

## GILBERT AKSIOAMALAR SHARHI

*Farxodjonov Usmonjon Rustamjon o'g'li**Namangan Davlat Universiteti Matematika yo`nalishi**1-kurs talabasi*

**Annotatsiya:** Ushbu maqola David Gilbert tomonidan 1899-yilda ishlab chiqilgan geometriya aksiomalar sistemasini tahlil qiladi. Gilbert aksiomalari evklid geometriyasini mantiqiy jihatdan qat'iy tizimga aylantirishga xizmat qilgan bo'lib, uning tuzilishi, tarixiy rivojlanishi va zamonaviy matematikadagi ahamiyati o'rganiladi. Maqolada aksiomalarning asosiy guruhlari, ularning qo'llanilishi, tanqidiy tahlili va kelajakdagi tadqiqotlar uchun takliflar keltiriladi. Ushbu ish matematika, xususan geometriya sohasidagi mutaxassislar va talabalar uchun muhim manba sifatida xizmat qiladi.

**Kalit so'zlar:** Gilbert aksiomalari, evklid geometriyasi, aksiomatik tizim, parallelizm aksiomasi, uzluksizlik, moslik, tartib, bog'lanish.

**KIRISH**

Gilbert aksiomalar sistemasi evklid geometriyasining mantiqiy asoslarini qayta ko'rib chiqish va uni zamonaviy matematik talablarga moslashtirish maqsadida ishlab chiqilgan. David Gilbertning "Geometriyaning asoslari" asari (1899) geometriyani aksiomatik tizim sifatida qurishda muhim bosqich bo'ldi. Ushbu maqola Gilbert aksiomalarining tuzilishi, ularning evklid va noevklid geometriyalarga ta'siri, shuningdek, zamonaviy matematikadagi o'rnini tahlil qiladi. Maqolaning maqsadi – ushbu tizimning afzalliklari, cheklovlari va kelajakdagi imkoniyatlarini aniqlash.

Evklid geometriyasi miloddan avvalgi 300-yilda "Elementlar" asarida tuzilgan bo'lib, u o'z davrida muhim yutuq edi. Biroq, Evklidning aksiomalari noaniq ta'riflar va tasdiqlanmagan taxminlarga asoslangan edi. 19-asrda noevklid geometriyalarning kashf qilinishi (Lobachevskiy, Bolyai, Gauss) Evklid tizimining cheklovlarini ko'rsatdi. David Gilbert 1899-yilda o'zining "Geometriyaning asoslari" asarida evklid geometriyasini qat'iy aksiomatik tizimga aylantirdi. Uning yondashuvi nafaqat

geometriyada, balki matematikaning boshqa sohalarida ham aksiomatik tizimlarni rivojlantirishga ta'sir ko'rsatdi.

### ADABIYOTLAR TAHLILI

Gilbert aksiomalari bo'yicha asosiy manba Hilbertning o'z asari (1899) hisoblanadi. Zamonaviy adabiyotlarda Hartshorne (2000) va Greenberg (2007) kabi mualliflar Gilbert tizimini evklid va noevklid geometriyalari nuqtai nazaridan tahlil qilganlar. O'zbek olimlari orasida geometriya bo'yicha umumiy ishlar (masalan, Abdullaev, 2005) mavjud bo'lsa-da, Gilbert aksiomalariga alohida e'tibor berilgan tadqiqotlar kam. Xalqaro miqyosda esa so'nggi tadqiqotlar (Smith, 2020) aksiomatik tizimlarni kompyuter matematikasi va avtomatlashtirilgan isbotlashda qo'llashga qaratilgan.

### ASOSIY QISM

Gilbert aksiomalari 5 ta asosiy guruhga bo'linadi:

1. **Bog'lanish aksiomalari:** Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik o'rtasidagi munosabatlarni belgilaydi. Masalan, ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi.

Bu aksiomalar geometriyadagi asosiy ob'ektlar – nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik o'rtasidagi munosabatlarni belgilaydi. Ular “biror ob'ekt boshqa ob'ektga tegishli” degan tushunchani aniqlaydi. Masalan:

- Har qanday ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tadi.
- Har qanday to'g'ri chiziqda kamida ikkita nuqta mavjud.
- Uchta nuqta bir tekislikda joylashadi, agar ular bir to'g'ri chiziqda bo'lmasa.

Ushbu aksiomalar geometrik tuzilishning eng asosiy munosabatlarini belgilaydi va ular boshqa aksiomalar uchun zamin yaratadi.

2. **Tartib aksiomalari:** Nuqtalar va chiziqlarning joylashuv tartibini aniqlaydi, “orasida” tushunchasini kiritadi.

Tartib aksiomalari nuqtalar, chiziqlar va segmentlarning joylashuv tartibini aniqlaydi. Ular “orasida”, “ichida” kabi tushunchalarni belgilaydi. Masalan:

- Agar nuqta B nuqtalar A va C orasida joylashsa, unda A, B, C bir to'g'ri chiziqda bo'ladi va B faqat bir marta "orasida" bo'ladi.

- Har qanday to'g'ri chiziqda kamida bir nuqta boshqa ikki nuqta orasida joylashadi.

Bu aksiomalar geometrik shakllarning topologik xususiyatlarini aniqlaydi va chiziqlarning yo'nalishi yoki segmentlarning chegaralanishi kabi tushunchalarni kiritadi.

3. **Moslik aksiomalari:** Segmentlar va burchaklarning tengligini belgilaydi, masalan, mos segmentlarning uzunliklari teng.

- Agar ikkita segment mos bo'lsa, ularning uzunliklari teng.

- Agar ikkita burchak mos bo'lsa, ularning o'lchamlari teng.

- Uchburchakning mosligi uchun uchta mos segment yoki ikkita mos segment va ular orasidagi mos burchak yetarli.

Ushbu aksiomalar geometriyada uzunlik va burchak o'lchovlarini aniqlash uchun zarur bo'lib, figuralarning shakl va hajmini saqlashni ta'minlaydi.

4. **Parallelik aksiomasi:** Berilgan chiziq va nuqta orqali faqat bitta parallel chiziq o'tishini ta'minlaydi.

Parallelik aksiomasi evklid geometriyasining eng muhim xususiyatlaridan birini belgilaydi:

- Berilgan to'g'ri chiziq va unda yotmaydigan nuqta orqali faqat bitta parallel to'g'ri chiziq o'tadi.

Bu aksioma Evklidning beshinchi postulatiga (parallel chiziqlar postulati) mos keladi va evklid geometriyasini noevklid geometriyalaridan (masalan, giperbolik yoki elliptik geometriyalar) ajratib turadi.

5. **Uzluksizlik aksiomalari:** Geometrik fazoning uzluksizligini ta'minlaydi (Arximed va to'liqlik aksiomalari).

Ushbu aksiomalar yordamida evklid geometriyasining barcha teoremlari qat'iy isbotlanadi.

Uzluksizlik aksiomalari geometrik fazo uzluksiz ekanligini ta'minlaydi. Ular Arximed aksiomasi va to'liqlik aksiomasini o'z ichiga oladi:

- Arximed aksiomasi: Har qanday segmentni yetarlicha ko'p marta takrorlasa, u boshqa har qanday segmentdan katta bo'ladi.
- To'liqlik aksiomasi: Geometrik fazoda barcha nuqtalar to'plami uzluksiz bo'lib, bo'shliqlar yoki "teshiklar" mavjud emas.

Ushbu aksiomalar geometrik fazoning real sonlar bilan bog'liqligini ta'minlaydi va o'lchovlarning aniqligini kafolatlaydi.

## METODLAR

Gilbert aksiomalarini qo'llashda quyidagi metodlar ishlatiladi:

1. **Aksiomatik yondashuv:** Barcha tasdiqlar faqat aksiomalarga asoslanadi.
2. **Formal isbotlash:** Teoremlarni mantiqiy ravishda isbotlash uchun deduktiv usullar qo'llaniladi.
3. **Geometrik modellashtirish:** Aksiomalar asosida modellar (masalan, evklid tekisligi) quriladi.
4. **Noevklid geometriyalarni tahlil qilish:** Parallelizm aksiomasini o'zgartirish orqali giperbolik yoki elliptik geometriyalar o'rganiladi.

## Natijalar

Gilbert aksiomalarining qo'llanilishi quyidagi natijalarni berdi:

- **Mantiqiy qat'iylilik:** Evklid geometriyasi to'liq aksiomatik tizimga aylandi.
- **Noevklid geometriyalarni kashf qilish:** Parallelizm aksiomasining alternatalari noevklid geometriyalarni o'rganishga imkon berdi.
- **Ta'limdagi ahamiyati:** Aksiomalar geometriya o'quv dasturlarining asosini tashkil qiladi.
- **Matematikada ta'sir:** Aksiomatik yondashuv algebra, mantiq va boshqa sohalarga tarqaldi.

## Tanqidiy Fikrlash



Gilbert aksiomalari o'z davrida katta yutuq bo'lsa-da, ba'zi cheklovlarga ega:

- **Murakkablik:** 20 dan ortiq aksioma mavjud bo'lib, bu tizimni tushunishni qiyinlashtiradi.
- **Faqat evklid geometriyasiga yo'naltirilganligi:** Zamonaviy topologiya va differensial geometriya talablariga to'liq javob bermaydi.
- **Amaliy qo'llanilishi cheklangan:** Aksiomalar nazariy tadqiqotlar uchun muhim bo'lsa-da, muhandislik yoki dizaynda to'g'ridan-to'g'ri qo'llanilmaydi.

## MUHOKAMA

Gilbert aksiomalarining kelajagi zamonaviy matematika va kompyuter fanlari bilan chambarchas bog'liq. Aksiomatik tizimlar avtomatlashtirilgan isbotlash va sun'iy intellekt sohasida qo'llanilmoqda. Shu bilan birga, ta'limda ushbu aksiomalar talabalarga mantiqiy fikrlash va geometrik tasavvurni rivojlantirishda muhim vosita sifatida xizmat qiladi. Noevklid geometriyalarni chuqurroq o'rganish va ularni fizika (masalan, nisbiy nazariya) bilan bog'lash kelajakdagi tadqiqotlar uchun istiqbolli yo'nalish hisoblanadi.

## XULOSA VA TAKLIFLAR

Gilbert aksiomalar sistemasi evklid geometriyasini mantiqiy jihatdan mustahkamlashda muhim rol o'ynadi va matematikaning aksiomatik rivojlanishiga katta ta'sir ko'rsatdi. Uning ta'siri nafaqat geometriyada, balki umumiy matematik fikrlashda ham sezildi. Kelajakda ushbu tizimni yanada rivojlantirish uchun quyidagi takliflar beriladi:

1. Aksiomatik tizimlarni avtomatlashtirilgan isbotlash va sun'iy intellekt sohasida qo'llashni kengaytirish.
2. Noevklid geometriyalarni o'rganishda Gilbert yondashuvini qo'llashni chuqurlashtirish.
3. Ta'lim dasturlarida aksiomalar tizimini soddalashtirilgan shaklda o'qitishga e'tibor qaratish.

## Foydalanilgan Adabiyotlar

1. Hilbert, D. (1899). *Grundlagen der Geometrie*. Leipzig.

2. Hartshorne, R. (2000). *Geometry: Euclid and Beyond*. Springer.
3. Greenberg, M. J. (2007). *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*. W. H. Freeman.
4. Abdullaev, A. (2005). *Tasviriy Geometriya*. Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti.
5. Smith, J. (2020). *Axiomatic Systems in Modern Mathematics*. Journal of Mathematical Logic.
6. Hakimov, R. M. (2019). IMPROVEMENT OF ONE RESULT FOR THE POTTS MODEL ON THE CALEY TREE. *Scientific and Technical Journal of Namangan Institute of Engineering and Technology*, 1(6), 3-8.
7. Umirzaqova, K. O. (2020). PERIODIC GIBBS MEASURES FOR HARD-CORE MODEL. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(3), 67-73.
8. Уктамалиев, И. К. (2022). О предгеометриях конечно порожденных коммутативных полугрупп. In *МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ* (pp. 166-166).
9. Уктамалиев, И. К. (2022). О числе счётных моделей аддитивной теории натуральных чисел.
10. O'G, O. K. I. Q., O'G'Li, J. A. H., & O'G, H. T. X. D. (2024). FUNKSIONAL QATORNI HADLAB INTEGRALLASH VA DIFFERENSIALLASHDAN FOYDALANIB BA'ZI BIR SONLI QATORLAR YIG 'INDISINI TOPIISH METODLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 411-416.
11. O'G, O. K. I. Q., Qizi, N. M. S. N., & Qizi, A. M. O. A. (2024). TEYLOR QATORI YORDAMIDA BA'ZI BIR SONLI QATORLARNING YIG 'INDISINI TOPIISH USULLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 275-277.
12. Xo'jamqulov, R. (2024). Matematika fanini o'rganishda Maple platformasidan foydalanish imkoniyatlari va amaliy jihatlari. *Universal xalqaro ilmiy jurnal*, 1(12), 335-338.