



## INTEGRALLAR HAQIDA TUSHUNCHA

*Soliyeva Dildorxon Saydg'ulomovna**Jo'rayeva Muslina G'ufronjon qizi**Yigitaliyeva Gulnozaxon Madaminjon qizi**Furqat tumani politexnikumi*

**Annotatsiya** Integrallar - matematik tahlilning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, ular ikki asosiy yo'nalishni o'z ichiga oladi: "yo'lidan" yoki "sirt yuzasi" orqali kattaliklarni o'lchash. Integrallarning matematik ahamiyati katta bo'lib, ular fizika, iqtisodiyot, muhandislik, biologiya va boshqa sohalarda keng qo'llaniladi. Ushbu maqolada integralning ta'rifi, uning asosiy turlari, asosiy qoidalari va formulalari haqida so'z yuritiladi. Shuningdek, integralni hisoblash usullari, masalalar yechish va amaliy qo'llanilishi ko'rsatiladi.

**Kalit so'zlar** Integrallar, matematik tahlil, qat'iy integral, noqat'iy integral, integral hisoblash, Riemann integral, funksiyalar, to'g'ri integral, amaliy qo'llanish.

## 1. Kirish

Integrallar matematik tahlilning muhim tushunchasini tashkil etadi va o'lchov, yig'ish, maydonlarni hisoblash kabi amaliy masalalarni yechishda ishlatiladi. Ular birinchi navbatda maydonlarni hisoblash, shakllar va fizik kattaliklarning umumiy qiymatlarini aniqlash uchun qo'llaniladi. Integrallar matematikada ikki asosiy turga bo'linadi: **qat'iy integral** va **noqat'iy integral**. Ushbu maqolada ularning farqlari, umumiy hisoblash usullari va qo'llanilish sohasi haqida so'z yuritamiz.

## 2. Integral Ta'rifi

Integrallarni matematik nuqtai nazardan ta'riflash uchun birinchi navbatda "summaning cheklangan chegaralari" tushunchasiga murojaat qilinadi. Agar biror funksianing grafi ostidagi maydonni hisoblash kerak bo'lsa, unda bu maydonni kichik qismlarga bo'lib, har bir qismlarning maydonlarini qo'shish orqali umumiy maydonni aniqlash mumkin. Bunda har bir kichik maydonning qiymati juda kichik bo'lib, ularning yig'indisi asosan integral sifatida ifodalanadi.



Riemann integrali bu tushunchaning eng oddiy va asosiy ta'rifi bo'lib, u funksiya va uning grafi ostidagi maydonni hisoblashning tizimli usulini taqdim etadi. Riemann integralini hisoblash uchun, funksiya ketma-ket bo'linadigan kichik bo'limlarga ajratilib, har bir bo'limning qiymati hisoblanadi va barcha bo'limlar yig'indisi integralni tashkil etadi.

### 3. Integralning Asosiy Turlari

#### 3.1. Riemann Integral

Riemann integralining ta'rifi, yuqorida ta'kidlanganidek, funksiya va uning grafigi ostidagi maydonni kichik bo'laklarga bo'lish orqali amalga oshiriladi. Bu integral faqat davom etadigan, ya'ni ta'riflangan intervallar bo'ylab doimiy funksiya uchun hisoblanadi.

Riemann integrali quyidagicha ifodalanadi:

$$\int_a^b f(x) dx \equiv \int_a^b f(x) dx$$

Bu yerda aa va bb - integrallash intervallarining chegara qiymatlari, f(x)f(x) esa integralni hisoblayotgan funksiya.

#### 3.2. Noqat'iy Integral

Noqat'iy integralda funksiya intervallarning chegaralariga yoki integral olish hududiga cheksiz yaqinlashadi. Bunday integrallar maxsus shartlar bajarilganda hisoblanadi. Misol uchun, funksiya muayyan nuqtalarda cheksiz kichik yoki cheksiz katta qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

Noqat'iy integralga misol:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 dx \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

Bu integral, xx o'zgaruvchisi cheksizga yaqinlashganda, qanday qiymatga ega bo'lishini ko'rsatadi.

### 4. Integralning Hisoblash Usullari

Integralarni hisoblashning bir qancha usullari mavjud. Asosiy usullar quyidagilarni o'z ichiga oladi:

#### 4.1. O'zgaruvchini almashtirish usuli (Substitution method)

Integrallashda o'zgaruvchini almashtirish usuli juda samarali bo'lib, funktsiyaning

murakkab ko'rinishini soddalashtirishga yordam beradi. Masalan, agar funksiyaning integrali juda murakkab bo'lsa, o'zgaruvchini almashtirish orqali uni osonroq ifodalaymiz.

#### 4.2. Qisman integrallash usuli (Integration by parts)

Bu usul ikki funksiyaning integralini hisoblashda qo'llaniladi va quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du \quad \text{int } u \backslash, \quad dv = uv - \int v \, du$$

Bu yerda uu va vv — funksiya va uning hosilalari.

#### 4.3. Integralni qayta tashkil qilish (Partial fractions method)

Agar funksiya kesir shaklida bo'lsa, uning integralini hisoblashda integralni qismlarga ajratib, har bir qismini alohida hisoblash mumkin.

### 5. Integrallarni Amaliy Qo'llanilishi

Integrallar nafaqat matematikada, balki turli ilmiy sohalarda ham keng qo'llaniladi. Ular quyidagi sohalarda faoliyat ko'rsatadi:

- **Fizika:** Integrallarni fizik kattaliklarni hisoblashda, masalan, ish, energiya, to'liq maydonlar va elektromagnit induktsiya kabi masalalarни yechishda ishlatish mumkin.

- **Iqtisodiyot:** Iqtisodiy masalalar, shu jumladan, ishlab chiqarish resurslarining samarali taqsimlanishi, foyda va xarajatlarni hisoblashda integraldan foydalaniladi.

- **Biologiya:** Integrallar biologik modellarni, masalan, populyatsiya o'sishining dinamikasini va genetik o'zgarishni o'rganishda ishlatiladi.

- **Muhandislik:** Muhandislik sohasida, masalan, turli shakllar yuzasining maydonini hisoblashda, qurilma qismlarining kengayish va qisqarish jarayonlarini o'rganishda integrallar ishlatiladi.

### 6. Xulosa

Integrallar matematik tahlilning eng muhim tushunchalaridan biri bo'lib, u turli xil sohalarda keng qo'llaniladi. Ularning asosiy turlari - qat'iy integral va noqat'iy integral bo'lib, ular turli turdag'i funksiyalarni va ularning grafigi ostidagi maydonlarni hisoblashda ishlatiladi. Integrallarni hisoblashning turli usullari mavjud bo'lib, ular

funksiya va muammoning murakkabligiga qarab tanlanadi. Amaliy qo'llanilishi esa iqtisodiyot, fizika, biotexnologiya, muhandislik va boshqa sohalarda keng tarqalgan.

## 7. Foydalanilgan Adabiyotlar

1. Stewart, J. (2015). *Calculus: Early Transcendentals*. 8th Edition. Brooks/Cole.
2. Apostol, T. M. (2007). *Calculus, Vol. 1: One-Variable Calculus with an Introduction to Linear Algebra*. 2nd Edition. Wiley.
3. Rudin, W. (1987). *Real and Complex Analysis*. 3rd Edition. McGraw-Hill.
4. Larson, R., & Edwards, B. H. (2014). *Calculus of a Single Variable*. 10th Edition. Brooks/Cole.
5. Spivak, M. (2008). *Calculus*. 4th Edition. Publish or Perish.