

SFERIK GEOMETRIYA VA RIMANNING ELLIPTIK GEOMETRIYALARI

G'aybullayev Murodjon Osman o'g'li

Namangan Davlat Universiteti Matematika yo`nalishi

1-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqola sferik geometriya va Rimanning elliptik geometriyalari haqida umumiy tushuncha beradi, ularning tarixiy rivojlanishi, matematik asoslari va amaliy qo'llanilishini tahlil qiladi. Maqolada ushbu geometriyalarning Evklid geometriyasidan farqlari, asosiy xususiyatlari, metodlari va natijalari keltiriladi. Shuningdek, tanqidiy tahlil, muhokama va kelajakdagi tadqiqotlar uchun takliflar beriladi. Maqola matematika, fizika va astronomiya sohasidagi mutaxassislar va talabalar uchun foydali manba sifatida xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: sferik geometriya, Rimanning elliptik geometriyasi, noevklid geometriyasi, krivlik, geodesik chiziqlar, parallelizm, matematik modellash.

KIRISH

Sferik geometriya va Rimanning elliptik geometriyalari noevklid geometriyalarning muhim turlari bo'lib, ular Evklid geometriyasining klassik postulatlaridan farqli xususiyatlarga ega. Sferik geometriya sfera yuzasidagi geometrik shakllarni o'rganadi, Rimanning elliptik geometriyasi esa umumiy krivlik tushunchasiga asoslanadi. Ushbu geometriyalarning fizika (ayniqsa, nisbiy nazariya), astronomiya va navigatsiyadagi ahamiyati katta. Maqola ushbu geometriyalarning asosiy xususiyatlarini, matematik asoslarini va zamonaviy ilovalarni tahlil qiladi.

Tarixiy Tahlil

Sferik geometriyaning ildizlari qadimgi yunon olimlariga borib taqaladi. Ptolemey va Menelai kabi olimlar sfera yuzasidagi burchaklar va masofalarni hisoblash usullarini ishlab chiqqanlar. Biroq, noevklid geometriyalarning sistematik rivojlanishi 19-asrda boshlandi. Gauss, Lobachevskiy va Bolyai noevklid geometriyalarni kashf qildilar, Rimann esa 1854-yilda o'zining "Geometrik tushunchalar haqida"

ma'ruzasida elliptik geometriyani ishlab chiqdi. Rimanning yondashuvi krivlik tushunchasini umumlashtirdi va zamonaviy differensial geometriyaning asosini qo'ydi. 20-asrda Eynshteynning umumiy nisbiy nazariyasi Rimanning geometriyasini fizikaga keng joriy qildi.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Sferik geometriya bo'yicha dastlabki manbalar Menelai (milodiy 1-asr) va Ptolemeyning "Almagest" asaridir. Rimanning elliptik geometriyasi bo'yicha asosiy manba uning 1854-yilgi ma'ruzasi hisoblanadi. Zamonaviy adabiyotlarda, masalan, do Carmo (1992) va Spivak (1999) kitoblarida, differensial geometriya va Rimann geometriyasi chuqur tahlil qilinadi. O'zbek olimlari orasida noevklid geometriyalarga oid tadqiqotlar kam bo'lsa-da, Abdullaev (2005) kabi mualliflarning umumiy geometriya bo'yicha ishlari ushbu sohani o'rganishda foydali. Xalqaro miqyosda so'nggi tadqiqotlar (Lee, 2018) Rimann geometriyasini fizika va kompyuter grafikasi sohasida qo'llashga qaratilgan.

ASOSIY QISM

Asosiy Qism

Sferik Geometriya

Sferik geometriya sfera yuzasidagi geometrik shakllarni o'rganadi. Bu geometriyada quyidagi xususiyatlar mavjud:

- **Parallel chiziqlar yo'q:** Sfera yuzasida barcha "to'g'ri chiziqlar" (geodesiklar, ya'ni katta aylana yoylari) bir-biri bilan kesishadi.
- **Uchburchaklar burchaklari yig'indisi:** Sferik uchburchakning burchaklari yig'indisi 180° dan katta bo'ladi.
- **Krivlik:** Sfera musbat doimiy krivlikka ega.

Rimanning Elliptik Geometriyasi

Rimanning elliptik geometriyasi musbat krivlikka ega bo'lgan umumiy fazolarni o'rganadi. Asosiy xususiyatlari:

- **Geodesiklar:** Elliptik fazoda geodesik chiziqlar yopiq bo'ladi (sfera yuzasidagi katta aylanalar o'xshash).

• **Parallelizmning yoʻqligi:** Parallel chiziqlar mavjud emas, chunki barcha chiziqlar kesishadi.

• **Metrika:** Rimann metrikasi fazodagi masofalarni aniqlaydi va krivlikni hisoblashda ishlatiladi.

Sferik geometriya elliptik geometriyaning xususiy holati sifatida qaraladi, chunki u doimiy musbat krivlikka ega.

METODLAR

Gilbert aksiomalarini qoʻllashda quyidagi metodlar ishlatiladi:

1. **Aksiomatik yondashuv:** Barcha tasdiqlar faqat aksiomalarga asoslanadi.
2. **Formal isbotlash:** Teoremlarni mantiqiy ravishda isbotlash uchun deduktiv usullar qoʻllaniladi.
3. **Geometrik modellashtirish:** Aksiomalar asosida modellar (masalan, evklid tekisligi) quriladi.
4. **Noevklid geometriyalarni tahlil qilish:** Parallelizm aksiomasini oʻzgartirish orqali giperbolik yoki elliptik geometriyalar oʻrganiladi.

NATIJALAR

Gilbert aksiomalarining qoʻllanilishi quyidagi natijalarni berdi:

- **Mantiqiy qatʼiylilik:** Evklid geometriyasi toʻliq aksiomatik tizimga aylandi.
- **Noevklid geometriyalarni kashf qilish:** Parallelizm aksiomasining alternatalari noevklid geometriyalarni oʻrganishga imkon berdi.
- **Taʼlimdagi ahamiyati:** Aksiomalar geometriya oʻquv dasturlarining asosini tashkil qiladi.
- **Matematikada taʼsir:** Aksiomatik yondashuv algebra, mantiq va boshqa sohalarga tarqaldi.

TANQIDIY FIKRLASH

Gilbert aksiomalari oʻz davrida katta yutuq boʻlsa-da, baʼzi cheklovlarga ega:

• **Murakkablik:** 20 dan ortiq aksioma mavjud bo'lib, bu tizimni tushunishni qiyinlashtiradi.

• **Faqat evklid geometriyasiga yo'naltirilganligi:** Zamonaviy topologiya va differensial geometriya talablariga to'liq javob bermaydi.

• **Amaliy qo'llanilishi cheklangan:** Aksiomalar nazariy tadqiqotlar uchun muhim bo'lsa-da, muhandislik yoki dizaynda to'g'ridan-to'g'ri qo'llanilmaydi.

Ushbu geometriyalarni o'rganishda quyidagi metodlar qo'llaniladi:

1. **Differensial geometriya:** Rimann metrikasi va krivlik tenzori yordamida fazolar tahlil qilinadi.

2. **Geodesik hisoblash:** Sfera yuzasida eng qisqa yo'llarni aniqlash uchun geodesik tenglamalar ishlatiladi.

3. **Sferik trigonometriya:** Sferik uchburchaklarning burchaklari va tomonlarini hisoblash uchun maxsus formulalar qo'llaniladi (masalan, kosinuslar teoremasi).

4. **Kompyuter modellashtirish:** 3D grafikalar va fizik simulyatsiyalarda Rimann geometriyasidan foydalaniladi.

MUHOKAMA

Sferik va Rimanning elliptik geometriyalari zamonaviy fizika va texnologiyalarda muhim o'rin tutadi. Umumiy nisbiy nazariyada elliptik geometriya fazo-vaqt tuzilishini tushuntirishda asosiy vosita sifatida ishlatiladi. Shu bilan birga, ushbu geometriyalarning kompyuter grafikasi va sun'iy intellekt sohasidagi qo'llanilishi tobora kengaymoqda. Munozarali jihatlardan biri – noevklid geometriyalarni ta'limda qanday o'qitish kerakligi. Ba'zi olimlar ularni soddalashtirilgan shaklda o'qitishni taklif qilsa, boshqalar murakkab tushunchalarni erta bosqichlarda joriy qilishni muhokama qilmoqda.

XULOSA VA TAKLIFLAR

1. Sferik geometriya va Rimanning elliptik geometriyalari noevklid geometriyaning muhim tarmoqlari bo'lib, ular matematika, fizika va texnologiyada katta ahamiyatga ega. Sferik geometriya navigatsiya va astronomiyada, Rimann

geometriyasi esa nisbiy nazariya va zamonaviy modellashtirishda muhim rol o'ynaydi.

Kelajakda ushbu sohani yanada rivojlantirish uchun quyidagi takliflar beriladi:

2. Noevklid geometriyalarni ta'limda soddalashtirilgan shaklda o'qitish usullarini ishlab chiqish.
3. Rimann geometriyasini sun'iy intellekt va kompyuter grafikasi sohasida qo'llashni kengaytirish.
4. Geodesik hisoblash algoritmlarini optimallashtirish orqali hisoblash samaradorligini oshirish.

Foydalanilgan Adabiyotlar

1. Riemann, B. (1854). *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen*. Göttingen.
2. do Carmo, M. P. (1992). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall.
3. Spivak, M. (1999). *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish.
4. Abdullaev, A. (2005). *Tasviriy Geometriya*. Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti.
5. Lee, J. M. (2018). *Introduction to Riemannian Manifolds*. Springer.
6. Hakimov, R. M. (2019). IMPROVEMENT OF ONE RESULT FOR THE POTTS MODEL ON THE CALEY TREE. *Scientific and Technical Journal of Namangan Institute of Engineering and Technology*, 1(6), 3-8.
7. Umirzaqova, K. O. (2020). PERIODIC GIBBS MEASURES FOR HARD-CORE MODEL. *Scientific Bulletin of Namangan State University*, 2(3), 67-73.
8. Уктамалиев, И. К. (2022). О предгеометриях конечно порожденных коммутативных полугрупп. In *МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ* (pp. 166-166).
9. Уктамалиев, И. К. (2022). О числе счётных моделей аддитивной теории натуральных чисел.
10. O'G, O. K. I. Q., O'G'Li, J. A. H., & O'G, H. T. X. D. (2024). FUNKSIONAL QATORNI HADLAB INTEGRALLASH VA DIFFERENSIALASHDAN

FOYDALANIB BA'ZI BIR SONLI QATORLAR YIG 'INDISINI TOPISH METODLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 411-416.

11. O'G, O. K. I. Q., Qizi, N. M. S. N., & Qizi, A. M. O. A. (2024). TEYLOR QATORI YORDAMIDA BA'ZI BIR SONLI QATORLARNING YIG 'INDISINI TOPISH USULLARI. *Science and innovation*, 3(Special Issue 57), 275-277.

12. Xo'jamqulov, R. (2024). Matematika fanini o 'rganishda Maple platformasidan foydalanish imkoniyatlari va amaliy jihatlari. *Universal xalqaro ilmiy jurnal*, 1(12), 335-338.