

BA'ZI TRIGONOMETRIK TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI.

*Xidirova Barchinoy Tolibovna**Izboskan tuman 2-son**politexnikumi matematika fani o'qituvchisi*

Annotatsiya: Mazkur maqolada trigonometrik tenglamalarni yechishning asosiy usullari tahlil qilinadi. Trigonometrik funksiyalarning xossalari asosida yechimlarni topish, tenglamalarni oddiylashtirish va umumlashgan shakllarda ifodalash texnikalari yoritiladi. Maqola matematik analiz, differensial tenglamalar va boshqa amaliy sohalarda trigonometrik tenglamalarni qo'llash imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi. Tadqiqot natijalari trigonometrik tenglamalarni samarali yechish strategiyalarini shakllantirishga yordam beradi.

Kalit so'zlar: Trigonometrik tenglama, tenglamani yechish usullari, bir xil trigonometrik funksiyalar, identikliklar, umumlashgan yechim, periodiklik.

Trigonometrik tenglamalar matematikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, geometrik, fizikaviy va muhandislik muammolarining yechimida keng qo'llaniladi. Ular sinus, kosinus, tangens va kotangens kabi funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalardir. Trigonometrik tenglamalarni yechish, ya'ni noma'lum o'zgaruvchini topish uchun turli algebraik va analitik usullar mavjud. Mazkur maqolada ba'zi keng tarqalgan trigonometrik tenglamalarni yechish usullari, ularning tahlili va amaliy qo'llanilishi ko'rib chiqiladi.

Trigonometrik tenglamalarni yechish masalasi yuzasidan ko'plab matematik darsliklar va ilmiy ishlar mavjud. Jumladan, A.F. Bermantning "Trigonometriya" nomli asari, G.M. Fikhtengoltsning "Matematika analizining asoslari" kitobida tenglamalarni yechishning nazariy asoslari batafsil yoritilgan. Yevklid va Nyuton kabi buyuk olimlar ham trigonometriyaga oid ko'plab masalalarni hal qilishgan. Zamonaviy matematikada esa bu tenglamalar kompyuter algoritmlarida va fizik modellashtirishda ham o'z o'rnini topgan.

Trigonometrik tenglamalarni yechishda quyidagi usullardan foydalaniladi:

Trigonometrik identikliklardan foydalanish:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ kabi asosiy identikliklar yordamida tenglamani soddalashtirish.

Almashtirish usuli:

Masalan, $t = \tan(x/2)$ kabi almashtirish orqali tenglamani algebraik ko'rinishga keltirish.

Grafik usul:

Funksiyalar grafigini chizish va kesish nuqtalari orqali yechimni topish.

Oraliq tahlil usuli:

Ehtimoliy intervalda funksiyaning qiymatini aniqlash va bu oraliqda yechim mavjudligini ko'rsatish.

Periodiklik xususiyatlaridan foydalanish:

Trigonometrik funksiyalarning davriyligini inobatga olgan holda umumiy yechim ifodalari yoziladi:

$$\sin x = a \Rightarrow x = \arcsin(a) + 2\pi n \text{ yoki } x = \pi - \arcsin(a) + 2\pi n$$

$$\cos x = a \Rightarrow x = \pm \arccos(a) + 2\pi n$$

Trigonometrik tenglamalarni yechishning bir nechta usullari mavjud bo'lib, ular tenglamaning shakli va murakkabligiga qarab qo'llaniladi. Quyida eng keng tarqalgan usullarni qisqacha ko'rib chiqamiz:

Algebraik usul:

Agar tenglama oddiy shaklda bo'lsa (masalan, $\sin x = a$ yoki $\cos x = b$), u holda teskari trigonometrik funksiyalardan foydalaniladi.

- Masalan: $\sin x = \frac{1}{2}$.

Yechim: $x = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + 2\pi n = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ yoki $x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, bu yerda $n \in \mathbb{Z}$.

2. Faktorga ajratish:

Murakkab tenglamalarni soddalashtirish uchun faktorga ajratish usulidan foydalaniladi.

- Masalan: $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$.

Bu kvadrat tenglama sifatida ko'riladi: $t = \sin x$ qo'ysak, $2t^2 - t - 1 = 0$.

Diskriminant yordamida $t = 1$ yoki $t = -\frac{1}{2}$.

Shundan $\sin x = 1 \implies x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ yoki $\sin x = -\frac{1}{2} \implies x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, \frac{11\pi}{6} + 2\pi n$

3. Trigonometrik o'zgarishlar va identikliklar:

Trigonometrik identikliklardan (masalan, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$) yoki ikki burchak formulalari) foydalanib, tenglamani soddalashtirish mumkin.

- Masalan: $\sin x + \cos x = 1$.

Buni $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1$ shaklida yozish orqali yechish osonlashadi.

4. O'zgartirish usuli (substitutsiya):

Tenglamada takrorlanadigan iboralar bo'lsa, yangi o'zgaruvchi kiritiladi.

- Masalan: $\cos 2x = \cos x$.

Bu yerda $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ formulasi qo'llaniladi: $2 \cos^2 x - 1 = \cos x$.

$t = \cos x$ qo'ysak, $2t^2 - t - 1 = 0$ tenglamasi hosil bo'ladi.

5. Bir xil burchakli tenglamalar:

Agar tenglama $\sin nx = \sin mx$ yoki $\cos nx = \cos mx$ shaklida bo'lsa, umumiy formula qo'llaniladi.

- Masalan: $\sin 3x = \sin x$.

Yechim: $3x = x + 2\pi k$ yoki $3x = \pi - x + 2\pi k$, bu yerda $k \in \mathbb{Z}$.

6. Grafik usul yoki taxminiy yechimlar:

Murakkab tenglamalar uchun grafik chizish yoki numerik usullar (masalan, Nyuton usuli) yordamida taxminiy yechimlar topiladi.

7. Davriy xususiyatlardan foydalanish:

Trigonometrik funksiyalarning davriyligi (masalan, $\sin x$ va $\cos x$ uchun 2π hisobga olinadi, shuning uchun yechimlar umumiy shaklda $x + 2\pi n$ sifatida yoziladi.

Maslahatlar:

- Tenglamani soddalashtirishdan oldin trigonometrik identikliklarni yodda saqlang.

- Yechimlarni tekshirish uchun chegaralarni (masalan, $[0, 2\pi]$) aniqlang.

- Agar tenglama murakkab bo'lsa, grafik yoki kalkulyatorlardan foydalaning.

Trigonometrik tenglamalarni yechishning universal usuli yo'q. Har bir tenglama o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, ularga mos metod tanlanadi. Masalan, $\sin x + \cos x = 0$ kabi tenglamalarni yechishda bir nechta usulni birlashtirish zarur bo'ladi. Bundan tashqari, texnika va fizika sohalarida yechimning faqatgina bitta davri ichida kerakli bo'lishi mumkin, bu holatda umumiy emas, aniq yechim topish muhim bo'ladi. O'quvchilarning bu tenglamalarni o'rganishi, ularda analitik fikrlash va formulalarni moslashuvchan qo'llash ko'nikmalarini shakllantiradi.

Xulosa

Trigonometrik tenglamalarni yechish matematikani chuqur anglash va uning real muammolardagi qo'llanishini tushunish uchun muhimdir. Turli metodlarning mavjudligi bu tenglamalarni yechishni turli yo'llar bilan bajarishga imkon beradi. Har bir usul o'z afzalliklari va cheklovlariga ega.

Trigonometrik tenglamalarni o'qitishda vizual grafik yondashuvga ko'proq e'tibor berish.

Har bir tenglama uchun optimal usul tanlash bo'yicha algoritmik yondashuvni o'quvchilarga o'rgatish.

Trigonometriya fanida real hayotiy misollar bilan bog'langan topshiriqlarni ko'proq qo'llash.

Raqamli dasturlar yordamida tenglamalarni yechishning interaktiv shakllarini joriy etish.

Adabiyotlar.

1. Avezov A.X. Matematikani o'qitishda interfaol metodlar: «Keys-stadi» metodi // Science and Education, scientific journal, 2:12 (2021), 462-470 b.
2. Avezov A.X. Funksiyaning to'la o'zgarishini hisoblashga doir misollar yechish yo'llari haqida // Science and Education, scientific journal, 2:12 (2021), 50-61 b.

3. Avezov A.X. «Kompleks sonlar» mavzusini o'qitishda «Bumerang» texnologiyasi // Science and Education, scientific journal, 2:12 (2021), 430-440 b.
4. Avezov A.X. Funksiya hosilasi mavzusini o'qitishda «Kichik guruhlarda ishlash» metodi // Science and Education, scientific journal, 2:12 (2021), 441-450 b.
5. Avezov A.X. Ta'limning turli bosqichlarida innovatsion texnologiyalardan foydalanish samaradorligini oshirish // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), c. 789-797.
6. Avezov A.X. Oliy matematika fanini o'qitishda tabaqalash texnologiyasidan foydalanish imkoniyatlari // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), c. 778-788.