ISSN 2181-3187

УТОЧНЕНИЕ ОБЛАСТИ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОРОДНЫХ ОБОЛОЧКАХ.

Мамаджанова Машхурахон Кадиржановна
Доцент кафедры прикладной математики и механики Андижанского государственного университета.
Солижонова Машхура Маъруфжон кизи
Студент 1 курса направления механика и математическое моделирование

Аннотация

В данной работе исследуется область модуляционной неустойчивости периодических волн в однородных оболочках. На основе анализа нелинейных уравнений, описывающих динамику волн в таких системах, уточнены границы возникновения модуляционной неустойчивости. Показано, что учет нелинейных эффектов и дисперсионных свойств среды позволяет более точно определить параметры, при которых возникает неустойчивость. Результаты работы могут быть применены в задачах нелинейной оптики, акустики и физики плазмы.

Ключевые слова: модуляционная неустойчивость, периодические волны, однородные оболочки, волновой анализ, коррекционные члены, малые параметры, границы устойчивости.

Введение

Модуляционная неустойчивость является одним из ключевых явлений в нелинейной физике, приводящим к распаду периодических волн на серию

ISSN 2181-3187

локализованных структур (солитонов). Это явление играет важную роль в различных областях, включая нелинейную оптику, гидродинамику, акустику и физику плазмы. В частности, в однородных оболочках Модуляционная неустойчивость может существенно влиять на устойчивость волновых пакетов и их эволюцию. Однако точное определение области Модуляционная неустойчивость в таких системах остается актуальной задачей, требующей учета нелинейных и дисперсионных эффектов.

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейное уравнение, описывающее распространение волн в однородной оболочке. В общем виде такое уравнение может быть записано как:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+|\psi|^2\psi=0,$$

где $\psi(x,t)$— комплексная амплитуда волны, xx — пространственная координата, t — время. Для анализа модуляционная неустойчивость используется метод линеаризации относительно периодического решения вида $\psi 0=Ae^{i(kx-\omega t),}$ где A — амплитуда, k — волновое число, ω — частота.

Метод исследования

Для определения области модуляционная неустойчивость проводится линеаризация уравнения относительно периодического решения и анализ спектра возмущений. В результате получается дисперсионное соотношение для малых возмущений:

$$\Omega^2=K^2\left(\frac{K^2}{4}-|A|^2\right),$$

ISSN 2181-3187

где Ω — частота возмущения, K — его волновое число. Условие возникновения модуляционная неустойчивость определяется как $\Omega^2<0$, что соответствует экспоненциальному росту возмущений.

Результаты

На основе анализа дисперсионного соотношения уточнены границы области модуляционная неустойчивость. Показано, что МН возникает при выполнении условия:

$$K^2 < 4|A|^2.$$

Это условие определяет диапазон волновых чисел возмущений, при которых периодическое решение становится неустойчивым. Учет нелинейных эффектов позволяет более точно определить амплитуду и волновое число, при которых модуляционная неустойчивость наиболее выражена.

Зависимость области модуляционной неустойчивости от амплитуды волны

На основе анализа дисперсионного соотношения $\Omega^2 = K^2\left(\frac{K^2}{4} - |A|^2\right)$

следующие результаты:

- При амплитуде волны |A|=0.5|, модуляционная неустойчивость возникает для волновых чисел возмущений K<1.0
- При увеличении амплитуды до |A|=1.0, область неустойчивости расширяется до K<2.0
- Для |*A*|=1.5, модуляционная неустойчивость наблюдается при *K*<3.0.

Полученные статические результаты подтверждают, что область модуляционной неустойчивости существенно зависит от амплитуды волны и

ISSN 2181-3187

волнового числа возмущений. Увеличение амплитуды приводит к расширению диапазона волновых чисел, при которых наблюдается неустойчивость. Эти данные могут быть использованы для прогнозирования поведения волн в однородных оболочках и других нелинейных системах.

Обсуждение

Полученные результаты согласуются с известными данными для нелинейного уравнения Шрёдингера, однако уточнение области модуляционная неустойчивость в однородных оболочках позволяет учесть специфические свойства таких систем. В частности, показано, что увеличение амплитуды волны приводит к расширению области неустойчивости, что важно для практических приложений.

Заключение

В работе уточнены границы области модуляционной неустойчивости периодических волн в однородных оболочках. Показано, что учет нелинейных и дисперсионных эффектов позволяет более точно определить параметры, при которых возникает МН. Результаты работы могут быть использованы для анализа устойчивости волновых процессов в различных физических системах.

Список литературы

1. Zakharov V.E., Ostrovsky L.A. Modulation instability: The beginning. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2009.
2. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 2013.
3. Ablowitz M.J., Segur H. Solitons and the Inverse Scattering Transform. SIAM, 1981.
4. Kivshar Y.S., Malomed B.A. Dynamics of solitons in nearly integrable systems. Reviews of Modern Physics, 1989.