

CHEGARALANGAN IKKI JISM MASALASI

*Eshboyev Ilxom Akrom o'g'li**Toshkent davlat texnika universiteti Olmaliq filiali, assistant*

Annotatsiya: Ushbu maqolada chegaralangan ikki jism masalasining asosiy matematik modeli va uning modellashtirish usullari tahlil qilinadi. Chegaralangan ikki jism tizimi mexanika sohasida keng qo'llaniladigan oddiy, ammo muhim masaladir. Maqolada tizimning harakat tenglamalari, parametrlarining ta'siri, shuningdek, turli boshlang'ich va chegaraviy sharoitlarda yechimlar ko'rib chiqiladi. Zamonaviy modellashtirish usullari va analitik yechimlar yordamida masalaning amaliy qo'llanilishi va uning muhimligi ochib beriladi. Natijalar muhokama qilinib, masalaning mexanik tizimlar nazariyasidagi o'rni ta'kidlanadi.

Kalit so'zlar: Chegaralangan ikki jism, mexanik tizimlar, matematik model, dinamika, harakat tenglamalari, modellashtirish usullari, analitik yechimlar, boshqaruv tizimlari, tizim dinamikasi

1. Kirish: Mexanik tizimlarni o'rganish va ularning harakatini bashorat qilish ko'plab muhandislik va ilmiy tadqiqotlarning asosiy vazifalaridan biridir. Ushbu tizimlarning murakkabligi va o'zaro ta'sir mexanik jism va ularning bir-biri bilan chegaralangan aloqalariga bog'liq. Aynan shu nuqtai nazardan, chegaralangan ikki jism masalasi mexanika va tizim nazariyasida alohida ahamiyat kasb etadi. Chegaralangan ikki jism tizimi — bu ikki qattiq jismning o'zaro ta'sirini va ularning vaqtga bog'liq harakatini ifodalovchi matematik modeldir. Bu masala klassik mexanika qonunlariga asoslangan bo'lib, ko'plab amaliy sohalarda, jumladan, boshqaruv tizimlarida, mexanik mexanizmlarda, robototexnikada va avtomatlashtirishda keng qo'llaniladi. Mazkur masalani yechish uchun turli matematik usullar — analitik va raqamli modellashtirish, differensial tenglamalar yechimlari, hamda zamonaviy kompyuter yordamida simulyatsiya qilish usullari qo'llaniladi. Ushbu maqolada chegaralangan ikki jism masalasining matematik modeli, uning modellashtirish usullari va amaliy qo'llanilishi tahlil qilinadi. Shuningdek, masalaning boshlang'ich va chegaraviy sharoitlari, tizim parametrlarining ta'siri va muhimligi haqida muhokama olib boriladi. Bu orqali mexanik tizimlarni chuqurroq tushunishga, ularning nazariy va amaliy jihatlarini rivojlantirishga xizmat qiladi.

2. CHEGARALANGAN IKKI JISM TUSHUNCHASI VA ASOSIY PARAMETRLAR

2.1. Chegaralangan ikki jism tushunchasi

Chegaralangan ikki jism masalasi klassik mexanikada keng qo'llaniladigan model bo'lib, u ikki jismning bir-biriga nisbatan cheklangan harakatini o'rganishga asoslanadi. "Chegaralangan" atamasi jismning harakati ma'lum shartlar bilan chegaralanganini bildiradi — masalan, prujina, ip yoki boshqa bog'lovchi element orqali biriktirilgan bo'ladi. Bu masala ko'pincha quyidagi holatlarda qo'llaniladi:

- Jismlar elastik prujina orqali bog'langan
- Harakat faqat bir yo'nalishda sodir bo'ladi
- Jismlar o'zaro tortishish kuchlari yoki tashqi kuchlar ta'sirida harakat qiladi
- Massalar bir-biriga nisbatan siljiydi, biroq ularning o'zaro masofasi yoki holati doimiy nazorat ostida bo'ladi.

Bunday soddalashtirilgan model orqali ko'plab real mexanik tizimlarning asosiy dinamik xususiyatlarini tushunish va tahlil qilish mumkin.

2.2. Asosiy parametrlar

Chegaralangan ikki jism tizimini ifodalashda quyidagi asosiy parametrlar va fizik kattaliklar ishlatiladi:

- **Massalar (m_1 ; m_2):** Har bir jismning inertsia xususiyatini ifodalaydi. Massalar harakat tezligiga va tashqi kuchlarga qanday javob berishini belgilaydi.
- **Koordinatalar ($x_1(t)$, $x_2(t)$):** Vaqtga bog'liq holda jismlarning fazodagi holatini ko'rsatadi. Bu holat o'zgarishlari orqali tizim dinamikasi aniqlanadi.
- **Tezliklar ($\dot{x}_1, \dot{x}_2$):** Jismlarning harakat tezligi bo'lib, dinamik tahlil uchun zarur.
- **Prujina qattiqlik koeffitsienti (k):** Jismlar orasidagi bog'lovchi element (masalan, prujina) ning kuchga qarshilik darajasini bildiradi. Bu parametr kuchning holatga bog'liqligini ifodalaydi.
- **Prujina tabiiy uzunligi (L):** Tizimdagi prujinaning kuchsiz holatdagi (ya'ni tortilmagan yoki siqilmagan) uzunligi. Bu uzunlikdan farqlanish elastik kuch hosil qiladi.. **Tormozlovchi kuch koeffitsienti (c):** Agar tizimda ishqalanish yoki qarshilik mavjud bo'lsa, bu parametr kuch miqdorini ifodalaydi. U harakatning sekinlashishiga sabab bo'ladi.
- **Tashqi kuchlar ($F_1(t)$, $F_2(t)$):** Tashqaridan jismlarga ta'sir qilayotgan kuchlar bo'lib, ularning harakatini sezilarli darajada o'zgartirishi mumkin.

2.3. Harakat doirasi va cheklovlar

Chegaralangan ikki jism masalasida harakatning o'ziga xos cheklovlari mavjud:

- Harakat faqatgina bir o'qda (odatda gorizontal yoki vertikal) amalga oshadi.
- Jismlar orasidagi masofa prujina yoki ip orqali chegaralangan.
- Tizim tashqi kuchlarga bog'liq holda barqarorlikka yoki tebranma harakatga ega bo'lishi mumkin.. Ushbu parametrlar yordamida ikki jismdan iborat har qanday

dinamik tizimni modellashtirish, uning harakatini oldindan bashorat qilish va boshqaruv strategiyalarini ishlab chiqish mumkin bo'ladi.

3. MASALANING MATEMATIK MODELI

Chegaralangan ikki jism masalasi – bu ikki mexanik jismning o'zaro ta'siri va ularning harakatini ifodalovchi matematik modeldir. Ushbu jismlar o'zaro kuch bilan bog'langan bo'lib, harakat faqatgina berilgan yo'nalish yoki sharoitda amalga oshadi. Masalaning soddalashtirilgan holatida ikki jism elastik prujina yoki ip orqali bog'langan deb qaraladi. Ularning harakati Nyutonning ikkinchi qonuniga ($F = ma$) asoslanadi.

3.1. Jism holatlarini belgilash

Tasavvur qilaylik, ikkita jism mos ravishda m_1 va m_2 massalarga ega va ular bir-biri bilan elastik prujina yordamida bog'langan. Tizim gorizont tekislikda joylashgan deb faraz qilamiz. Har bir jismning holati koordinata o'qida $[x_1(t), x_2(t)]$: bilan belgilanadi.

3.2. Kuchlar tahlili

Agar prujinaning qattqlik koeffitsienti k , uzunligi L bo'lsa, Huk qonuniga ko'ra prujinada hosil bo'ladigan kuch quyidagicha aniqlanadi:

$$F = (-k(x_2 - x_1) - L)$$

1.

Har bir jismga ta'sir qiladigan umumiy kuchlar asosida quyidagi differensial tenglamalar tuziladi:

$$\text{1-jism uchun: } m_1 \ddot{x}_1 = k(x_2 - x_1) - L$$

$$\text{2-jism uchun: } m_2 \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - L$$

3.

Bu tenglamalar ikkita bog'langan ikkinchi tartibli differensial tenglamalardan iborat bo'lib, tizimning dinamikasini to'liq ifodalaydi. Agar tizimda tormozlovchi kuch (masalan, ishqalanish) yoki tashqi kuchlar mavjud bo'lsa, ular ham qo'shilishi mumkin:

$$m_1 \ddot{x}_1 = k(x_2 - x_1) - L - c \cdot \dot{x}_1 + F_1(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - L - c \cdot \dot{x}_2 + F_2(t)$$

4.

Bu yerda:

- c – tormozlovchi kuchning koeffitsienti,
- $F_1(t)$, $F_2(t)$ – tashqi kuchlar.

3.3. Tizimni holat fazosida ifodalash

Tizimni holat fazosida ifodalash uchun har bir jismning koordinatasi va tezligini alohida holat o'zgaruvchilari sifatida olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1 \\ \dot{x}_2 = v_2 \\ \dot{v}_1 = \frac{1}{m_1} (k(x_2 - x_1 - L) - cv_1 + F_1(t)) \\ \dot{v}_2 = \frac{1}{m_2} (-k(x_2 - x_1 - L) - cv_2 + F_2(t)) \end{cases} \quad 5.$$

Bu yerda:

- $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ — vaqt bo'yicha x_1 va x_2 joylashuvlarining hosilalari (ya'ni tezliklar),
- v_1 , va v_2 — vaqt bo'yicha tezliklarning hosilalari (ya'ni tezlanishlar),
- m_1, m_2 — massalar,
- k — prujina qattiqligi,
- c — demping koefitsienti,
- L — prujinaning bo'sh holatdagi uzunligi,
- $F_1(t), F_2(t)$ — tashqi vaqtga bog'liq kuchlar.

4. MODELLASHTIRISH USULLARI

Chegaralangan ikki jism masalasini tahlil qilishda turli xil modellashtirish yondashuvlari qo'llaniladi. Bu usullar masalaning xususiyatlari, tashqi kuchlarning mavjudligi, tizim parametrlarining o'zgaruvchanligi va modeldan kutilayotgan aniqlik darajasiga qarab tanlanadi. Quyida asosiy modellashtirish usullari ko'rib chiqiladi:

4.1. Analitik modellashtirish

Analitik modellashtirish usuli asosiy fizik qonunlarga, masalan, Nyutonning ikkinchi qonuniga, Huk qonuniga va differensial tenglamalarga asoslanadi. Ushbu yondashuvda tizim harakati tenglamalari qo'l bilan chiqariladi va ularning yechimlari analitik shaklda topiladi. Bu usul kichik, soddalashtirilgan tizimlar uchun juda foydalidir, ammo murakkab holatlarda u amaliy yechim bera olmaydi.

4.2. Holat fazosida modellashtirish

Holat fazosida modellashtirish — bu tizimning barcha o'zgaruvchilarini (koordinatalar, tezliklar) alohida holat sifatida olib, ularni birgalikda differensial tenglamalar tizimi shaklida ifodalashdir. Bu usul zamonaviy boshqaruv nazariyasida keng qo'llaniladi va simulyatsiya qilish uchun qulaydir. Bu usul Matlab/Simulink kabi dasturlarda tezkor modellashtirish imkonini beradi.

4.3. Energetik yondashuv (Lagrange va Hamilton usullari)

Agar tizimda kuchlar bilan emas, balki energiya bilan ishlash qulayroq bo'lsa, Lagrange yoki Hamilton usullari qo'llaniladi. Lagrange funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$L = T - V = T - V = T - V \quad 6.$$

bu yerda T — kinetik energiya, V — potentsial energiya. Ushbu yondashuv tizimda kuchlar bevosita aniqlanmasa ham, energiyalar asosida tenglamalarni chiqarish imkonini beradi.

4.4.. Raqamli modellashtirish

Murakkab tizimlar uchun analitik yechimlar mavjud bo'lmashligi mumkin. Bunday holatda raqamli modellashtirish (numerik yondashuv) qo'llaniladi. Eng ko'p ishlatiladigan usullar:

- Euler usuli
- Runge-Kutta usullari (odatda 4-tartibli)
- ODE solver'lar (Matlab: ode45, ode23)

Bu usullar yordamida harakat tenglamalarini vaqt bo'yicha yechish va tizim holatini graflar ko'rinishida tahlil qilish mumkin bo'ladi.

4.4. Kompyuter modellashtirish

Zamonaviy texnologiyalar yordamida chegaralangan ikki jism masalasini kompyuter dasturlari orqali modellashtirish keng tarqalgan. Quyidagi dasturlar keng qo'llaniladi:

- **MATLAB/Simulink** – tizim harakatini grafik interfeysda modellashtirish
- **Maple/Mathematica** – analitik yechimlarni chiqarish va tahlil qilish
- **Python (SciPy, NumPy)** – raqamli integratsiya va vizualizatsiya
- **ANSYS yoki SolidWorks Motion** – murakkab mexanik tizimlarni 3D

muhitda modellashtirish

4. XULOSA VA TAVSIYALAR

Chegaralangan ikki jism masalasi mexanik tizimlarni tahlil qilishda muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi. Ushbu maqolada masalaning matematik modeli, asosiy parametrlar, modellashtirish usullari va amaliy yechimlari batafsil ko'rib chiqildi. Analitik va raqamli modellashtirish orqali tizim harakati, barqarorligi hamda tashqi kuchlar ta'siridagi dinamikasi tahlil qilindi. Tizim parametrlarining harakatga ta'siri, tormozlovchi kuchlarning rolini va tashqi tebranishlarga javob reaksiyalarini aniqlash orqali, real texnik qurilmalarni loyihalash va ularning xavfsiz ishlashini ta'minlash mumkin. Bundan tashqari, bu model mexanik tizimlar nazariyasining asosiy g'oyalari bilan tanishish uchun qulay platforma bo'lib, uni murakkab tizimlarga kengaytirish imkoniyati mavjud. Raqamli usullarning qo'llanilishi esa modellashtirish jarayonini soddalashtiradi va aniqlikni oshiradi. Umuman olganda, chegaralangan ikki jism masalasi nafaqat nazariy o'rganish, balki amaliy muammolarni hal qilishda ham dolzarb ahamiyatga ega. U mexanika, avtomatlashtirish, robototexnika, aviatsiya va boshqa ko'plab muhandislik sohalarida fundamental rol o'ynaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Ogata, K. (2010). Modern Control Engineering. 5th ed. Pearson Education.
2. Meirovitch, L. (2001). Fundamentals of Vibrations. McGraw-Hill.
3. Shabana, A. A. (2013). Dynamics of Multibody Systems. 4th ed. Cambridge University Press.
4. Karnopp, D. C., Margolis, D. L., & Rosenberg, R. C. (2012). System Dynamics: Modeling, Simulation, and Control of Mechatronic Systems. 5th ed. Wiley.
5. Safarmatov Uchqun Sohibjon o'g'li, Eshboyev Ilhom Ikrom o'g'li, (2024) Tenzor Tahlilining Arxitektura Va Qurilishdagi Roli: Tizimlar Va Strukturaviy Tahlil. Young Scientist Research Journal Of Karakalpakstan_October vol 1 issue 4 2024y
6. Safarmatov Uchqun Sohibjon o'g'li, Eshboyev Ilhom Ikrom o'g'li. THREE-BODY PROBLEM: MATHEMATICAL APPROACH TO SIGNAL TRANSMISSION BETWEEN EARTH AND MOON VIA ARTIFICIAL SATELLITE. 2024/10/23. 202-208.
<https://scopusacademia.org/index.php/jmea/article/view/1081>