ISSN 2181-3187

# GEOMETRIK PROGRESSIYA VA UNING N-HADI FORMULALARI

Buxoro Muhandislik Texnologiya Instituti

akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

**Saidov Asqar Hayitnazarovich**

**Kalit so'zlar:** Geometrik progressiya, natural ko'rsatgichli daraja, natural daraja, ketma-ket geometrkc progressiya.

**Annotatsiya: Maqolada g**eometrik progressiyaning ta'rifi, geometric progressiyaning maxraji, geometric progressiyada istalgan hadini toppish formulalari, geometrik progressiyaning n-hadi formulasi va geometric progressiyaga doir masalalar yechimlari ko'rsatigan.

**Key words:** Geometric progression, degree with natural pointer, natural degree, successive geometric progression.

**Abstract:** The article shows the definition of geometric progression, the denominator of geometric progression, formulas for finding any term in geometric progression, the formula for the nth term of geometric progression, and solutions to problems related to geometric progression.

**Ключевые слова:** геометрическая прогрессия, степень с натуральным указателем, натуральная степень, последовательная геометрическая прогрессия.

**Аннотация:** В статье приведены определение геометрической прогрессии, знаменатель геометрической прогрессии, формулы нахождения любого члена геометрической прогрессии, формула n-го члена геометрической прогрессии, а также решения задач, связанных с геометрической прогрессией.

Hadlari 2 soning natural ko'rsatgichli darajalaridan iborat bo'lgan

ISSN 2181-3187

$2; 2^2; 2^3; 2^4: 2^5; 2^6;$…….

ketma-ketlik berilgan. Bu ketma-ketlikning ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi avvalgi hadini 2 ga ko’paytirish bilan hosil qilinadi. Bu ketma-ketlik geometrik progressiyaga misol bo’ladi.

Geometrik progressiya deb, noldan farqli sonlarning shunday ketma-ketligiga aytiladiki, unda ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi avvalgi hadni ayni bir songa ko’paytirilganiga teng.

Agar istalgan natural n uchun $b_n \neq 0$ va $b_{n+1} = b_{n+1} \cdot q$

(bunda q – biror son) shart bajarilsa, $(b_n)$ ketma-ketlik geometrik progressiya bo’ladi. Masalan 2 sonining natural darajalari ketma-ketligini $(b_n)$ bilan belgilaymiz. Bu holda istalgan natural n uchun $b_{n+1} = b_n \cdot 2$ ternglik to’g’ri, bunda q=2 .

Geometrik progressiyaning ta’rigidan uning ikkinchi hadidan boshlab istalgan hadining avvalgi hadiga nisbatan q ga teng ekani kelib chiqadi, ya’ni istalgan natural n da

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$ tenglik to’g’ri.

q soni geometrik progressiyaning maxraji deyiladi.

Geometrik progressiyaning maxraji noldan farqli bo’lishi lozim.

Geometrik progressiyani erish uchun uning birinchi hadini va maxrajini ko’rsatish yetarli.

Misollar yechamiz

Agar $b_1 = 1$ va q = 0,1 bo’lsa, u holda 1; 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001;……..

Geometrik progressiyani hosil qilamiz. -5; -10; -20; -40; -80;…..

Geometrik progressiya $b_1 = -5$ va q = 2 shartlar bajariladi.

ISSN
2181-3187

Agar $b_1 = 2$ va $q = -3$ bo'lsa, u holda

2; -6; 18; -54; 162;…… progressiyaga ega bo'lamiz.

Agar $b_1 = 8$ va $q = 1$ bo'lsa, u holda 8; 8; 8; 8; ;8;…..

geometrik progressiyani hosil qilamiz.

Geometrik progressiyaning birinchi hadini va maxrajini bilgan holda uning ketma-ket ikkinchi , uchinchi va umiman istalgan hadini toppish mumkin:

$b_2 = b_1q$

$b_3 = b_2q = (b_1q)q = b_1q^2$

$b_4 = b_3q = (b_1q^2)q = b_1q^3$

$b_5 = b_4q = (b_1q^3)q = b_1q^4$

Xuddi shunday $b_6 = b_1q^5$, $b_7 = b_1q^6$ va hokazoni topamiz. Umuman, $b_n$ ni toppish uchun biz $b_1$ ni $q^{n-1}$ ga ko'paytirishimiz kerak, ya'ni

$b_n = b_1 q^{n-1}$

Bu formula geometrik progressiyaning n-hadi formulasi.

Qadimgi hind afsonasida shaxmatni ixtiro qilgan kishiga o'z ixtirosi uchun shaxmat taxtasining birinchi katagiga bitta bug'doy doni, ikkinchisiga undan ikki marta ortiq don, ya'ni 2 ta don, uchinchisiga undan ikki marta ko'p, ya'ni 4 ta don va hokazo 64- katakkacha shunday talab qildi. Shaxmat ixtirochisi necha dona bug'doy olishi kerak?

Gap borayotgan bug'doy donlari soni birinchi hadi 1 ga teng, maxraji ersa 2 ga teng bo'lgan geometrik progressiya oltmish to'rtta hadining yig'indisidan iborat. Bu yig'indini S bilan belgilaymiz.

$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots\ldots + 2^{62} + 2^{63}$

ISSN 2181-3187

Yozilgan tenglikning ikkala qismini progressiya maxrajiga ko'paytirib,

$$2S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}$$

ni hosil qilamiz. Ikkinchi tenglikdan birinchisini ayirib, soddalashtiramiz;

$$2S - S = (2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}) - (1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63})$$

$$S = 2^{64} - 1$$

Bunday miqdordagi bug'doy donalarining massasi trillion tonnadan ortadi. Bu insoniyat shu vaqtgacha yig'gan bug'doy miqdoridan ancha ko'pdir.

Endi ixtiyoriy geometrik progressiya dastlabki n ta hadining yig'indisi formulasini keltirib chiqaramiz. S yig'indisini hisoblashdagi usuldan foydalanamiz.

$(b_n)$ geometrik progressiya berilgan bo'lsa, uning dastlabki n ta hadining yig'indisini $S_n$ bilan belgilaymiz.

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{n-1} + b_n \qquad (1)$$

Bu tenglikning ikkala qismini q ga ko'paytiramiz.

$$S_n q = b_1 q + b_2 q + b_3 q + \ldots + b_{n-1} q + b_n q.$$

Endi $b_1 q = b_2$, $b_2 q = b_3$, $b_3 q = b_4$ ………. $b_{n-1} q = b_n$ ekanligini hisobga olib,

$$S_n q = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{n-1} + b_n q \qquad (2)$$

tenglikni hosil qilamiz.

$S_n(q-1) = b_n q - b_1 q$ $q \neq 1$ bo'lsin. U holda $S_n = \frac{b_n q - b}{q-1}$ (3)

Biz $q \neq 1$ bo'lgan geometrik progressiyaning dastlabki n ta hadining yig'indisi formulasini hosil qildik. Agar q=1 bo'lsa, u holda progressiyaning hamma hadlari birinchi hadiga teng bo'ladi va $S_n = nb_1$

ISSN 2181-3187

Juda ko'p masalalarni yechishda geometrik progressiyaning dastlabki n ta hadi yig'indisining boshqacha shaklda yozilgan formulasidan foydalaniladi. 3 formulada $b_n$ o'rniga $b_1q^{n-1}$ ni qo'yamiz. U holda

$$S_n = \frac{b_1(q^n-1}{q-1}, \text{ bunda } q \neq 1 \quad (4)$$

1-misol: $b_1 = 5$ va $q = 1/4$ bo'lgan geometric progressiya dastlabki 8 ta hadining yig'indisini toping.

Progressiyaning birinchi hadi va maxraji ma'lum bo'lgani uchun masalani yechishda (4) formuladan foydalangani qulay;

$$S_8 = \frac{b_1(q^n-1}{q-1} = \frac{5\cdot((\frac{1}{4})^8-1)}{\frac{1}{4}-1} = \frac{5\cdot(\frac{1}{65536}-1)}{-\frac{3}{4}} = -20(\frac{1}{65536} - 1) = 20 - \frac{20}{65536} = \frac{1310700}{65536} = 19\frac{65526}{65536}$$

2-mosol: Agar $b_3 = 12$ va $b_4 = 48$ ekanligi ma'lum bo'lsa, $(b_n)$ geometric progressiya dastlabki oltita hadining yig'indisini toping.

$b_3$ va $b_5$ ni bilgan holda progressiyaning maxraji q ni topish mumkin.

$b_5 = b_4q = b_3q^2$ bo'lgani uchun

$q^2 = \frac{b_5}{b_3} = -\frac{48}{12} = 4$ Demak, $q = 2$ yoki $q = -2$

Shunday qilib, masalaning shartini qanoatlantiruvchi ikkita progressiya mavjud.

Agar $q = -2$ bo'lsa, u holda $b_1 = \frac{b_3}{q^2} = 3$ va $S_6 = \frac{b_1(q^6-1)}{q-1} = \frac{3((-2)^6-1)}{-2-1} = -63$

Agar $q = 2$ bo'lsa, u holda $b_1 = 3$ va $S_6 = \frac{3(2^6-1)}{2-1} = 189$

Adabiyotlar ro'yxati

1. Jo'raev T. va boshqalar. Oliy matematika asoslari. 1-2-tom. T.: «O'zbekiston». 1995, 1999 y.

ISSN 2181-3187

2. O‘rinboeva L.O‘. Matematika. O‘quv qo‘llanma.T. : “InnovatsiyaZiyo”, 2020.

3. Mirziyoev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. Toshkent, “O‘zbekiston”, 2017 yil,

4. Hamedova N.A., Sadikova A.V., Laktaeva I.Sh. ”Matematika” – Gumanitar yo‘nalishlar talabalari uchun o‘quv qo‘llanma. T.: ”Jahon-Print” 2007y.