffitsientlari chegaraviy shartlar va qo‘shimcha ma’lumotlar asosida aniqlanadi. Qo‘shimcha ma’lumotlar yordamida noma’lum $\varphi(x)$ funksiyasini aniqlash integral tenglama – Fredgolm integral tenglamasiga olib keladi:

$$\int_0^a G(x, \xi) h(\xi) d\xi = g(x), 0 \le x \le a, \tag{7}$$

bu yerda $G(x, \xi)$ - yadro funksiyasi bo‘lib, sinus va giperbolik sinus funksiyalar yig‘indisidan tashkil topgan.

$$G(x,\xi)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{\pi nx}{a}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right)}\frac{\sin\left(\frac{\pi n\xi}{a}\right)}{}\sinh\left(\frac{\pi nb}{a}\right). \quad (8)$$

Integral tenglama yadro funksiyasi $G(x,\xi)$ kvadratda uzluksiz va differensiallanadi, bu esa masalaning shartli turg'unligini ta'minlaydi.

Bu qator va uning hosilalari tekis yaqinlashadi, shuning uchun $G(x,\xi)$ funksiya kvadratda uzluksiz va differensiallanadi.

Teskari masalalar ko'plab amaliy sohalarda, jumladan, gravitatsion va magnit maydonlarni o'rganishda, shuningdek, foydali qazilma boyliklarini qidirishda maydonlarni davom ettirish muammolarini hal qilishda muhim ahamiyatga ega.

Ushbu kirish qismida Laplas tenglamasi va unga bog'liq teskari masalalar matematik asoslari, chegaraviy shartlar va integral tenglamalar ko'rinishida keng yoritildi, bu esa masalaning yechim usullarini va uning amaliy qo'llanilishini tushunishga asos yaratadi.

Natija

Laplas tenglamasi uchun teskari masala integral tenglama orqali yechiladi va noma'lum chegaraviy funksiya aniqlanadi. Masalaning shartli turg'unligi integral operatorning spektral xususiyatlariga bog'liq. Qo'shimcha ma'lumotlar yordamida maydonlarni davom ettirish va fizik tizimlarning ichki xususiyatlarini o'rganish mumkin. Ushbu yondashuv matematik fizika va geofizik tadqiqotlarda muhim ahamiyat kasb etadi.

Xulosa

Laplas tenglamasi uchun teskari masala – bu chegaraviy shartlardan noma'lum chegaraviy funksiyani aniqlash muammosi bo'lib, u integral tenglamalar va spektral nazariya usullari yordamida yechiladi. Masalaning shartli turg'unligi va yechimining barqarorligi integral operatorning xususiyatlariga bog'liq. Ushbu masala matematik fizika, geofizika va boshqa ko'plab amaliy sohalarda maydonlarni o'rganish va davom ettirishda muhim ahamiyatga ega.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Zikirov O. "Matematik fizika tenglamalari"Ziyouz.com, 2020. "Matematik fizika tenglamalari" Namangan Davlat Universiteti, 2024.
2. Lavrentyev M.M., Romanov V.G., Yanyushkin S.P. – Obratnye zadachi matematicheskoy fiziki. M.: Nauka, 1986.
3. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. – Reshenie nekorrektnykh zadach. M.: Nauka, 1979.
4. Isakov V. – Inverse Problems for Partial Differential Equations. Springer, 2006.

5. J.M. Cannon – The one-dimensional heat equation. Addison-Wesley, 1984.
6. Aliev N.A. – Teskari masalalar nazariyasiga kirish. Toshkent: Fan, 1998.
7. Mukhamedov A.K. – Matematik fizika tenglamalari va ularning teskari masalalari. Farg‘ona: FDU nashriyoti, 2022.
8. Rasskazov A.V. – Teoreticheskie osnovy metodov resheniya obratnykh zadach. Novosibirsk, 2001 Ushbu ma’qola Nokorrekt va Teskari masalalar fanidan mustaqil ta’lim topshirig‘i sifatida bajarildi.