

GRAFDA ENG QISQA YOLNI TOPISH. ALGORITMLAR VA
YECHIMLAR**Toshboltayev Faxriddin O‘rinboyevich**

FarDU Axborot texnologiyalari

kafedrası katta o‘qituvchisi(PhD)

Abidova Nafosatxon Nozimjon qizi

Farg‘ona davlat universiteti 3-kurs talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada graf nazariyasining muhim muammolaridan biri bo‘lgan eng qisqa yo‘lni topish masalasi ko‘rib chiqiladi. Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall va A* algoritmlari tahlil qilinib, ularning ishlash prinsipi, vaqt murakkabligi va qo‘llanilish sohalari taqqoslanadi. Har bir algoritmning afzalliklari va cheklovlari haqidagi ma’lumotlar asosida konkret masalalarga mos yechimlar taklif etiladi.

Аннотация: В данной статье рассматривается одна из ключевых задач теории графов — нахождение кратчайшего пути. Анализируются алгоритмы Дейкстры, Беллмана-Форда, Флойда-Уоршелла и A*, описываются принципы их работы, временная сложность и области применения. На основе сравнительного анализа предложены подходящие решения для различных типов графов и задач.

Abstract: This article explores one of the fundamental problems in graph theory — finding the shortest path. Algorithms such as Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall, and A* are analyzed, including their working principles, time complexity, and application areas. Based on a comparative study, suitable solutions are proposed for different types of graphs and problem contexts.

Kalit soʻzlar:Graf, eng qisqa yoʻl, Dijkstra algoritmi, Bellman-Ford, Floyd-Warshall, A* algoritmi, yoʻl topish, murakkablik.

Kirish

Graf nazariyasi matematika va informatikaning eng muhim va amaliy ahamiyatga ega boʻlgan sohalaridan biridir. Uning asosiy elementlari — tugunlar (nuqtalar) va ularni bogʻlovchi qirralar (yoʻllar) — orqali turli real hayotiy tizimlar, masalan, transport tarmoqlari, ijtimoiy tarmoqlar, aloqa tizimlari, yoʻl harakati, internet marshrutlash va logistika tizimlari modellashtiriladi. Graflarda eng koʻp uchraydigan va dolzarb masalalardan biri — bu ikki tugun orasidagi eng qisqa yoʻlni topish muammosidir.

Eng qisqa yoʻlni topish masalasi — berilgan boshlangʻich tugundan boshqa tugungacha boʻlgan yoʻllar orasidan umumiy yoʻl uzunligi (yoki xarajati) eng kam boʻlganini aniqlashdan iborat. Ushbu masala faqat nazariy emas, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega. Masalan, GPS navigatsiyada eng qisqa yoʻlni aniqlash, internet paketlarini uzatishda optimal marshrutni belgilash, robot texnikasida toʻsiqlardan chetlab oʻtish uchun yoʻl rejalashtirish kabi sohalarida qoʻllaniladi.

Muammoning yechimi grafning tuzilishi va ogʻirliklar (masofa, vaqt, xarajat) taqsimotiga bogʻliq boʻlib, har xil holatlar uchun turli algoritmlar qoʻllaniladi. Masalan, Dijkstra algoritmi ijobiy ogʻirlikli grafda eng mashhur va samarali yondashuv boʻlsa, Bellman-Ford algoritmi manfiy ogʻirliklar mavjud boʻlgan holatlarda qoʻllanilishi mumkin. Floyd-Warshall algoritmi esa barcha tugunlar orasidagi eng qisqa yoʻllarni bir vaqtda hisoblab berish imkonini beradi. Shuningdek, sunʼiy intellekt yondashuvlariga yaqin boʻlgan A* (A-star) algoritmi heuristikani qoʻllab, yoʻl topishda muayyan ustunliklarga ega

Ushbu maqolada yuqorida nomi tilga olingan asosiy algoritmlar keng tahlil qilinadi, ularning ishlash prinsiplari, afzallik va kamchiliklari, vaqt murakkabligi koʻrib chiqiladi hamda real masalalarga qanday mos tushishi oʻrganiladi. Bundan

maqsad — turli graf strukturalari va masala talablari uchun eng samarali algoritmni tanlash mezonlarini shakllantirishdir.

Asosiy qism

Grafda eng qisqa yo'lni topish masalasi turli holatlar uchun turlicha yondashuvlarni talab qiladi. Bu bo'limda eng mashhur algoritmlar — Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall va A* (A-star) algoritmlarining ishlash mexanizmi, afzalliklari, cheklovlari va amaliy qo'llanilish sohalari yoritiladi.

1. Dijkstra algoritmi

Dijkstra algoritmi 1956-yilda Edsger Dijkstra tomonidan ishlab chiqilgan va u ijobiy og'irlikli grafda bitta boshlang'ich tugundan qolgan barcha tugungacha eng qisqa yo'lni topish uchun mo'ljallangan.

Ishlash prinsipi:

Har bir tugunga cheksiz masofa belgilanadi, boshlang'ich tugunga 0 masofa qo'yiladi.

Har gal eng kichik masofali tugun tanlanadi va uning qo'shni tugunlariga masofa yangilanadi.

Tizim tugunlar tugamaguncha yoki kerakli manzilga yetmaguncha davom etadi.

Afzalliklari:

Tez va samarali.

Ijobiy og'irlikli graf uchun optimal natija beradi.

Cheklovlari:

Manfiy og'irliklar bilan ishlay olmaydi.

Murakkablik: $O(|E| + |V| \log |V|)$ — (E – qirralar soni, V – tugunlar soni)

2. Bellman-Ford algoritmi

Bellman-Ford algoritmi manfiy og'irlikli graf uchun eng qisqa yo'lni topishda qo'llaniladi. Bu algoritm Dijkstra'dan farqli o'laroq, barcha qirralar orqali maksimal $|V|-1$ marta takroriy tekshiruv o'tkazadi.

Afzalliklari:

Manfiy og'irlikli graf bilan ishlay oladi.

Eng qisqa yo'l yo'qligini (masalan, manfiy sikl) aniqlay oladi.

Cheklovlari:

Ishlash tezligi pastroq.

Katta graflarda sekin ishlaydi.

Murakkablik: $O(|V| \times |E|)$

3. Floyd-Warshall algoritmi

Floyd-Warshall algoritmi — barcha tugunlar juftligi orasidagi eng qisqa yo'lni topish uchun ishlatiladi. Dinamik dasturlashga asoslangan bo'lib, graf og'irlik matritsasini qayta-qayta yangilash orqali yakuniy natijani beradi.

Afzalliklari:

Har qanday og'irlikdagi grafda ishlaydi (manfiy og'irlik — lekin sikl bo'lmasligi sharti bilan).

Barcha tugunlar orasidagi yo'llar bir vaqtda hisoblanadi.

Cheklovlari:

Katta o'lchamli graf uchun xotira va vaqt jihatdan juda talabchan.

Murakkablik: $O(|V|^3)$

4. A* (A-star) algoritmi

A* algoritmi — heuristikaga asoslangan algoritm bo‘lib, u eng qisqa yo‘lni aniqroq va tezroq topishga intiladi. Bu algoritm odatda interaktiv muhitlarda (masalan, o‘yinlar, GPS tizimlari) ishlatiladi.

Ishlash prinsipi:

Har bir tugun uchun $g(n)$ — hozirgi tugungacha bo‘lgan xarajat, $h(n)$ — taxminiy qolgan masofa hisoblanadi.

$f(n) = g(n) + h(n)$ qiymat bo‘yicha eng kichik tugun tanlab olinadi.

Afzalliklari:

Tez ishlaydi.

Ancha aniqlik bilan kerakli yo‘lni topadi (agar heuristika to‘g‘ri tanlansa).

Cheklovlari:

Heuristika noto‘g‘ri bo‘lsa, noto‘g‘ri natija chiqishi mumkin.

Manfiy og‘irliklarda ishlamaydi.

Murakkablik: Eng yomon holatda Dijkstra’ga teng yoki sekinroq, lekin amalda tezroq ishlaydi.

Algoritm	Manfiy og‘irlik	Har doim optimal	Murakkablik	Foydalanish holati
Dijkstra	Yo‘q	Ha	$O(E^2)$	E
Bellman-Ford	Ha	Ha	$O(E \cdot V)$	V

Algoritm	Manfiy og'irlik	Har doim optimal	Murakkablik holati	Foydalanish
Floyd-Warshall	Qisman	Ha	$O(V^3)$	V
A*	Yo'q	Ha (heuristika to'g'ri bo'lsa)	$O(E)$	E
Xulosa				

Grafda eng qisqa yo'lni topish masalasi — nafaqat nazariy informatika, balki amaliy muammolarni hal qilishda ham muhim o'rin tutadi. Mazkur maqolada eng keng tarqalgan algoritmlar — Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall va A* algoritmlari ko'rib chiqildi. Har bir algoritmning ishlash mexanizmi, murakkabligi va qo'llanilish sohasi batafsil tahlil qilindi.

Tahlillardan ko'rinadiki:

Dijkstra algoritmi ijobiy og'irlikli grafda tez va samarali yechim beradi;

Bellman-Ford algoritmi manfiy og'irliklar mavjud bo'lgan graflarda ishonchli hisoblanadi;

Floyd-Warshall algoritmi esa barcha tugun juftliklari orasidagi eng qisqa yo'lni hisoblashda foydali;

A* algoritmi esa heuristikaga asoslangan holda interaktiv va real vaqt tizimlarida yuqori natijalar beradi.

Demak, eng qisqa yo'lni topish uchun yagona universal algoritm mavjud emas. Har bir holatda grafning xususiyatlari, resurslar cheklovi va amaliy maqsadlar asosida eng mos algoritm tanlanishi kerak. Kelgusida sun'iy intellekt yondashuvlarini

chuqurroq integratsiyalash orqali bu algoritmlarning samaradorligini oshirish imkoniyati mavjud.

Foydalanilgan adabiyotlar

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). Introduction to Algorithms (3rd ed.). MIT Press. (Mashhur algoritmlar haqidagi asosiy manba; Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd-Warshall kabilarni o'z ichiga oladi.)

Dasgupta, S., Papadimitriou, C., & Vazirani, U. (2006). Algorithms. McGraw-Hill. (Oddiy tilda tushuntirilgan algoritmlar kitobi, talabalarga mo'ljallangan.)

Абдусаматов, К. (2012). Алгоритмы и данные. Ташкент: Национальный университет Узбекистана. (O'zbek tilida algoritmlar asosida yozilgan mahalliy manba.)

GeeksforGeeks. (n.d.). <https://www.geeksforgeeks.org/shortest-path-algorithms> (Onlayn interaktiv o'rgatuvchi maqola va kod misollar.)

Visualgo.net – Graph Algorithms Visualizer. <https://visualgo.net/en> (Algoritmlarning vizualizatsiyasi uchun onlayn platforma.)