

TRIGONOMETRIK TENGLAMALAR VA ULARNI YECHISH USULLARI.

Esanov Obid Jalolovich

Botirov Zafar Shokirovich

SamISI (Samarqand Iqtisodiyot va servis

Instituti Akademik litseyi), matematika o'qituvchilari

Annotatsiya: Trigonometrik tenglamalar matematikaning murakkab va qiziqarli sohalaridan biri bo'lib, ular ko'plab ilmiy va amaliy masalalarni yechishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu tenglamalar trigonometriya fanining asosiy elementlari bo'lib, burchaklar va ularning trigonometrik funksiyalari o'rtasidagi munosabatlarni ifodalaydi. Trigonometrik tenglamalarni yechish usullari esa ularni amaliyotda qo'llash imkonini beradi va turli matematik va muhandislik masalalarini hal qilishda keng qo'llaniladi.

Kalit so'zlar: noma'lum, trigonometrik tenglamalar, sinus, kosinus, tangens va kotangens, funksiyalar, tenglama.

Аннотация: Тригонометрические уравнения являются одним из самых сложных и интересных разделов математики, которые важны при решении многих научных и практических задач. Эти уравнения являются основными элементами науки тригонометрии, выражая связь между углами и их тригонометрическими функциями. Методы решения тригонометрических уравнений позволяют применять их на практике и широко используются при решении различных математических и инженерных задач.

Ключевые слова: неизвестное, тригонометрические уравнения, синус, косинус, тангенс и котангенс, функции, уравнение.

Abstract: Trigonometric equations are one of the most complex and interesting branches of mathematics, which are important in solving many scientific and practical problems. These equations are the main elements of the science of trigonometry,

expressing the relationship between angles and their trigonometric functions. The methods for solving trigonometric equations allow them to be applied in practice and are widely used in solving various mathematical and engineering problems.

Keywords: unknown, trigonometric equations, sine, cosine, tangent and cotangent, functions, equation.

KIRISH

Trigonometrik tenglamalar odatda sinus, kosinus, tangens va kotangens kabi funksiyalarni o'z ichiga oladi. Bu tenglamalar ko'pincha burchak qiymatini yoki trigonometrik funksiyaning o'zgaruvchisini topish uchun ishlatiladi. Masalan, sinus tenglamalari burchakning sinus qiymatini ma'lum bir son bilan tenglashtirish orqali yechiladi. Bunday tenglamalar ko'pincha burchakning qiymatini topish uchun ishlatiladi va ular ko'plab fizik va muhandislik masalalarida qo'llaniladi. Trigonometrik tenglamalarni yechish jarayonida birinchi navbatda tenglamaning shakli va undagi funksiyalar aniqlanadi. Bu bosqichda tenglamani soddalashtirish, trigonometrik identifikatsiyalarni qo'llash va kerakli o'zgartirishlarni kiritish muhimdir. Masalan, sinus va kosinus funksiyalarining asosiy identifikatsiyalari yordamida tenglama soddalashtirilishi mumkin. Bu usul yechimni osonlashtiradi va tenglamaning yechimlar sonini aniqlashga yordam beradi. Keyingi bosqichda, tenglamaning yechimlarini topish uchun grafik usullar yoki algebraik usullar qo'llaniladi. Grafik usullar yordamida funksiyaning grafigi chizilib, uning tenglama bilan kesishgan nuqtalari aniqlanadi. Bu usul ayniqsa murakkab tenglamalarda qo'llaniladi, chunki u yechimlarni ko'rish va tahlil qilish imkonini beradi. Algebraik usullar esa tenglamani algebraik ifodalarga aylantirish va ularni yechish orqali natijaga erishishni nazarda tutadi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA TADQIQOT METODOLOGIYASI

Trigonometrik tenglamalarni yechishda ko'plab maxsus usullar mavjud. Masalan, burchakning qo'shilishi va ayirilishi formulalari, ikki barobar burchak formulalari, yarim burchak formulalari kabi trigonometrik identifikatsiyalar keng qo'llaniladi.

Ushbu formulalar yordamida tenglamaning murakkab qismi soddalashtiriladi va yechim topish jarayoni osonlashadi. Shu bilan birga, ba'zi hollarda tenglama ko'p a'zoli yoki murakkab ko'rinishda bo'lishi mumkin, bu esa yechim topishni yanada qiyinlashtiradi. Bundan tashqari, trigonometrik tenglamalarni yechishda analitik usullar ham muhim ahamiyatga ega. Masalan, parametrik ifodalar, kompleks sonlar yordamida yechim topish va boshqa ilg'or matematik usullar ko'p hollarda qo'llaniladi. Bu usullar murakkab tenglamalarni yechishda yangi imkoniyatlar yaratadi va yechimlarni yanada aniqroq aniqlashga yordam beradi. Shu tariqa, trigonometrik tenglamalarni yechish nafaqat oddiy algebraik amallarni bajarish, balki chuqur matematik bilimlarni talab qiladi.[1]

Trigonometrik tenglamalarning yechimlari ko'pincha ko'p qiymatli bo'ladi, chunki trigonometrik funksiyalar davriy tabiati bilan ajralib turadi. Bu degani, bitta yechimdan tashqari, tenglama ko'plab boshqa yechimlarga ham ega bo'lishi mumkin. Shu sababli, yechimlarni to'liq aniqlash va ularning davriyligini hisobga olish muhimdir. Bu holatda, yechimlarning umumiy ko'rinishi va ularning intervaldagi joylashuvi alohida e'tiborga olinadi. Trigonometrik tenglamalarni yechishda intervalni aniqlash va yechimlarni shu intervalga moslashtirish ham muhim ahamiyatga ega. Masalan, burchak qiymatlari odatda ma'lum bir oraliqda qidiriladi, chunki real hayotdagi masalalarda burchaklarning qiymatlari cheklangan bo'ladi. Shu bois, yechimlarni topishda intervalni to'g'ri belgilash va unga mos keladigan yechimlarni tanlash zarur. Bu, ayniqsa, amaliy masalalar uchun juda muhimdir.[2]

МУХОКАМА ВА НАТИЖАЛАР

Trigonometrik tenglamalar ko'plab fan sohalarida, jumladan fizika, muhandislik, astronomiya va boshqa ko'plab ilmiy sohalarida qo'llaniladi. Ular yordamida to'lqinlar, tebranishlar, aylanishlar va boshqa ko'plab tabiiy hodisalar tahlil qilinadi. Shu sababli, trigonometrik tenglamalarni yechish usullarini chuqur o'rganish va ularni amaliyotda qo'llash har bir matematik va muhandis uchun zarurdir. Shuningdek, trigonometrik

tenglamalarni yechishda kompyuter dasturlari va kalkulyatorlar keng qo'llaniladi. Zamonaviy texnologiyalar yordamida murakkab tenglamalarni tez va aniq yechish mumkin. Bu esa ilmiy tadqiqotlar va amaliy ishlarni sezilarli darajada yengillashtiradi. Lekin, kompyuter yordamidan foydalanishdan oldin, trigonometrik tenglamalarning asosiy yechish usullarini yaxshi bilish va tushunish muhimdir. Trigonometrik tenglamalarni yechishning yana bir muhim jihati ularning grafik ko'rinishini tahlil qilishdir. Grafik yordamida tenglamaning yechimlari ko'rinadi, ularning soni va joylashuvi aniqlanadi. Bu usul ayniqsa murakkab yoki ko'p a'zoli tenglamalarda samarali hisoblanadi. Grafik tahlil yordamida yechimlarning haqiqiyligini va ularning matematik xususiyatlarini tushunish mumkin. Trigonometrik tenglamalarni yechishda ko'pincha qo'shimcha shartlar va cheklovlar qo'yiladi. Masalan, burchaklarning qiymati ma'lum oraliqda bo'lishi yoki yechimlarning haqiqiy sonlar bo'lishi talab qilinishi mumkin. Bu shartlar yechimlarni aniqlashda muhim rol o'ynaydi va ularni noto'g'ri yoki ma'nosiz natijalardan saqlaydi. Shu bois, yechimlarni topishda barcha shartlarni hisobga olish zarur. Trigonometrik tenglamalar bilan ishlashda muhim ahamiyatga ega bo'lgan yana bir jihat – bu ularning simmetriya va davriy xususiyatlarini hisobga olishdir. Trigonometrik funksiyalar o'zining davriyligi va simmetriya xususiyatlari tufayli ko'p hollarda bir nechta yechimlarga ega bo'ladi. Bu xususiyatlarni bilish va ulardan to'g'ri foydalanish yechimlarni tez va samarali topishga yordam beradi. Trigonometrik tenglamalarni yechishda qo'llaniladigan yana bir muhim usul – bu almashinish usuli bo'lib, unda trigonometrik funksiyalar o'zaro almashtiriladi yoki yangi o'zgaruvchilar kiritiladi. Bu usul tenglamaning murakkabligini kamaytiradi va uni oddiy algebraik tenglama shakliga keltirish imkonini beradi. Natijada, yechim topish jarayoni ancha osonlashadi. Bundan tashqari, trigonometrik tenglamalarni yechishda ko'plab maxsus holatlar va misollar mavjud bo'lib, ularni o'rganish va tahlil qilish yechim usullarini yaxshilashga yordam beradi. Har bir yangi misol yangi strategiyalarni o'rganish va amaliyotda qo'llash imkonini beradi. Shu bois,

matematiklar va talabalar uchun trigonometrik tenglamalar bilan ishlash doimiy ravishda mashq qilish va tajriba orttirishni talab qiladi. Trigonometrik tenglamalarni yechish usullarini o'rganish nafaqat matematikaning nazariy asoslarini mustahkamlash, balki amaliy masalalarni hal qilishda ham katta yordam beradi. Ular yordamida texnik va ilmiy muammolarni yechish, yangi texnologiyalar yaratish va ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish mumkin. Shu sababli, trigonometrik tenglamalar va ularni yechish usullari matematik ta'limning ajralmas qismi hisoblanadi.[3]

Trigonometrik tenglamalar matematikada burchaklar va ularning trigonometrik funksiyalari o'rtasidagi munosabatlarni ifodalovchi tenglamalardir. Ularni yechish turli usullar yordamida amalga oshiriladi. Quyida trigonometrik tenglamalar va ularni yechish usullari misollar bilan birga keltiriladi.[4]

Sinus tenglamalari.

Sinus tenglamalari ko'pincha sinus funksiyasining qiymatini ma'lum bir son bilan tenglashtirishdan iborat bo'ladi. Masalan, tenglama shaklida bo'lishi mumkin:

$$\sin x = a$$

Bu yerda a son berilgan va x burchakni topish kerak.

Misol: $\sin x = 0,5$

Yechish: Sinus funksiyasining qiymati 0,5 ga teng bo'lganda, burchaklar 30° va 150° ga teng bo'ladi (yoki radianlarda $\pi/6$ va $5\pi/6$). Shuningdek, sinus funksiyasi davriy bo'lgani uchun, umumiy yechim quyidagicha ifodalanadi:

$$x = 30^\circ + 360^\circ k \text{ yoki } x = 150^\circ + 360^\circ k, \text{ bu yerda } k \text{ butun son.}$$

Kosinus tenglamalari.

Kosinus tenglamalari ham xuddi shunday yechiladi. Tenglama ko'rinishi:

$$\cos x = b$$

Misol: $\cos x = -0,5$

Yechish: Kosinus -0,5 ga teng bo'lganda, burchaklar 120° va 240° ga teng bo'ladi (yoki radianlarda $2\pi/3$ va $4\pi/3$). Umumiy yechim:

$x = 120^\circ + 360^\circ k$ yoki $x = 240^\circ + 360^\circ k$, k butun son.

Tangens tenglamalari.

Tangens tenglamalari quyidagicha ko'rinadi:

$$\tan x = c$$

Misol: $\tan x = 1$

Yechish: Tangens 1 ga teng bo'lganda, burchak 45° ga teng ($\pi/4$ radian). Tangens funksiyasi davriyligi 180° (π radian) bo'lgani uchun, umumiy yechim:

$$x = 45^\circ + 180^\circ k, k \text{ butun son.}$$

Trigonometrik tenglamalarni soddalashtirish va yechish usullari.

1. Identifikatsiyalar yordamida soddalashtirish.

Trigonometrik identifikatsiyalar yordamida tenglamani soddalashtirish mumkin.

Masalan, qo'shilish va ayirish formulalari, ikki barobar burchak formulalari va boshqalar.

Misol: $\sin 2x = \sqrt{3}/2$

Yechish: $\sin 2x$ qiymati $\sqrt{3}/2$ ga teng bo'lganda, $2x$ burchaklari 60° va 120° ($\pi/3$ va $2\pi/3$) bo'ladi.

Shunday qilib,

$$2x = 60^\circ + 360^\circ k \text{ yoki } 2x = 120^\circ + 360^\circ k$$

$$x = 30^\circ + 180^\circ k \text{ yoki } x = 60^\circ + 180^\circ k$$

2. Grafik usul.

Grafik yordamida tenglamaning yechimlari aniqlanadi. Masalan, $\sin x$ va ma'lum bir sonning grafigi chizilib, kesishgan nuqtalar topiladi.

3. Algebraik usullar.

Tenglamani algebraik shaklga keltirib, yechim topish. Masalan, trigonometrik funksiyalarni algebraik ifodalarga aylantirish.

Misol: $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$

Yechish: Identifikatsiya yordamida $\cos 2x = 0$ deb yozish mumkin.

$$\cos 2x = 0 \text{ bo'lsa, } 2x = 90^\circ + 180^\circ k$$

$$x = 45^\circ + 90^\circ k$$

4. Almashinish usuli.

Ba'zan yangi o'zgaruvchi kiritish orqali tenglama soddalashtiriladi.

Misol: $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$

Yechish: $\sin x = t$ deb olamiz.

Tenglama: $2t^2 - 3t + 1 = 0$

Kvadrat tenglama yechiladi:

$$t = 1 \text{ yoki } t = 1/2$$

$$\sin x = 1 \text{ bo'lsa, } x = 90^\circ + 360^\circ k$$

$$\sin x = 1/2 \text{ bo'lsa, } x = 30^\circ + 360^\circ k \text{ yoki } x = 150^\circ + 360^\circ k$$

5. Maxsus formulalar

Yarim burchak yoki ikki barobar burchak formulalari yordamida yechim topish.

Misol: $\sin x = \cos x$

Yechish: $\sin x - \cos x = 0$

$$\sin x = \cos x \text{ bo'lsa, } \tan x = 1$$

$$x = 45^\circ + 180^\circ k$$

Trigonometrik tenglamalarni yechishda yechimlarning davriyligi, intervaldagi yechimlarni aniqlash va shartlarni hisobga olish muhimdir. Har bir misolda umumiy yechimlar butun son k ga bog'liq holda ifodalanadi. Ushbu usullar va misollar trigonometrik tenglamalarni yechishda asosiy yo'nalishlarni ko'rsatadi va amaliyotda keng qo'llaniladi. Agar kerak bo'lsa, yanada murakkab tenglamalar va ularning yechimlari bilan yordam berishga tayyorman.[5]

XULOSA

Umuman olganda, trigonometrik tenglamalar va ularni yechish usullari matematikaning muhim va keng qamrovli sohasidir. Ularning chuqur o'rganilishi va amaliyotda qo'llanilishi turli fan va texnologiyalar rivojiga katta hissa qo'shadi.

Shuning uchun, bu mavzuni mukammal egallash har bir matematik, muhandis va ilmiy xodim uchun zarurdir. Trigonometrik tenglamalar bilan ishlash bilim va ko'nikmalarni doimiy ravishda rivojlantirishni talab qiladi, bu esa ularning murakkabligi va qiziqarli tomonlarini yanada oshiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdullayev, S., & Qodirov, M. (2022). "Trigonometrik tenglamalar va ularning yechimlari". Toshkent: Fan va Texnologiya nashriyoti.
2. Rasulov, J. (2023). "Matematika: Trigonometriya asoslari". Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti.
3. Mirzaev, A., & Karimova, D. (2021). "Trigonometrik funksiyalar va tenglamalar". Toshkent: Ilmiy nashr.
4. Tursunov, B. (2020). "Ilmiy matematika: Trigonometriya bo'limi". Samarqand: Samarqand Davlat Universiteti nashriyoti.
5. Xolmatov, R. (2023). "Matematika fanidan o'quv qo'llanma: Trigonometriya". Toshkent: O'qituvchi nashriyoti.
6. Yusupova, N. (2022). "Trigonometriya va uning amaliy qo'llanilishi". Toshkent: Ilm-fan nashriyoti.
7. Islomov, F. (2021). "O'rta maktab uchun matematika darsligi: Trigonometriya". Toshkent: Ta'lim nashriyoti.