ISSN 2181-3187

EHTIMOLLAR NAZARIYASINING PREDMETI VA UNING IQTISODIY, TEXNIK MASALALAR UCHUN AHAMIYATI.

Buxoro Muhandislik Texnologiya Instituti

akademik litseyi matematika fani o'qituvchisi

Saidov Asqar Hayitnazarovich

Kalit so'zlar: Tasodifiy hodisalar, ehtimollar nazariyasi, kombinatsiya, kichik kvadratlar usuli, elementar hodisalar, hodisaning geometric ehtimolligi.

Annotatsiya: Maqolada ehtimollar nazariyasining kelib chiqish tarixi, uni yaratgan olimlar, uning zarurligi, ta'rifi va xossalari haqida ma'lumotlar berilgan.

Ключевые слова: Случайные события, теория вероятностей, комбинации, метод малых квадратов, элементарные события, геометрическая вероятность события.

Аннотация: В статье представлены сведения об истории теории вероятностей, учёных, создавших её, её необходимости, определении и свойствах.

Key words: Random events, probability theory, combination, method of small squares, elementary events, geometric probability of an event.

Abstract: The article provides information about the history of the theory of probability, the scientists who created it, its necessity, definition and properties.

Ehtimollar nazariyasi "tasodifiy tajribalar", ya'ni natijasini oldindan aytib bo'lmaydigan tajribalardagi qonuniyatlarni o'rganuvchi matematik fandir. Bunda shunday tajribalar qaraladiki, ularni o'zgarmas (ya'ni, bir xil) shartlar kompleksida hech bo'lmaganda nazariy ravishda ixtiyoriy sonda takrorlash mumkin, deb hisoblanadi. Bunday tajribalar har birining natijasi *tasodifiy hodisa* ro'y berishidan

ISSN 2181-3187

iboratdir. Insoniyat faoliyatining deyarli hamma sohalarida shunday holatlar mavjudki, u yoki bu tajribalarni bir xil sharoitda koʻp marta takrorlash mumkin boʻladi. Ehtimollar nazariyasini sinovdan-sinovga oʻtishida natijalari turlicha boʻlgan tajribalar qiziqtiradi. Biror tajribada roʻy berish yoki bermasligini oldindan aytib boʻlmaydigan hodisalar tasodifiy hodisalar deyiladi. Masalan, tanga tashlash tajribasida har bir tashlashga ikki tasodifiy hodisa mos keladi: tanganing gerb tomoni tushishi yoki tanganing raqam tomoni tushishi. Albatta, bu tajribani bir marta takrorlashda shu ikki tasodifiy hodisalardan faqat bittasigina roʻy beradi. Tasodifiy hodisalarni biz tabiatda, jamiatda, ilmiy tajribalarda, sport va qimor oʻyinlarida kuzatishimiz mumkin. Umumlashtirib aytish mumkinki, tasodifiyat elementlarisiz rivojlanishni tasavvur qilish qiyindir. Tasodifiyatsiz umuman hayotning va biologik turlarning yuzaga kelishini, insoniyat tarihini, insonlarning ijodiy faoliyatini, sotsial-iqtisodiy tizimlarning rivojlanishini tasavvur etib boʻlmaydi. Ehtimollar nazariyasi esa aynan mana shunday tasodifiy bogʻliqliklarning matematik modelini tuzish bilan shugʻillanadi.

Tasodifiyat insoniyatni doimo qiziqtirib kelgandir. Shu sababli ehtimollar nazariyasi boshqa matematik fanlar kabi amaliyot talablariga mos ravishda rivojlangan. Ehtimollar nazariyasi boshqa matematik fanlardan farqli oʻlaroq nisbatan qisqa, ammo oʻta shijoatlik rivojlanish tarixiga ega. Endi qisqacha tarixiy maʼlumotlarni keltiramiz. Ommaviy tasodifiy hodisalarga mos masalalarni sistematik ravishda oʻrganish va ularga mos matematik apparatning yuzaga kelishi XVII asrga toʻgʻri keladi. XVII asr boshida, mashhur fizik Galiley fizik oʻlchashlardagi xatoliklarni tasodifiy deb hisoblab, ularni ilmiy tadqiqot qilishga uringan. Shu davrlarda kasallanish, oʻlish, baxtsiz hodisalar statistikasi va shu kabi ommaviy tasodifiy hodisalardagi qonuniyatlarni tahlil qilishga asoslangan sugʻurtalanishning umumiy nazariyasini yaratishga ham urinishlar boʻlgan. Ammo, ehtimollar nazariyasi matematik ilm sifatida murakkab tasodifiy jarayonlarning oʻrganishdan emas, balki eng sodda qimor oʻyinlarini tahlil qilish natijasida yuzaga kela boshlagan. Shu boisdan ehtimollar nazariyasining paydo boʻlishi XVII asr ikkinchi yarmiga mos keladi va u

Paskal (1623-1662), Ferma (1601- 1665) va Gyuygens (1629-1695) kabi olimlarning qimor o‘yinlarini nazariyasidagi tadqiqotlari bilan bog‘liqdir. Ehtimollar nazariyasi rivojidagi katta qadam Yakov Bernulli (1654-1705) ilmiy izlanishlari bilan bog‘liqdir. Unga, ehtimollar nazariyasining eng muhim qonuniyati, deb hisoblanuvchi “katta sonlar qonuni” tegishlidir. Ehtimollar nazariyasi rivojidagi yana bir muhim qadam de Muavr (1667-1754) nomi bilan bog‘liqdir. Bu olim tomonidan normal qonun (yoki normal taqsimot) deb ataluvchi muhim qonuniyat mavjudligi sodda holda asoslanib berildi. Keyinchalik, ma’lum bo‘ldiki, bu qonuniyat ham, ehtimollar nazariyasida muhim rol o‘ynar ekan. Bu qonuniyat mavjudligini asoslovchi teoremalar “markaziy limit teoremalar” deb ataladi.

Ehtimollar nazariyasi rivojlanishida katta hissa mashhur matematik Laplasga (1749-1827) ham tegishlidir. U birinchi bo‘lib ehtimollar nazariyasi asoslarini qat’iy va sistematik ravishda ta’rifladi, markaziy limit teoremasining bir formasini isbotladi (Muavr-Laplas teoremasi) va ehtimollar nazariyasining bir necha tadbiqlarini keltirdi. Ehtimollar nazariyasi rivojidagi etarlicha darajada oldinga siljish Gauss (1777-1855) nomi bilan bog‘liqdir. U normal qonuniyatga yanada umumiy asos berdi va tajribadan olingan sonli ma’lumotlarni qayta ishlashning muhim usuli – “kichik kvadratlar usuli”ni yaratdi. Puasson (1781-1840) katta sonlar qonunini umumlashtirdi va ehtimollar nazariyasini o‘q uzish masalalariga qo‘lladi. Uning nomi bilan ehtimollar nazariyasida katta rol o‘ynovchi taqsimot qonuni nomlangandir. XVII va XIX asrlar uchun ehtimollar nazariyasining keskin rivojlanishi va u bilan har tomonlama qiziqish xarakterlidir. Keyinchalik ehtimollar nazariyasi rivojiga Rossiya olimlari V.Ya. Bunyakovskiy (1804-1889), P.L. Chebishev (1821- 1894), A.A. Markov (1856-1922), A.M. Lyapunov (1857-1918), A.Ya. Xinchin (1894-1959), V.I. Romanovskiy (1879-1954), A.N. Kolmogorov (1903-1987) va ularning shogirdlari bebaho hissa qo‘shdilar. O‘zbekistonda butun dunyoga taniqli Sarimsokov (1915- 1995) va S.X. Sirojiddinov (1920-1988) larning muhim rollarini alohida ta’kidlab o‘tish joizdir.

ISSN 2181-3187

Ehtimollikning klassik ta'rifi. Ω chekli n ta teng imkoniyatli elementar hodisalardan tashkil topgan bo'lsin.

A hodisaning ehtimolligi deb, *A* hodisaga qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar soni *k* ning tajribadagi barcha elementar hodisalar soni *n* ga nisbatiga aytiladi.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{k}{n}$$

Klassik ta'rif bo'yicha aniqlangan ehtimollik xossalari.

1. Muqarrar hodisaning ehtimolligi 1 ga teng. $P(\Omega) = \frac{n(\Omega)}{n} = \frac{n}{n} = 1$
2. Mumkin bo'lmagan hodisalarning ehtimolligi 0 ga teng. $P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n} = \frac{0}{n} = 0$
3. Ixtiyoriy hodisaning ehtimolligi uchun quyidagi munosabat o'rinli: $0 \leq P(A) \leq 1$
4. Mumkin bo'lmagan hodisaning ehtimoli nolga teng. $P(\emptyset) = 0$
5. Qarama-qarshi hodisalarning ehtimolliklari yig'indisi birga teng.

$P(A) + P(\bar{A}) =$ Agar $A \subseteq B$ bo'lsa, u holda $P(A) \leq P(B)$

6. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
7. $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
8. Agar birgalikda bo'lmagan $A_1, A_2, \ldots, A_n$ hodisalar to'la gruppani tashkil etsa, ya'ni

$\coprod_{i=1}^{n} A_i = \Omega$ va $A_i \cdot A_j = \emptyset$, $i \neq j$ bo'lsa u holda $\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$

1-misol: Yashikda o'lchamlari va og'irligi bir xil bo'lgan uchta ko'k, sakkizta qizil va to'qqizta oq shar bo'lib, sharlar yaxshilab aralashtirilgan. Yashikdan tavakkaliga 1 ta shar tanlab olingan. Tanlangan sharning ko'k, yoki qizil, yoki oq chiqish ehtimolliklarini toping.

ISSN 2181-3187

Yechish. Istalgan sharning chiqishini teng imkoniyatli deb hisoblash mumkin bo‘lganligidan, jami $n = 3 + 8 + 9 = 20$ ta elementar hodisaga egamiz. *A*, *B*,*C* orqali mos ravishda ko‘k, qizil va oq shar chiqishidan iborat hodisalarni belgilaymiz. . Ehtimollikning klassik ta’rifga ko‘ra

$$P(A) = \frac{3}{20} = 0{,}15, \quad P(B) = \frac{8}{20} = 0{,}4,$$

$$P(C) = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

2-misol. Ikkita o‘yin kubigi tashlanganda tushgan ochkolar ko‘paytmasi 12 ga teng bo‘lish ehtimolligini toping.

Yechish. Ikkita o‘yin kubigini tashlanganda har birida 1, yoki 2, yoki 3, yoki 4, yoki 5, yoki 6 ochko tushishi mumkin. Bir o‘yin kubigining har bir yog‘ini boshqasining har bir yog‘i bilan kombinatsiyasini olish mumkin. Mumkin bo‘lgan hamma kombinatsiyalarni quyidagi jadval ko‘rinishida ifodalash mumkin. (“birinchi” o‘yin kubigida tushgan ochkolar soni birinchi qilib, “ikkinchi” o‘yin kubigida tushgan ochkolar soni esa ikkinchi qilib yozilgan.):

11	**21**	**31**	**41**	**51**	**61**
12	**22**	**32**	**42**	**52**	**62**
13	**23**	**33**	**43**	**53**	**63**
14	**24**	**34**	**44**	**54**	**64**
15	**25**	**35**	**45**	**55**	**65**
16	**26**	**36**	**46**	**56**	**66**

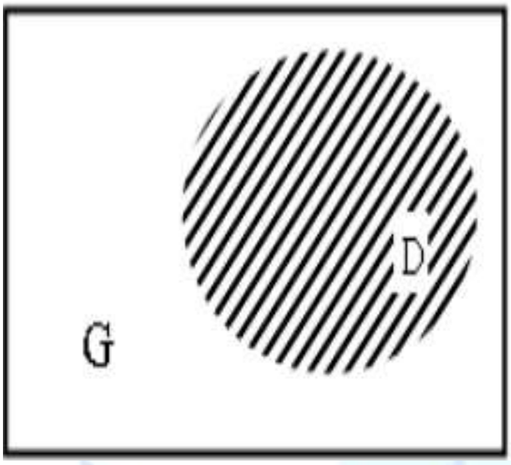
A={tushgan ochkolar ko‘paytmasi 12 ga teng bo‘lish hodisasi}

Bu jadvaldan ko‘rinadiki, ikkita o‘yin kubigi tashlanganda ro‘y berishi mumkin bo‘lgan teng imkoniyatli hodisalar 6·6=36 ga teng. Ular orasida faqat 4ta holatda (ular jadvalda tagiga chizib ko‘rsatilgan) ochkolar ko‘paytmasi 12 ga teng. Ehtimollikning klassik ta’rifiga ko‘ra

$$\mathrm{P(A)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Ehtimollikning geometrik ta’rifi. Ehtimolning klassik ta’rifiga ko‘ra, Ω - elementar hodisalar fazosi chekli bo‘lgandagina hisoblashimiz mumkin. Agar Ω

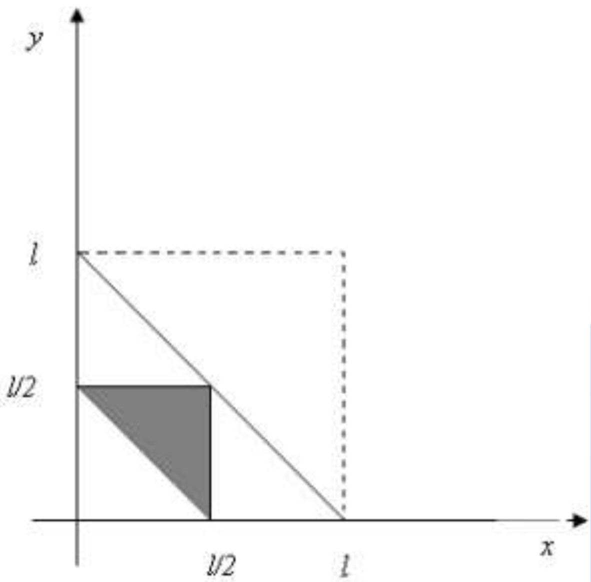
ISSN 2181-3187



cheksiz teng imkoniyatli elementar hodisalardan tashkil topgan bo‘lsa, geometrik ehtimollikdan foydalanamiz. O‘lchovli biror *G* soha berilgan. U D sohani o‘z ichiga olsin. *G* sohaga tavakkaliga tashlangan X nuqtani D sohaga tushishi ehtimolligini hisoblash masalasini ko‘ramiz. Bu yerda X nuqtaning *G* sohaga tushishi muqarrar va D sohaga tushishi tasodifiy hodisa bo’ladi. $A=\{X \in D\}$-X nuqtaning D sohaga tushishi hodisasi bo‘lsin. A hodisaning geometric ehtimolligi

deb, D soha o’lchovini G soha o’lkchoviga nisbatiga aytiladi, ya’ni $P(A)=\frac{mes\{D\}}{mes\{G\}}$ Bu yerda mes orqali uzunlik, yuza, hajm belgilangan.

3-misol: *l* uzunlikdagi sterjen tavakkaliga tanlangan ikki nuqtada bo‘laklarga bo‘lindi. Hosil bo‘lgan bo‘laklardan uchburchak yasash mumkin bo‘lishi ehtimolligini toping.



Yechilishi: Birinchi bo‘lak uzunligini *x*, ikkinchi bo‘lak uzunligini *y* bilan belgilasak, uchinchi bo‘lak uzunligi *x*-*y* bo‘ladi. Bu yerda $\{(x;y): 0 < x+y < \ell\}$, ya’ni $0 < x+y < \ell$ sterjenning bo‘laklari uzunliklarining barcha bo‘lishi mumkin bo‘lgan kombinatsiyasidir.

Bu bo‘laklardan uchburchak yasash mumkin bo‘lishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

$$x + y > \ell - x - y, \quad x + \ell - x - y, \quad y + \ell - x - y > x.$$

Bulardan $x< \frac{l}{2}$, $y< \frac{l}{2}$, $x+y < \frac{l}{2}$, ekanligi kelib chiqadi.

ISSN 2181-3187

Bu tengsizliklar yuqoridagi rasmda bo‘yalgan sohani bildiradi. Ehtimollikning geometrik ta’rifiga ko‘ra:

$$P(A) = \frac{mes\{D\}}{mes\{G\}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\cdot l\cdot l} = \frac{1}{4}$$

Adabiyotlar ro’yxati

1. Farmonov Sh. va boshq. “Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistika”. T.: “Turon-Bo‘ston”, 2012 y.

2. Tojiev Sh.I. Oliy matematika asoslaridan masalalar yechish. T.: «O‘zbekiston». 2002 y.

3. O‘rinboeva L.O‘. Matematika. O‘quv qo‘llanma. T. : “InnovatsiyaZiyo”, 2020.

4. Herbert Gintis , Mathematical Literacy for Humanists, Printed in the United States of America, 2010.