ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASI UCHUN TESKARI KOSHI MASALASI

Ergasheva Mahliyo Nuriddin qizi
Farg'ona davlat universiteti 3 – kurs talabasi
mahilyoyoqubova27@gmail.com
Dilmurodova Nasibaxon Salimjon qizi
Farg'ona davlat universiteti 3 – kurs talabasi
nasibaxondilmurodova@gmail.com
To'xtasinov O'tkirbek O'ktamjon o'g'li
Farg'ona davlat universiteti 3 – kurs talabasi
toxtasinovotkirbek8@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada issiqlik tarqalish tenglamasi uchun teskari Koshi masalasi o'rganiladi. Teskari masalalar klassik to'g'ri masalalardan farqli ravishda, mavjud bo'lgan natijalar asosida boshlang'ich yoki chegaraviy shartlarni aniqlashga qaratilgan.Ushbu masalaning matematik formulalashuvi,noaniqlik xossalari va uni yechish uchun qo'llaniladigan sonli usullar ko'rib chiqiladi. Shuningdek, regulyarizatsiya metodlari yordamida yechimning barqarorligini ta'minlash yo'llari tahlil qilinadi. Nazariy asoslar bilan bir qatorda, kompyuter dasturlari yordamida amaliy misollar keltiriladi va ularning natijalari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: Issiqlik tenglamasi, teskari masala, Koshi masalasi, regulyarizatsiya, sonli usullar, Chegara sharti, boshlang'ich shart, differensial tenglama.

Faraz qilaylik, $u(x,t)$ funksiya

$$u_t + b^2 u = u_{xx} \quad (x,t) \in (0,\pi) \times (0,T), \tag{1}$$

tenglamani yechimi bo'lib

$$u(x,0) = f(x), 0 \le x \le \pi, \tag{2}$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, 0 \le t \le T \tag{3}$$

Shartlarni qanoatlantirsin,bu yerda $f(0) = f(\pi) = 0$.

Biror fiksirlangan $t \in [0,T]$ intervalda $u(x,t)$ funksiyani aniqlash talab qilinadi. (1)-(3) masala J.Adamar ma'nosida nokorrekt yoki Tixonov ta'rifi bo'yicha biror M to'plamda shartli korrekt masaladir. Shartli korrekligini ko'rsatuvchi shartli turg'unlik bahosi Fayazov K.S, Xojiyev I.O larning Nokorrekt va teskari masalalar kitobining 2-bobda ko'rsatilgan.

Faraz qilamiz,qaralayotgan masalaning yechimi mavjud bo'lsin.U holda o'zgaruvchilarni ajratish,ya'ni Fur'e usuli bilan yechimini topamiz va u

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty} c\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sin kxe^{\left(k^2-b^2\right)t} \tag{4}$$

ko'rinishda bo'ladi,bu yerda $f_k - f(x)$ funksiyaga mos Fur'e koiffisenti bo'lib

$$f_k=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\pi} f(x)\sin kxdx\,.$$

Butun qiymatli parametrga bog'liq bo'lgan B_n chiziqli operatorlaroilasini qaraymiz va ular

$$B_n f(x)=\sum_{k=1}^{n} f_k e^{(k^2-b^2)t}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sin kx \tag{5}$$

Ko'rinishida aniqlanadi,п -regulyarlashtirish paramaetri.

Agar f (x) berilganlarni va $u(x,t)$ yechimni L_2 Gilbert fazosining elementlari sifatida qaralsa, B_n operatorlar oilasi qaralayotgan Koshi masalasi uchun regulyarlashtiruvchi oila ekanligini ko'rish oson. Haqiqatan ham, Fur'e koeffitsiyentlari f_k va chekli yig'indini aniqlash operatorlari uzluksiz ekanligidan, B_n operatorlarining uzluksizligini keltirib chiqarish mumkin. $B_n f(x)$ ketma-ketlikning $u(x,t)$ yechimga yaqinlashishi (4) yechimning ko'rinishi va L fazoda Fur'e qatorining yaqinlashuvchiligidan kelib chiqadi.

Endi taqribiy $f_\varepsilon(x)$ berilganlarga mos taqribiy yechimni qurish uchun regulyarlashtiruvchi oilani masalaning yechimiga qo'llab effektivlik baho hosil qilamiz.

Faraz qilamiz, (1)-(3) masala shartli-korrekt ravishda qo'yilgan va korrektlik to'plami

$$M=\{u(x,t):\|u(x,T)\|\le m, m<\infty\} \tag{6}$$

bilan aniqlanadi (2-bob, 3-bo'lim). Yana $\| f(x)-f_\varepsilon(x)\|\le \varepsilon$, u holda

$$B_n f_\varepsilon(x)=\sum_{k=1}^{n} f_{\varepsilon k}(x)e^{(k^2-b^2)t}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sin(kx) \tag{7}$$

bu yerda $f_{\varepsilon k}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{\pi} f_k(x)\sin(kx)dx$.

Ma'lumki,

$$\| B_n f_\varepsilon(x)-u(x,t)\|\le\| B_n f_\varepsilon(x)-B_n f(x)\|+\| B_n f(x)-u(x,t)\| \tag{8}$$

Avval (8) tengsizlikning o'ng tarafidagi birinchi qo'shiluvchini (5) va (7) larni e'tiborga olib, baholaymiz:

$$\| B_n f_\varepsilon(x)-B_n f(x)\|^2=e^{2(n^2-b^2)t}\varepsilon \tag{9}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} e^{2(n^2-b^2)t}\varepsilon \le \frac{2m^2}{\pi} \qquad (10)$$

f_k **Fur'e koeffitsiyentlari**

$$f_k = \begin{cases} 0, k \ne n+1 \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-2(n+1)^2 T} m, k = n+1 \end{cases}$$

teng bo'lganda (9) tenglikning o'ng tomonidagi yig'indi (10) shart ostida maksimal qiymatiga yetishini ko'rish oson. Demak,

$$\| B_n f(x) - u(x,t) \| \le \frac{2m^2}{\pi} e^{2((n+1)^2-b^2)t} e^{-2(n+1)^2 T}$$

Shunday qilib, (8) tengsizlik quyidagi shaklga ega bo'ladi:

$$\| B_n f_\varepsilon(x) - u(x,t) \| \le e^{2(n^2-b^2)t}\varepsilon + \frac{2m^2}{\pi} e^{2((n+1)^2-b^2)t} e^{-2(n+1)^2 T}$$

Oxirgi tengsizlik o'ng tarafidagi ifodaning $\inf_n \{ e^{2(n^2-b^2)t}\varepsilon + \frac{2m^2}{\pi} e^{2((n+1)^2-b^2)t} e^{-2(n+1)^2 T} \}$ **qiymati bo'yicha regulyarlashtirish parametri n topiladi.**

Xulosa. Maqolada issiqlik tarqalish tenglamasi uchun Koshi masala o'rganildi. Fur'e usuli yordamida yechim ifodalandi. Ushbu ma'qola Farg'ona davlat universiteti 3 – kurs 22.10 – guruh talabalari uchun berilgan mustaqil ta'lim topshirig'i asosida bajarildi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. K.S.Fayazov, I.O.Xajiyev Nokorrekt va teskari masalalar(o'quv qo'llanma)
2. Agmon S., Douglis A., Nirenberg L. Estimates near the boundary for solutions of elliptic partial differential equations satisfying general boundary conditions. II. Comm. Pure Appl. Math. 17, 1964. P. 35-92.
3. Ames K.A., Straughan B. Non-Standard and Improperly Posed Problems.Academic Press, New York, 1997. 303 p.
4. Fayazov K.S. Hisoblash matematikasi, matematik fizika va analizning nokorrekt masalalarini yechish usullari. Toshkent, O'zMU, 2001. 100 b.
5. Fayazov K.S. Khajiev I.O. The ill-posed boundary value problem for a high-order differential equation with the degeneration line. Problems of Computational and Applied Mathematics. 2(39), 2022. P. 122-129