ISSN 2181-3187

KOMPLEKS SONLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

Jumayeva.H.X

Buxoro davlat texnika universiteti,

“Aniq fanlar” kafedrasi assistenti

Annotatsiya. "Oliy matematika" fanining bosh muhim vazifasi talabalarga “Fizika”, “Nazariy mexanika”, “Materiallar qarshiligi” va shunga o’xshash qator tabiiy fanlarni muvaffaqiyatli o’zlashtirishi uchun zarur bo’ladigan tayanch bilimlarni beradi. Bu mavzuda muhandis-texnologlar uchun “ Oliy matematika” fanining namunaviy dasturida rejalashtirilgan kompleks soni mavzusining fanga kiritilishi va ular haqida tushunchalar keltirilgan. Ushbu maqolada muhandis-texnologlar yo’nalishi xususiyatidan kelib chiqib misol va masalalar tuzilgan. Talabalarning bilimini boyitish maqsadida imkon qadar ko’proq nazariya bilan birgalikda shu mavzuga oid misollarning yechimlari ham berilgan.

Kalit so’zlar: Mavhum birlik**,** kompleks son, qo`shma kompleks son, qarama-qarshi kompleks son, kvadrat ildiz.

Fan va texnikaning rivojlanishi haqiqy sonlar to’plamining yanada yetarli emasligini ko’rsatadi. Ya'ni $x^2+1=0$ tenglamani haqiqiy sonlar to’plamida yechimi yo’q, ya'ni haqiqiy sonlar to’plamida $x=\sqrt{-1}$ tenglama ma'noga ega emas. Lekin $x=\sqrt{-1}$ deb olib, tenglamaga qo’ysak ya'ni $(\sqrt{-1})^2+1=-1+1=0$. Demak, $\sqrt{-1}$ tenglikni qanoatlantiradi. Shuning uchun $\sqrt{-1}$ **tenglamaning ildizi** deb aytiladi. $\sqrt{-1}$ son haqiqy sonlar to’plamida yo’q. Shuning uchun yangi son tushunchasi kiritamiz. $\mathbf{i}=\sqrt{-1}$ - mavhum birlik deb qabul qilingan(i - mavhum sonni anglatadigan frantsuzcha **imaginaire** so’zining bosh harfi).

Ta'rif: a+bi ko'rinishidagi songa **kompleks son** deyiladi, bunda **a,b**-haqiqiy sonlar, **a**-kompleks sonning haqiqiy qismi, **b**-kompleks sonning mavhum qismi, **i**-mavhum birlik.

M: 5+3i; $\frac{2}{3}-i;1+\frac{1}{2}i$;

Ta'rif: Mavhum qismlarning ishorasi bilangina bir-biridan farq qiladigan z_1=a+bi va z_2=a-bi kompleks sonlar **qo'shma kompleks sonlar** deyiladi.

M: z_1=2+3i va z_2=2-3i

Ta'rif: Bir kompleks sonning haqiqiy qismi ikkinchi bir kompleks sonning haqiqiy qismiga, mavhum qismi mavhum qismiga teng bo'lsa, ular **teng kompleks sonlar** deyiladi.

M: a+bi va c+di larda a=c va b=d bo'lsa u holda a+bi=c+di bo'ladi.

Agar a=0 bo'lsa, a+bi=0+ib=ib-mavxum son hosil bo'ladi.

Agar b=0 bo'lsa, a+bi=a+i·0=a–haqiqiy son hosil bo'ladi.

Mavhum birlikning musbat darajaalarini qaraymiz:

$i^1=i$; $i^2=-1$; $i^3=i^2\cdot i=(-1)\cdot i=-i$; $i^4=i^2\cdot i^2=(-1)\cdot(-1)=1$; $i^5=i^3\cdot i^2=i$;

$i^6=i^4\cdot i^2=1\cdot(-1)=-1$; $i^7=i^4\cdot i^3=1\cdot(-i)=-i$; $i^8=i^4\cdot i^4=1\cdot 1=1;\ldots;$

i sonining natural ko'rsatkichli darajasi faqat 4 ta qiymatga ega bo\`ladi **i, −i, 1, −1**. Har bir natural son uchun **i** ning darajasini 4n, 4n+1, 4n+2, 4n +3 ko'rinishlaridan biri orqali tasvirlash mumkin.

Shuning uchun **i** ni hisoblash uchun 4 ta formula berish yetarli:

$$i^{4n}=1$$

$$i^{4n+1}=i$$

ISSN 2181-3187

$\mathbf{i^{4n+2} = -1}$

$\mathbf{i^{4n+3} = -i}$

M: $i^{100} = i^{4^\circ 25} = 1$, $i^{282} = i^{4^\circ 70+2} = -1$.

Kompleks sonlar ustida amallar:

1). Kompleks sonlarni o'zaro qo'shish va ayirish ko'phadlarni qo'shish va ayirish kabi bajariladi, masalan, (a+bi)+(c+di)=a+ib+c+id=(a+c)+i·(b+d);

M: (3+2i)+(5+3i)=(3+5)+(2+3)·i=8+5i;

Kompleks sonlarni ayirish formulasi: (a+ib)-(c+id)= a+ib-c-id=(a-c)+i·(b-d);

M: (7+2i)-(5-4i) = (7-5)+(2+4)i =2+6i

2) **Ko'paytirish.** Ikki kompleks son ko'paytmasi shunday kompleks sonki, uning moduli ko'paytuvchilar modullarining ko'paytmasiga teng, argumenti esa ko'paytuvchilar argumentlarining yig'indisiga teng:

$(a+bi)\cdot(c+id) = ac+i^2bd+adi+bci=(ca-bd)+i\cdot(ad+bc)$

M: $(2+3i)\cdot(4+5i) = 8+i^2\cdot 15+10i+12i = 8-15+22i = -7+22i$.

3) **Kompleks sonlarni bo'lish.** Ikki kompleks son bo'linmasini topish uchun kompleks son maxrajining qo'shmasiga kompleks sonning surati va maxrajiga ko'paytirish kerak.

$$\frac{a+bi}{c+id} = \frac{(a+bi)*(c-id)}{(c+id)*(c-id)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i\,;$$

M: $$\frac{5+2i}{3+7i} = \frac{(5+2i)*(3-7i)}{3^2+7^2} = \frac{15-14*i^2-35*i+6*i}{58} = \frac{29}{58} - \frac{29}{58}i = \frac{1}{2}(1-i)\,;$$

Demak, kompleks sonlarning yig'indisi, ayirmasi, ko'paytmasi va bo'linmasi yana kompleks son bo'ladi.

ISSN 2181-3187

Kompleks sondan ildiz chiqarish. $a+bi$ kompleks sonning kvadrat ildizi deb, kvadrati $a+bi$ songa teng bo'lgan $x+yi$ kompleks songa aytiladi. Shunday qilib, $a+bi=(x+yi)^2$.

$a+bi$ kompleks sonning kvadrat ildizi $\sqrt{a+bi}$ ko'rinishida belgilanadi.

Z=a+bi kompleks sonning kvadrat ildizi x+yi ko'rinishidagi kompleks son bo'lsin, ya'ni

$$\sqrt{a+bi}=x+yi.$$

Bu tenglikning har ikkala qismini kvadratga ko'taramiz:

$$a+bi = x^2-y^2+2xy.$$

Ikkita kompleks sonning bir-biriga tenglik shartidan x va y ni topishga imkon beradigan ikkinchi darajali tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} x^2-y^2=a \\ 2xy=b \end{cases} \qquad (1)$$

Masala (1) sistemaning haqiqiy ildizlarini topishga keltiriladi. Ikkirtra tenglamani kvadratga ko'tarib, so'ngra ularni qo'shib quyidagilarni hosil qilamiz:

$$(x^2+y^2)^2=a^2+b^2 \Rightarrow x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2}$$

(radikal oldidagi ishora tashlangan, chunki x va y ning haqiqiy qiymatlarida x^2+y^2 ifodaning manfiy bo'lishi mumkin emas).

Oxirgi tenglamani (1) sistemaning birinchi tenglamasi bilan birgalikda olamiz, ularni qo'shib va ayirib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$x^2=\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}}$$

ISSN 2181-3187

$$y^2 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2}}$$

(1) sistemaning ikkinchi tenglamasidan:

1) agar b>0 bo'lsa, x va y ishoralari bir xil bo'ladi.

2) agar b<0 bo'lsa, x va y ishoralari har xil bo'lishi kelib chiqadi.

Demak, x va y ning $x = \pm\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}$ va $y = \pm\sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}$ qiymatlarini $a + bi = x + yi$ ga qo'yib, b>0 va b<0 ga mos quyidagi ikki formulani hosil qilamiz:

$$\sqrt{a + bi} = \pm\left(\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} + i\sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}\right)$$ b>0 uchun,

$$\sqrt{a + bi} = \pm\left(\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} - i\sqrt{\frac{-a + \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}\right)$$ b<0 uchun.

Kvadrat ildiz chiqarish amali barcha haqiqiy sonlar uchun aniqlanmagan. Bu amal faqatgina manfiy bolmagan haqiqiy sonlar uchun ma'noga ega bo'lib, manfiy haqiqiy sonlardan ildiz chiqarish ma'noga ega emas, ya'ni manfiy haqiqiy sonning kvadrat ildizi haqiqiy son bo'lmasligi mumkin. Shuning uchun ham kvadrat tenglamalar nazariyasida uchta hol alohida-alohida qaraladi: agar $D=b^2- 4ac > 0$ bo'lsa, u holda $ax^2 + bx + c = 0$ tenglama ikkita har xil haqiqiy ildizlarga ega, $D= 0$ bo'lganda bu tenglama ikkita bir-biriga teng haqiqiy ildizga ega, $D < 0$ bo'lganda esa u tenglama haqiqiy ildizlarga ega bo'lmaydi.

Shunday qilib, yuqori darajali tenglamalarni, ya'ni ikkinchi, uchinchi, to'rtinchi va h.k. darajali tenglamalarni yechish uchun matematik olimlarning urinishlari haqiqiy sonlar to'plamini kengaytirish muammosini vujudga keltirdi. Bu urinishlar haqiqiy sonlar to'plamiga kvadrati -1 ga teng ($i^2 = -1$) bo'lgan yangi i sonini qo'shib olish bilan uni kengaytirish imkoniyatini berdi. Lekin haqiqiy sonlar uchun bunday xossa mavjud emas, ya'ni kvadrati -1 ga teng bo'lgan haqiqiy son mavjud emas.

ISSN 2181-3187

Yangi son “mavhum birlik” degan nom olgan bo'lib, bu son biron-bir o'lchashning natijasi ham emas. Yangi *i* sonining kiritilishi sonlar to'plamini kengaytirishning imkoniyatlarini ochdi. Sonlar to'plamiga $bi\ (b \in R)$ ko'rinishdagi ko'payt-mani va $a + ib\ (a \in R)$ ko'rinishdagi yig'indini kiritish imkoniyatiga ega bo'ldik.

Yuqori malakali, raqobatbardosh, zamonaviy talablarga javob bera oladigan kadrlar tayyorlashda ularga chuqur matematik bilimlar berish va bu bilimlarni hayotga tatbiq eta olishga o‘rgatish katta ahamiyatga ega. Shu sababli muhandis-texnolog yo‘nalishlari bo‘yicha ta’lim oluvchi bakalavrlarni har bir mavzuni keng mazmunda kundalik hayot bilan bog’lab o‘qitish ko‘zda tutilgan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. N.P. Rasulov , I.I. Safarov I.I., R.T. Muxitdinov “Oliy matematika” (Iqtisodchi va muhandis-texnologlar uchun). Toshkent-2012
2. Yo.U.Soatov “Oliy matematika”. Toshkent

Ilova: jumayeva.hurmatoy@mail.ru

Muallif telefon raqami: 97-301-23-28