

DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI SONLI USULLAR BILAN YECHISH VA ULARNING MUHANDISLIKDAGI QO'LLANILISHI

**Maxammatyunusova Yulduzxon Dilmurot qizi¹, Narmanov Otabek
Abdigapparovich², Yo'ldoshova Dilnoza Ilhomboy qizi¹, Madinabonu
Mirxamidova Mirsaid qizi¹**

¹TATU talabasi, ²TATU dotsenti

E-mail: yunusovayulduz85@gmail.com; narmanov@tuit.uz;
yoldoshovadilnoza00@gmail.com; madinabonumirxamidova14@gmail.com

Annotatsiya:

Ushbu maqolada differensial tenglamalarni sonli (raqamli) usullar yordamida yechishning nazariy asoslari va ularning muhandislikdagi amaliy qo'llanilishi yoritilgan. Asosan, Eyler usuli, Runge-Kutta usullari, chiziqli va chiziqsiz differensial tenglamalar uchun yechim metodlari ko'rib chiqiladi. Muhandislikda bu usullarning issiqlik uzatish, elektr tizimlari, mexanik tebranishlar kabi sohalarda qanday qo'llanilishi misollar orqali tushuntiriladi.

Annotation:

This article explores the theoretical foundations of solving differential equations using numerical methods and their practical applications in engineering. It focuses on methods such as Euler's method, Runge-Kutta methods, and techniques for solving both linear and nonlinear differential equations. The paper illustrates how these approaches are used in engineering fields such as heat transfer, electrical systems, and mechanical vibrations.

Аннотация:

В данной статье рассматриваются теоретические основы численного решения дифференциальных уравнений и их практическое применение в инженерной области. Основное внимание уделяется методам Эйлера, Рунге-Кутты, а также способам решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений. Приводятся примеры использования этих методов в задачах теплопередачи, электрических систем и механических колебаний.

Kalit soʻzlar:

Differensial tenglama, sonli usullar, Eyler usuli, Runge-Kutta usuli, muhandislik modellashtirish, issiqlik uzatish, elektr tizimlari, tebranishlar.

Keywords:

Differential equation, numerical methods, Euler's method, Runge-Kutta method, engineering modeling, heat transfer, electrical systems, vibrations.

Ключевые слова:

Дифференциальные уравнения, численные методы, метод Эйлера, метод Рунге-Кутты, инженерное моделирование, теплопередача, электрические системы, колебания.

Introduction (Kirish). Zamonaviy ilm-fan va texnika taraqqiyoti bilan bir qatorda, muhandislik sohalarida yuzaga keladigan murakkab tizimlarni matematik modellashtirish zaruriyati ortib bormoqda. Bunday modellar koʻpincha differensial tenglamalar koʻrinishida ifodalanadi, chunki ular vaqt boʻyicha oʻzgaruvchan fizik jarayonlarni, masalan, issiqlik uzatish, elektr toki, mexanik harakat kabi holatlarni aniq tasvirlaydi.

Ko'plab real muhandislik masalalari analitik yechimga ega emas yoki ularni qo'l bilan yechish juda murakkab. Shu sababli, differensial tenglamalarni **sonli usullar** yordamida yechish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Eyler usuli, Runge-Kutta usullari, Chekli ayirmalar usuli kabi raqamli yondashuvlar yordamida turli muhandislik muammolarining kompyuterli simulyatsiyasini samarali amalga oshirish mumkin.

Mazkur maqolada differensial tenglamalarni sonli usullar bilan yechishning nazariy asoslari ko'rib chiqiladi va ularning muhandislikdagi, ayniqsa, fizik tizimlarni modellashtirishdagi amaliy qo'llanilishiga alohida e'tibor qaratiladi.

1. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushuncha

Differensial tenglama — bu bir yoki bir nechta noma'lum funksiyaning hosilalarini (tug'ri yoki qisman) o'z ichiga olgan tenglama. Bunday tenglamalar yordamida fizik, kimyoviy, biologik va muhandislik jarayonlarining matematik modellarini tuzish mumkin. Ular **oddiy differensial tenglamalar (ODT)** va **xususiy hosilali differensial tenglamalar (XHDT)** shaklida bo'ladi.

2. Sonli usullarning zarurati

Ko'plab real hayotdagi differensial tenglamalarning aniq (analitik) yechimi mavjud emas. Bunday holatlarda **raqamli (sonli) yechimlar** orqali yaqin yechimlarni topish zarur bo'ladi. Kompyuter dasturlari yordamida bu usullar amalda keng qo'llaniladi.

3. Asosiy sonli usullar

a) Eyler usuli

Bu eng oddiy sonli yechim usullaridan biri bo'lib, differensial tenglama yechimini bosqichma-bosqich, berilgan boshlang'ich shartlar asosida hisoblab boradi.

Formulasi:

$$y_{n+1} = y_n + h * f(x_n, y_n)$$

Bu usul oddiy bo'lsa-da, aniqligi past bo'lishi mumkin.

b) Runge-Kutta usullari

Eyler usuliga nisbatan ancha aniq va barqaror. Eng ko'p qo'llaniladigani – **to'rtinchi tartibli Runge-Kutta usuli.**

Formulasi:

$$y_{n+1} = y_n + (1/6) * (k_1 + 2 * k_2 + k_4)$$

Bu yerda k_1, k_2, k_3, k_4 qiymatlar mos ravishda oraliq nuqtalarda aniqlanadi.

c) Chekli ayirmalar usuli

Xususiyl hosilali tenglamalarni yechishda qo'llaniladi. Bu usulda hosilalar sonli ayirmalar yordamida yaqinlashtiriladi. Issiqlik tenglamasi, to'liq tenglamasi kabi PDE masalalarda juda muhim.

4. Muhandislikdagi qo'llanilishi

▪ Issiqlik uzatish tizimlarida

Fourier qonuni asosida tuzilgan issiqlik tenglamalari sonli usullar bilan yechilib, harorat tarqalishini aniqlash mumkin.

▪ Elektr zanjirlari

RC, RL, RLC zanjirlaridagi kuchlanish va tokni ifodalovchi tenglamalar ODT ko'rinishida bo'lib, ular sonli usullar bilan yechiladi.

▪ Mexanik tebranishlar

Massani buloqqa bog'langan tizimlar, amortizatsiya bilan yoki usiz, differensial tenglama asosida modellashtiriladi. Tezlik va siljish vaqt bo'yicha aniqlanadi.

- Aerodinamika va gidrodinamika

XHDT larning yechimi orqali suyuqliklar yoki gazlar harakati simulyatsiya qilinadi (masalan, Navye-Stokes tenglamasi).

5. Dasturlash vositalari

Sonli usullarni qo'llashda quyidagi dasturlar ishlatiladi:

- **MATLAB** – sonli hisoblash uchun qulay vosita.
- **Python (NumPy, SciPy)** – ochiq manbali, ilmiy hisoblar uchun keng imkoniyatlar.
- **Maple / Mathematica** – differensial tenglamalarni yechish va grafik tasvirlashda ishlatiladi.
- **Excel Solver** – sodda sonli modellar uchun foydali bo'lishi mumkin.

Xulosa

Differensial tenglamalar tabiat va texnikadagi turli fizikaviy jarayonlarni modellashtirishda asosiy vositalardan biridir. Ularni aniq yechish ko'p hollarda imkonsiz bo'lib, bu holat sonli usullarni qo'llash zaruratini yuzaga keltiradi. Eyler, Runge-Kutta, chekli ayirmalar kabi sonli yondashuvlar yordamida differensial tenglamalarning amaliy yechimlarini topish va ularni muhandislik sohalarida qo'llash mumkin bo'ladi.

Ushbu maqolada keltirilgan metodlar issiqlik uzatish, elektr zanjirlari, mexanik harakatlar, aerodinamika kabi ko'plab sanoat sohalarida qo'llanilishi mumkinligini ko'rsatadi. Shuningdek, zamonaviy dasturlash vositalari yordamida bu jarayonlarni avtomatlashtirish muhandislik amaliyotini soddalashtiradi.

Demak, differensial tenglamalarni sonli usullar bilan yechish — muhandislikda muhim qarorlar qabul qilishda ishonchli va samarali vosita hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

- Boymurodov A., Eshmamatov R. – *Differensial tenglamalar va ularni yechish usullari*. Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti, 2020.
- Kreyszig E. – *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley, 2011.
- Burden R. L., Faires J. D. – *Numerical Analysis*. Cengage Learning, 2010.
- Chapra S. C., Canale R. P. – *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill, 2015.
- Butcher J. C. – *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. Wiley, 2016.