TRIGONOMETRIK FUNKSIYALAR VA XOSSALARI, GRAFIGI. DAVRIY JARAYONLAR.

Ergashev Akmal Panjiyevich –
O‘zbekiston Respublikasi Ichki ishlar
vazirligi Qashqadaryo akademik
litseyi matematika fani o‘qituvchisi

Annotatsiya: ushbu maqolada akademik litseylarda o‘qiydigan o‘quvchilarga trigonometrik funksiyalar va xossalari, grafigi, davriy jarayonlar, trigonometrik tenglamalar yordamida trigonometriyani hisoblashni raqamli texnologiyalar yordamida o‘qitishni joriy etish orqali ta’lim sifatini oshirish, matematik tasavvur, mantiqiy fikirlash haqida so‘z yuritilgan.

Kalit so’zlar: *davriy jarayonlar, trigonometrik funksiyalar, radian o‘lchovi, gradus o‘lchovi, birlik aylana, burchakning sinusi, burchakning kosinusi, burchakning tangensi, burchakning kotangensi, y=sinx , y=cosx , y=tgx , y=ctgx funksiyalar va ularning xossalari, grafigi va hakoza*

Trigonometrik funksiyalar va xossalari, grafigi. Davriy jarayonlar

Tabiatda, texnikada, ishlab chiqarishda va boshqa sohalarda vaqt o‘tishi bilan takrorlanadigan hodisa va jarayonlar ko‘plab uchraydi. Masalan, quyosh chiqishi, fasllar almashinuvi, ichki yonuv dvigatelida porshen harakati va boshqalar vaqt o‘tishi bilan takrorlanadi. Bunday jarayonlar ***davriy jarayonlar*** deb ataladi. Davriy jarayonlar trigonometrik funksiyalar orqali tavsiflanadi.

Trigonometrik funksiyalarni o‘rganishda:

1) burchak kattaligining gradus o‘lchovini;

2) 1o burchakning 60 dan bir qismi 1 *minut* (belgilanishi 1′), 1′ ning 60 dan bir qismi 1 *sekund* (belgilanishi 1′′) ekanligini, ya’ni

$$1' = \frac{1^\circ}{60}, \quad 1'' = \frac{1'}{60} = \frac{1^\circ}{3600}$$

tengliklarni;

3) burchak kattaligining radian oʻlchovini;

4) radian birliksiz kattalik ekanligini;

5) burchakning radian oʻlchovidan gradus oʻlchoviga oʻtish

$$\boxed{\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha}$$

formulasini;

6) burchakning gradus oʻlchovidan radian oʻlchoviga oʻtish

$$\boxed{\alpha = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ}$$

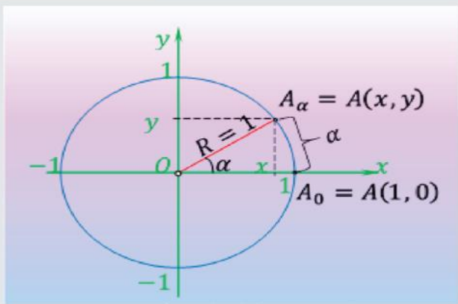
formulasini;

7) keltirish formulalarini bilish talab etiladi.

Burchakning sinusi, kosinusi, tangensi va kotangensi

Oxy Dekart koordinatalar sistemasi kiritilgan tekislikda markazi koordinatalar boshida boʻlgan **birlik aylana** (ya’ni radiusi 1 ga teng aylana)ni qaraymiz. A_0=A(1,0) nuqtani tayinlab olamiz. Aylanada A_0 nuqtadan soat strelkasi harakatiga qarshi (ya’ni **musbat**) yoʻnalishda uzunligi α ga teng yoy ajratib olamiz va uning oxirini *A*α orqali belgilaymiz (1-rasm). Burchak kattaligining radian oʻlchovi aniqlanishiga koʻra $A_0 0 A_\alpha$ burchakning kattaligi α radianga teng boʻladi:

1-rasm



α radian birlik aylanadagi uzunligi α boʻlgan $\overset{\frown}{A_0A_\alpha}$ yoyning markaziy burchagining burchak kattaligidir.

$$\alpha = \angle A_0OA_\alpha.$$

Diqqat qiling: *A*α nuqta *Oxy* tekisligida biror koordinatalarga ega boʻladi.

ISSN 2181-

Aytalik, *A*α nuqtaning *Oxy* tekisligidagi koordinatalari *x*, *y* bo‘lsin.

Ta’rif:
1) *x* kattalik α burchakning *kosinusi* deyiladi va cosα orqali belgilanadi;
2) *y* kattalik α burchakning *sinusi* deyiladi va sinα orqali belgilanadi;
3) *y/x* nisbat α burchakning *tangensi* deyiladi va tg α orqali belgilanadi;
4) *x/y* nisbat α burchakning *kotangensi* deyiladi va ctg α orqali belgilanadi.

Demak, ta’rifga ko‘ra:

$$\cos\alpha = x, \qquad \sin\alpha = y, \qquad \mathrm{tg}\alpha = \frac{y}{x}, \qquad \mathrm{ctg}\alpha = \frac{x}{y} \qquad (1)$$

bo’ladi.

Eslatma! Agarda birlik aylana o‘rniga ixtiyoriy *R* radiusli aylana qaralsa, u holda

$$\cos\alpha = \frac{x}{R}, \qquad \sin\alpha = \frac{y}{R}, \qquad \mathrm{tg}\ \alpha = \frac{y}{x}, \qquad \mathrm{ctg}\ \alpha = \frac{x}{y} \qquad (1')$$

tengliklar hosil bo’ladi.

Ravshanki, aylanadagi *A*0 nuqtani berilgan burchakka quyidagicha ikkita yo‘nalishda markaziy burish mumkin:

Musbat burish: burilish soat strelkasi harakatiga qarshi yo‘nalishda bajariladi.

Manfiy burish: burilish soat strelkasi harakati yo‘nalishi bo‘ylab bajariladi.

y **= sin** ***x*** **,** ***y*** **= cos** ***x*** **,** ***y*** **=** ***tg x*** **,** ***y*** **=** ***ctg x*** **funksiyalar va ularning xossalari, grafigi**

Har bir *x* songa birlik aylanadagi *A*0 nuqtadan boshlab *x* burchakka burishda hosil bo‘ladigan *Ax* nuqtani mos qo‘yaylik. U holda, aylanadagi *Ax* nuqta uchun sin *x* , cos *x* , tg *x* , ctg *x* qiymatlarni hisoblash mumkin. Natijada *x* songa sin *x* , cos *x* , tg*x* , ctg*x* qiymatlarni mos qo‘yuvchi va ***trigonometrik funksiyalar*** deb ataluvchi ushbu

$y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \mathrm{tg}\, x$, $y = \mathrm{ctg}\, x$

funksiyalarga ega bo‘lamiz.

Bu funksiyalar davriy, ya’ni har bir $n \in Z$ uchun quyidagi tengliklar o‘rinli bo‘ladi:

$$f(x+2n\pi) = \sin(x+2n\pi) = \sin x = f(x),$$
$$f(x+2n\pi) = \cos(x+2n\pi) = \cos x = f(x),$$
$$f(x+n\pi) = \mathrm{tg}(x+n\pi) = \mathrm{tg} x = f(x),$$

$$f(x+n\pi) = \mathrm{ctg}(x+n\pi) = \mathrm{ctg}\, x = f(x).$$

Demak, $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalarning asosiy davri $T0 = 2п$, hamda $y = \mathrm{tg}\, x$ va $y = \mathrm{ctg}\, x$ funksiyalarning asosiy davri $T0 = п$ ekan.

$y = \cos x$ funksiya juft:

$$f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x).$$

$y = \sin x$, $y = \mathrm{tg}\, x$ va $y = \mathrm{ctg}\, x$ funksiyalar esa toq:

$$f(-x) = \sin(-x) = -\cos x = -f(x),$$
$$f(-x) = \mathrm{tg}(-x) = -\mathrm{tg}\, x = -f(x),$$
$$f(-x) = \mathrm{ctg}(-x) = -\mathrm{ctg}\, x = -f(x).$$

Ravshanki,

$D(\sin x) = (-\infty, +\infty)$, $\qquad E(\sin x) = [-1, 1]$,

$D(\cos x) = (-\infty, +\infty)$, $\qquad E(\cos x) = [-1, 1]$,

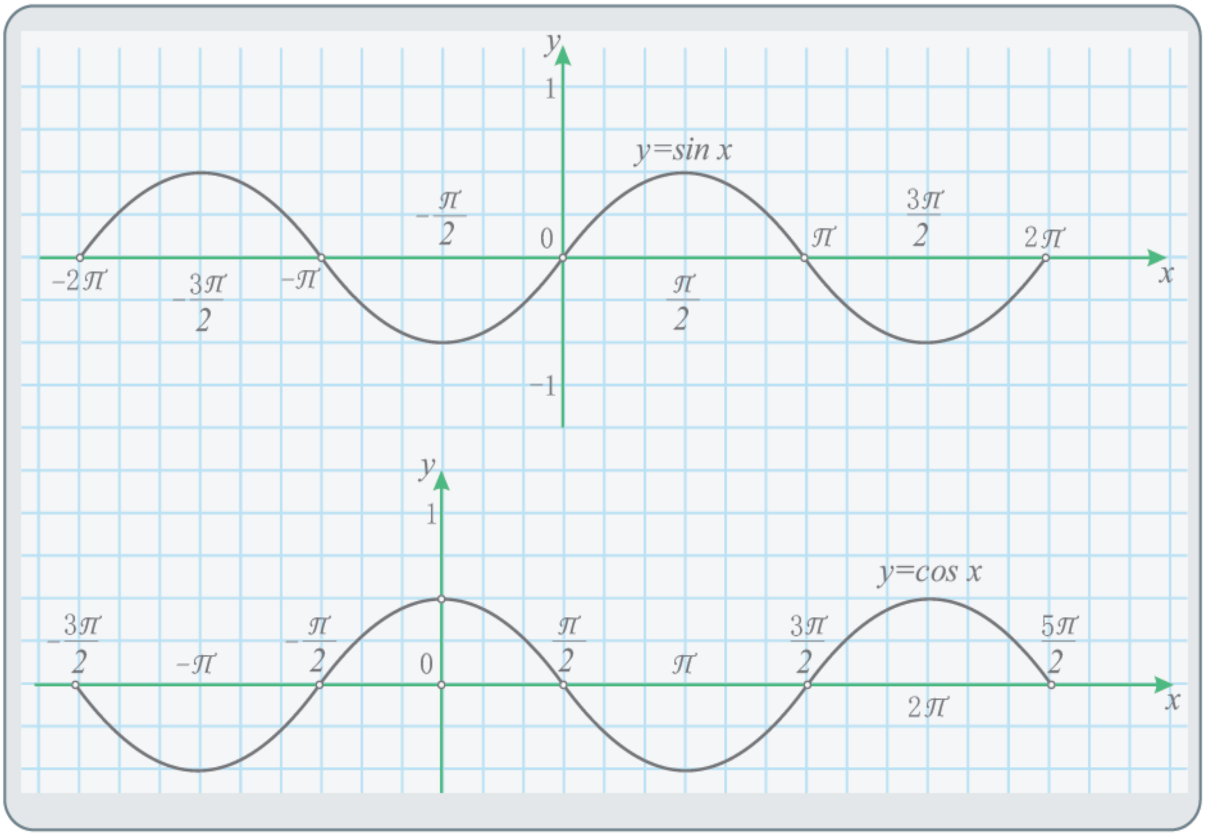
$D(\mathrm{tg}\, x) = \bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, $\qquad E(\mathrm{tg}\, x) = (-\infty, +\infty)$,

$D(\mathrm{ctg}\, x) = \bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} (k\pi, (k+1)\pi)$, $\qquad E(\mathrm{ctg}\, x) = (-\infty, +\infty)$ bo‘ladi.

Quyidagi rasmlarda trigonometrik funksiyalar grafiklari keltirilgan.

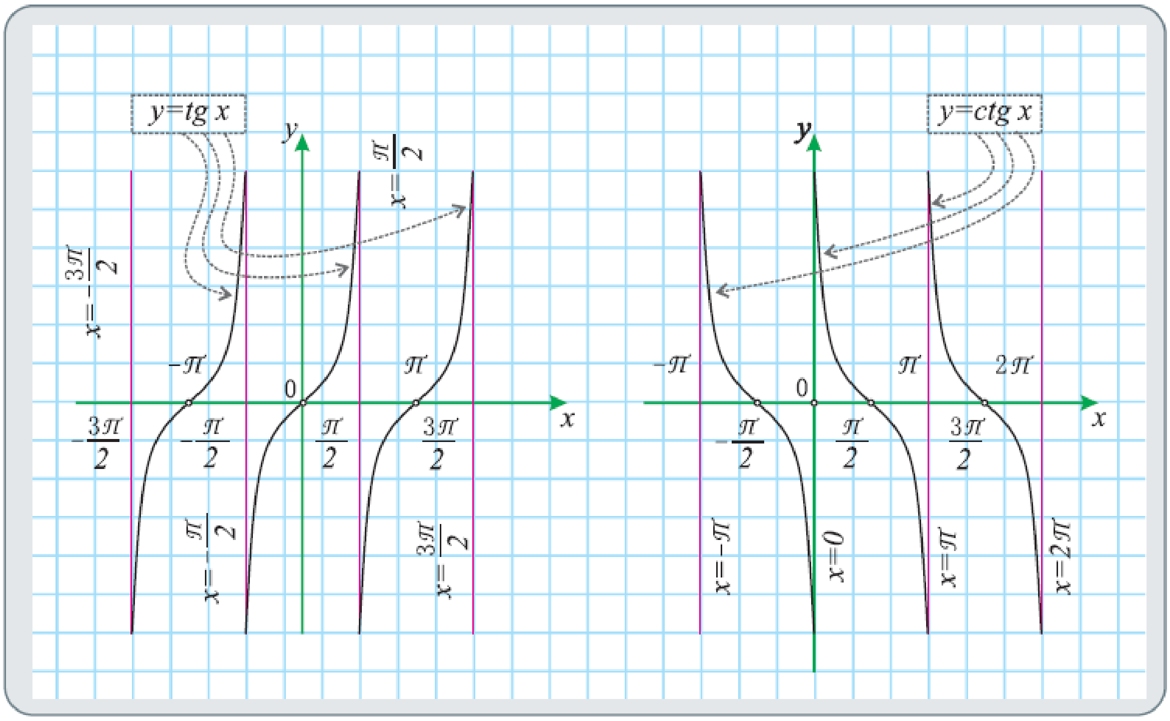
Bu grafiklardan quyidagi muhim xulosalar kelib chiqadi:

ISSN 2181-



1) $y = \sin x$ funksiya $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ oraliqda oʻsadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning

ISSN 2181-



$[-1;1]$ kesmadagi yagona qiymati mos keladi;

2) $y=\cos x$ funksiya $[0;\pi]$ oraliqda kamayadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $[-1;1]$ kesmadagi yagona qiymati mos keladi;

3) $y=\operatorname{tg} x$ funksiya $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ oraliqda o‘sadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $(-\infty;+\infty)$ oraliqdagi yagona qiymati mos keladi;

4) $y=\operatorname{ctg} x$ funksiya $(0;\pi)$ oraliqda kamayadi va bu oraliqdan olingan har bir x ga y ning $(-\infty;+\infty)$ oraliqdagi yagona qiymati mos keladi.

Adabiyotlar:

1. *Ш.А. Алимов и др.* Алгебра и начала математического анализа, учебник для 10–11 класса. Учебник для базового и профильного образования, Москва, “Просвещение”, 2016.

2. *А.Н. Колмогоров и др.* Алгебра и начала анализа. Учебное пособие для 10–11 классов. Москва, “Просвещение”, 2018.

3. Алгебра. Учебное пособие для 9–10 классов. Под ред. Н.Я. Виленкина. Москва, “Просвещение”, 2004.

4. *Adilbek Zaitov, Baxtiyor Abdiyev, Kalmurza Sagidullayev* 10-sinf uchun darslik “Algebra va analiz asosolari”, O'z. Res. XTV yangi nashri Toshkent, 2022.

5. *M.A. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismoilov.* 10-sinf uchun "Algebra va analiz asosolari"dan testlar, G'.G'ulom NMIU, Toshkent, 2005.

6. *T.A. Azlarov, X. Mansurov*. Matematik analiz asoslari. 3-nashr, "Universitet", Toshkent, 2005.

7. *M.A. Mirzaahmedov, Sh.N. Ismoilov, A.Q.Amanov* 11-sinf uchun "Algebra va analiz asosolari"dan sinif darsligi , Toshkent, 2018.