

КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Магистрант 2-курса **Рахимов М.Ш.**

(Ташкентский государственный технический
университет имени Ислама Каримова)

mirzaakbarrakhimov@gmail.com

Анотация: В статье рассматриваются классические методы оптимизации режимов электрических сетей, включая метод Лагранжа, метод градиентного спуска и метод Ньютона. Описаны теоретические основы каждого из этих методов и их применение для минимизации потерь активной мощности в электрических сетях при соблюдении различных технологических и режимных ограничений. Уделено внимание важности выбора оптимизационного метода в зависимости от сложности задачи и структуры сети, а также потенциальным преимуществам каждого подхода для повышения эффективности работы электроэнергетических систем.

Abstract: The article discusses classical methods for optimizing the operating modes of electrical networks, including the Lagrange multiplier method, the gradient descent method, and Newton's method. The theoretical foundations of each method are described, along with their application for minimizing active power losses in electrical networks while adhering to various technological and operational constraints. The importance of selecting the appropriate optimization method based on the complexity of the task and the network structure is emphasized, as well as the potential benefits of each approach for improving the efficiency of power systems.

Ключевые слова: оптимизация, режимы электрических сетей, метод Лагранжа, метод градиентного спуска, метод Ньютона, потери активной

мощности, технологические ограничения, режимные ограничения, электроэнергетические системы, эффективность

Оптимизация режимов работы электрических сетей — ключевая задача для повышения эффективности энергетических систем и обеспечения их стабильности. Современные методы оптимизации позволяют решать задачи, связанные с балансом мощности, напряжением и нагрузкой в сети, а также минимизацией потерь энергии. Одним из важных аспектов оптимизации является использование математических методов, таких как метод Лагранжа, метод градиентного спуска и метод Ньютона.

Каждый из этих методов имеет свои особенности, применимость и ограничения. Метод Лагранжа используется для решения задач с ограничениями, метод градиентного спуска помогает находить минимумы функций в многомерных пространствах, а метод Ньютона ускоряет сходимость решения за счёт учёта второй производной функции. Рассмотрим основные теоретические аспекты этих методов в контексте задач оптимизации электрических сетей.

Метод Лагранжа применяется для решения задач оптимизации с ограничениями, когда необходимо учесть как целевую функцию, так и ограничения на переменные. В энергетике такие задачи часто возникают при оптимизации работы электрических сетей, где необходимо минимизировать потери энергии при заданных ограничениях на мощности генераторов, напряжение и другие параметры.

В классической форме метод Лагранжа для оптимизации задачи с ограничениями выглядит следующим образом:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda^T g(x)$$

где:

$f(x)$ — целевая функция, которую нужно минимизировать (например, потери мощности),

$g(x)$ — вектор ограничений (например, ограничения на мощность и напряжение),

λ — вектор множителей Лагранжа.

Для нахождения экстремума функции необходимо решить систему уравнений, полученную из условий оптимальности, которая включает частные производные от Лагранжиана по переменным x и λ .

Метод Лагранжа позволяет эффективно решать задачи с ограничениями, такие как минимизация потерь мощности в электрических сетях с учётом ограничений на напряжение и мощность генераторов.

Метод градиентного спуска — это итерационный метод оптимизации, который используется для нахождения минимума функции путём корректировки переменных в направлении отрицательного градиента. Это один из самых популярных методов в энергетике для оптимизации работы электрических сетей, особенно когда целевая функция имеет сложную форму и множество переменных.

Метод градиентного спуска описывается следующим уравнением:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$$

где:

x_k — текущее значение переменных на k -й итерации,

$\nabla f(x_k)$ — градиент функции в точке x_k ,

α — шаг обучения, определяющий размер шага.

Метод градиентного спуска эффективен в тех случаях, когда целевая функция дифференцируема и её градиент легко вычислить. В энергетике этот метод используется для оптимизации режима работы генераторов, минимизации потерь энергии и повышения пропускной способности сети.

Однако метод градиентного спуска может быть чувствителен к выбору шага обучения α , а также может требовать большого числа итераций для достижения точного решения.

Метод Ньютона — это итерационный метод для нахождения экстремума функции с использованием первых и вторых производных. Этот метод известен своей высокой сходимостью, особенно для задач, где целевая функция имеет хорошую аналитическую форму и её вторая производная известна.

В основной форме метод Ньютона для нахождения минимума функции выглядит следующим образом:

$$x_{k+1} = x_k - H_f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)$$

где:

x_k — текущее значение переменных на k -й итерации,

$\nabla f(x_k)$ — градиент функции в точке x_k ,

$H_f(x_k)$ — Гессиан (матрица вторых производных) функции в точке x_k ,

$H_f(x_k)^{-1}$ — обратная матрица Гессиана.

Метод Ньютона особенно эффективен для задач оптимизации в энергетике, где целевая функция и ограничения являются нелинейными, например, для минимизации потерь мощности в электрических сетях. Он обладает высокой скоростью сходимости по сравнению с методом градиентного спуска, поскольку использует информацию о второй производной функции, что позволяет более точно корректировать параметры.

Однако метод Ньютона имеет свои ограничения, такие как вычислительные затраты на вычисление Гессиана, а также возможные проблемы с сходимостью, если начальное приближение слишком далёко от оптимального решения.

Методы оптимизации, такие как метод Лагранжа, градиентный спуск и метод Ньютона, широко используются для решения задач оптимизации режимов электрических сетей. Каждый из этих методов имеет свои особенности, преимущества и недостатки, которые делают их более или менее подходящими в зависимости от конкретных условий задачи.

Метод Лагранжа является мощным инструментом для решения задач с ограничениями. В нем используются множители Лагранжа для учета различных равенств и неравенств в процессе оптимизации. Несмотря на то, что метод Лагранжа требует введения множителей для каждого ограничения, что увеличивает вычислительную сложность, он позволяет эффективно учитывать все ограничения и предоставляет высокую точность в решении задачи. Сходимость метода хорошая, однако, для сложных задач может потребоваться большое количество итераций, что может снизить его вычислительную эффективность в сравнении с другими методами.

Метод градиентного спуска отличается низкой вычислительной сложностью. В его основе лежит расчет первого порядка производных функции потерь (градиента). Это делает метод градиентного спуска относительно простым и быстрым, однако его сходимость может быть медленной, особенно в случае сложных задач с множественными минимумами. Кроме того, метод может столкнуться с проблемами при выборе правильного шага и начальной точки, а также при наличии локальных минимумов, что снижает точность решения.

Метод Ньютона, в свою очередь, известен своей высокой сходимостью и точностью. Этот метод использует вторые производные функции потерь, что

позволяет гораздо быстрее находить экстремумы по сравнению с методом градиентного спуска. Он особенно эффективен для задач с гладкими функциями и хорошо выраженными минимумами. Однако метод Ньютона требует значительных вычислительных ресурсов, так как необходимо вычислять матрицу Гессе, что делает его менее подходящим для больших и сложных задач.

В целом, метод Лагранжа лучше всего подходит для задач с жесткими ограничениями, где важно учитывать разнообразие условий. Метод градиентного спуска является простым и быстрым, но может быть менее точным и медленным при сложных задачах. Метод Ньютона оптимален для задач, где необходима высокая точность и скорость сходимости, но его вычислительные затраты ограничивают использование в крупных системах с большим числом переменных.

Критерий	Метод Лагранжа	Метод градиентного спуска	Метод Ньютона
Сложность вычислений	Средняя: требует вычисления множителей Лагранжа для ограничений	Низкая: требует только вычисления первого порядка производных	Высокая: требует вычисления второй производной (матрица Гессе)
Сходимость	Хорошая, но может быть медленной при сложных задачах	Может быть медленной, особенно при сложных функциях	Очень высокая, особенно для гладких функций

Критерий	Метод Лагранжа	Метод градиентного спуска	Метод Ньютона
		с локальными минимумами	
Применение	Подходит для задач с ограничениями, как равенствами, так и неравенствами	Простой и быстрый метод для задач с известным градиентом	Подходит для задач с гладкими функциями и хорошо выраженными минимумами
Точность	Высокая, так как учитываются все ограничения	Могут быть проблемы с точностью из-за локальных минимумов	Очень высокая, за счет использования второй производной
Вычислительные ресурсы	Средние: требует вычислений для множителей и ограничений	Низкие: вычислительная нагрузка минимальна	Высокие: требуют вычислений для второй производной (матрица Гессе)

Закключение: Классические методы оптимизации, такие как метод Лагранжа, метод градиентного спуска и метод Ньютона, являются важными инструментами

для решения задач оптимизации в энергетике. Каждый из этих методов имеет свои особенности и области применения, что делает их полезными для оптимизации режимов работы электрических сетей, минимизации потерь энергии и повышения эффективности работы энергетических систем. Выбор метода зависит от сложности задачи, числа переменных и типа ограничений, а также от вычислительных возможностей.

Использованная литература:

Голованов, А.П. Об оптимизации режимов работы энергосистемы. Электричество. – 1992.

Методы и алгоритмы оптимизации режимов электроэнергетических систем./ Т.Ш. Гайибов. – Т.: Изд. ТашГТУ, 2014

Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, Gerald B. Sheblé. Power Generation, Operation and Control. Third Edition. 2014.

Варганова Александра Владимировна О методах оптимизации режимов работы электроэнергетических систем и сетей // Вестник ЮУрГУ. Серия: Энергетика. 2017.

Теоретические основы оптимизации режимов энергосистем/ Т.Х. Насиров, Т.Ш. Гайибов. – Т.: “Фан ва технология”, 2014, 148 стр