ISSN 2181-3187

TABIIY JARAYONLARNI MATEMATIK MODELINI KO`RISHDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARDAN FOYDALANISH

Halimov Sunnat Safarovich
Buxoro muhandislik-texnologiya instituti akademik litseyi matematika fani o`qituvchisi
Qanoatova Dilfuza Sattorovna
Buxoro muhandislik-texnologiya instituti akademik litseyi matematika fani o`qituvchisi

Annotatsiya. *Ushbu maqolada differensial tenglamalar nazariyasining matematikada paydo bo'lishi va tabiiy jarayonlarni matematik modelini ko`rishda differensial tenglamalarning qo`llanilishi haqida qisqacha bayon qilingan.*

Kalit so`zlar: *differensial tenglama, Γ soha, umumiy va maxsus yechim, Koshi masalasi*

Annotation. *In this state, the theory of driving differential equations and mathematics and the use of differential equations in mathematical modeling of natural processes are briefly described.*

Keywords: *differential equation, G-domain, general and particular solution, The Koshi problem*

Differensial tenglamalar nazariyasiga oid masalalar dastlab XVI-XVII asrda hisoblash matematikasiga oid ishlarda uchraydi. J.Neper (1550-1617) logarifmik jadvallarni yaratishda bunday tenglamalarga duch kelgan.

M nuqta O nuqtadan chiqib, V o`zgarmas tezlik bilan harakat qiladi; $N$ nuqta $V$ tezlik bilan $A$ nuqtadan chiqib $AV=10^7$ kesmada $NB$ masofaga proporsional tezlik bilan $B$ ga qarab harakatlanadi. $OM$ kesmaning uzunligi $NB$ kesmaning niper logarifmi bo`ladi. $OM=y$ va $NB=x$ desak bu nuqtalarning tezligi

$$\frac{dy}{dt}=V, \qquad \frac{dx}{dt}=-\frac{Vx}{10^7}$$

x va Neper logarifmi $y=Lx$ o`rtasidagi bog'lanish

$\frac{dy}{dt} = -\frac{10^7}{x}$; $x_0 = 10^7, y_0 = 0$ bo`ladi.

Matematik bilish sohasida differensial tenglamalar keltiriladigan masalalarning dastlabkisi 1638 yilda G.Galiley (1564-1642) tomonidan e’lon qilingan jismning qarshiliksiz muhitda tushishi muammosi va 1628 yilda R.Dekart (1596-1650) tomonidan e’lon tomonidan e’lon qilingan yorug’likning sinish qonunida “urinmaga teskari masala” bo`lib hisoblanadi.

I.Nyuton (1642-1727) va G.V.Leybnits (1646-1716) larning ishlaridan boshlab differensial tenglamalarning tarixining birinchi davri boshlanadi. Nuqtaning va qattiq jismning dinamikasi masalalarini o`rganish, shuningdek ba’zi geometrik masalalarga differensial va integral hisobning qo`llanilishi birinchi va ikkinchi tartibli oddiy tenglamalarni guruhlarga ajratdi.

XVIII asrning birinchi yarmida differensial tenglamalar nafaqat mexanikada balki, differensial geometriya va variatsion hisobda ham kuchli qurol bo`ldi. XVIII asrning ikkinchi yarmida matematik-fizika masalalari, xususan, tor tebranish masalasi xususiy hosilali differensial tenglamalarning paydo bo`lishini va bular sirtlar nazariyasida keng qo`llanilishiga olib keldi.

Qator differensial tenglamalar Nyuton tomonidan “Natural falsafaning matematik boshlang’ichlari” («Matematicheskie nachalo` naturalnoy filosofii») (1686) asarida integrallangan “matematik boshlang’ichlarda” differensial tenglamalar va ularning integrallarini analitik shaklda yozilmagan, ular sintatik- geometrik chizmalar yordamida bayon qilingan. Mexanika masalalarining analitik shaklini birinchi bo`lib L.Eyler keltirgan. Differensial tenglamalar oshkor ko`rinishda Nyutonning 1671 yilda yozilgan va 1736 yilda e’lon qilingan “Funksiyalar usuli va cheksiz qatorlar” asarida uchraydi.

“Differensial tenglama” terminini Leybnits kiritgan. Uning izdoshlari Yakov Bernulli (1654-1705) va Ivan Bernulli (1667-1748) differensial tenglamalarni yechish uchun qatorlarga yoyishni qo`lladilar.

Ya.Bernulli bir o`zgaruvchini o`z ichiga olmagan ikkinchi tartibli tenglamaning tartibini pasaytirish uchun $y'=p$ parametrlar kiritishni qo`llagan.

ISSN 2181-3187

Differensial tenglamalar nazariyasining keyingi rivojiga Peterburg Akademiyasi akademigi L.Eyler (1707-1783), fransuz matematiklari A.Klero (1713-1765), Sh.Dalamber (1717-1783)va Sh.L.Lagranj (1736-1813) katta hissa qo`shdilar.

Eyler chiziqli bir jinsli tenglamani yechish uchun $y=e^{kx}$ almashtirish kiritdi. Dalamber chiziqli bir chiziqlimas tenglamaning umumiy yechimi uning xususiy yechimi bilan mos chiziqli bir jinsli tenglama umumiy yechimi yig'indisiga tengligini ko`rsatdi. Lagranj o`zgarmasli variatsiyalash usulini ishlab chiqdi. Lagranj chiziqli bir jinsli tenglamaning r ta xususiy yechimi ma'lum bo`lsa, uning tartibli $r$ tagacha pasaytirish mumkinligini isbotlaydi. Eyler va Klero integrallovchi ko`paytuvchi kiritishni taklif qilishdi va $Mdx+Ndx$ tenglamaning integrallanish shartini kiritdi.

Maxsus yechimlarni birinchi marta B.Teylor (1685-1731) 1715 yilda uchratgan. 1736 yilda A.Klero Maxsus va umumiy yechimlarni ajratgan.

XIX asrning boshida limit, cheksiz kichik miqdor, induksiya uzluksizligi, differensial, aniq integral kabi tushunchalarga aniq matematik ta'rif berildi va matematikada tatbiq qilishdi. Bu tatbiqning boshida O.Koshi (1788-1857), K.Gauss (1777-1855)va chex olimi B.Boltsano (1781-1848) turdi.

1820-1830 yillarda Koshi $y'=f(x,y)$ tenglamaning $x=x_0$, $y=y_0$ boshlang'ich shartlarda yechimi mavjudligi va yagonaligi shartini isbotladi. Yechimning mavjudligi va yagonaligi F.Muan'o (1804-1884), R.Linshiu (1832-1903) tomonidan to`liq isbotlandi. D. Peamo (1858-1932) $y'=f(x,y)$ tenglamaning $x=x_0$, $y=y_0$ boshlang'ich shartlarda $f(x,y)$ uzluksiz bo`lganda hech bo`lmaganda bitta yechimi mavjudligini isbotladi. 1880 yilda E Pikar (1856-1941) ketma-ket yaqinlashishlar usulini ishlab chiqdi.

Xususiy hosilali tenglamalar sistemasi yechimi mavjudligini muammosi S.V.Kovalevskaya (1850-1891) tomonidan o`rganilgan.

Yangi matematik analizlarning yangi mukammal vositalari yordamida maxsus yechimlar muammosi bilan Muan'o, A.Kurno (1801-1874), maxsus yechimlarning zamonaviy nazariyasi G.Dorou (1842-1917; 1870), Pikar (1886-1887), G.Kristal (1851-1911; 1896) va boshqalar tomonidan ishlab chiqilgan.

ISSN 2181-3187

Differensial tenglamalarning kvadraturada integrallash masalasi bilan Litsvill (1809-1882), D.Bernulli, P.L.Chevishev, V.P.Maksimovich, D.D.Morduxay-Boltovskaya va boshqa olimlar shug'ullangan.

Xususiy hosilali tenglamalar nazariyasi bilan I.F.(1765-1825) shug'ullanib, bir qancha yutuqlarga erishgan. U 1814 yilda chiziqli tenglama $F_1dx_1+F_2dx_2+\ldots+F_ndx_n=0$, bunda $F_1,F_2,\ldots F_n$ - n o`zgaruvchidan bog'liq funksiya, eng kam amal bajarib integrallash masalasini qo`ydi. Bu masalani "muammosi" deb atadi. Bu masala bilan E.Gursa (1858-1936) muvofaqqiyatli shug'ullanadi. Mexanikada Yakovi tomonidan ishlab chiqilgan ko`p o`zgaruvchili ikkinchi tartibli chiziqlimas tenglamani integrallash usullari katta ahamiyatga ega bo`ldi.

Yuqori tartibli xususiy hosilali tenglamalar nazariyasi matematik fizika va qayishqoqlik nazariyasi masalalari bilan uzviy bog'langan holda rivojlandi va trigonometrik qatorlar nazariyasi, kompleks o`zgaruvchili funksiyalar nazariyasi, variatsion hisob apparati keng tadbiq qilindi. Shunday qilib, XIX asrning birinchi yarmi turli chegaraviy masalalarni yechishda muhim yutuqlar keltirdi. J.B.Furening (1768-1830) issiqlik o`tkazuvchanlik nazariyasidagi klassik ishlari ko`plab tadqiqotlar uchun tayanch punkti bo`lib qoldi.

XIX asr oxiri va XX asr boshida oddiy differensial tenglamalar nazariyasida ikkita yo`nalish muhim o`rin tutadi. Ularning biri guruhlar nazariyasi tushunchasining tarqalishi bilan bog'liq, ikkinchi yo`nalish esa koinot mexanikasi va astronomiya masalalarini o`rganish bilan bog'liq.

Guruhlar nazariyasi g'oyasi dastlab o`zini algebrada oqlagan bo`lsa, keyinchalik matematikaning boshqa sohalariga ham tadbiq qilina boshladi.

XIX asrning 70-yillaridan boshlab differensial tenglamalarning sifat nazariyasi tadqiq qilish boshlandi. Differensial tenglamalarning sifat nazariyasi A.Puankare va A.M. Lyakunov tomonidan yaratildi. A. Puankare tenglamani integrallamasdan uning integral chiziqlari qanday joylashishini tadqiq qilish masalasini qo`ydi. Lyakunov chekli sondagi parametrlardan bog'liq mexanik sistemalarning harakati va muvozanati turg'unligi masalasini qo`ydi va bir necha ishlarini shu sohaga bag'ishladi.

ISSN 2181-3187

XX asrning boshidan boshlab differensial tenglamalarni sonli integratsiyasi usullari paydo bo`ldi va bu sohadagi ishlar, yangi usullari va bu usullarning yechimiga yaqinlashishi masalalari hozirgi paytda ham davom etmoqda.

Biz birinchi tartibli hosilaga nisbatan yechilmagan oddiy diferensial tenglamalarni oddiy diferensial tenglamalarni ko`ramiz:

$$F(x, y, y') = 0 \qquad \textbf{(1`)}$$

bunda x-erkli o`zgaruvchi, y-uning noma'lum funksiyasi , $y' = \frac{dy}{dx}$ esa noma'lum funksiyasining hosilasi.

(1`) tenglamaning muhim xususiy hosilaga to`xtalamiz.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \qquad \textbf{(1)}$$

bu tenglamaga hosilaga nisbatan yechilgan oddiy differensial tenglama deyiladi va (1) ga *f(x,y)* funksiya *Г* sohada berilgan deb qaraymiz.

Izoh 1. Soha deyilgan faqat yopiq yoki faqat ochiq bog'langan to`plamni olamiz. Agar berilgan Г to`plamning ixtiyoriy ikki nuqtasini tutashtiruvchi va shu to`plamga tegishli biror chiziq mavjud bo`lsa, u holda Г to`plam bog'langan bo`ladi.

Izoh 2. Agar I intervalda yopiq bo`lsa u holda uning chap uchiga o`ng hosila, o`ng uchiga esa chap hosila nazarda tutiladi.

Tarif 1. (1) tenglama berilgan bo`lib, unda *f(x,y)* funksiya $R^2$ tekislikning *Г* sohasida aniqlangan bo`lsin. Agar *I* (ochiq, yopiq yoki yarim ochiq) intervalda aniqlangan $\varphi(x)$ funksiya uchun quyidagi uch shart

$$\left.\begin{array}{ll} 1^\circ & (x,\ \varphi(x)) \in \Gamma, \Gamma \subset R^2, x \in I \\ 2^\circ & \varphi(x) \in C^1(I) \\ 3^\circ & \dfrac{\alpha\varphi(x)}{\alpha x} = f(x, \varphi(x)), x \in I \end{array}\right\} \qquad \textbf{(2)}$$

bajarilsa, u holda bu funksiya I intervalda (1) differensial tenglamaning yechimi deyiladi. (1) differensial tenglamaning har bir $y = \varphi(x)$ yechimga mos kelgan egri chiziq (ya'ni $y = \varphi(x)$ funksiyaning grafigi) shu tenglamaning integral egri chizig'i

ISSN 2181-3187

deyiladi. (1) tenglamaning yechimi ba'zi hollarda oshkormas F(x,y)=0 ko`rinishda bo;lsa , ba'zi hollarda parametrik $x = x(t),\ y = y(t),\ t_{\circ} < t < t_1\ x'(t) \neq 0$ ko`rinishda bo`lishi mumkin.

Koshi masalasini qo`yilishi.

(1) tenglama berilgan bo`lib, unda *f(x,y)* funksiya $R^2$ tekislikning $\Gamma$ sohasida aniqlangan, uzluksiz va *I* interval *x* o`qidagi interval bo`lsin, $x_0$ ni o`z ichiga oladigan *I* intervalni va shu *I* intervalda aniqlangan uzluksiz differensiallanuvchi hamda ushbu

` $$\left.\begin{array}{ll} 1^{\circ}\ (x,\ \varphi(x)) \in \Gamma, & x \in I \\ 2^{\circ}\ \varphi'(x) = f(x, \varphi(x)) & (\in I) \\ 3^{\circ}\ \varphi(x_{\circ}) = y_{\circ},\ (x_{\circ}, y_{\circ}) \in \Gamma & \end{array}\right\} \quad \mathbf{(3)}$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $y = \varphi(x)$ funksiyani topish talab etiladi.

Bu masala qisqasha $y' = f(x,y),\ y(x_{\circ}) = y_{\circ}$ kabi yoziladi va (1) tenglama uchun Koshi masalasi (yoki boshlang'ich masala) deyiladi.

(3) shartni qanoatlantiruvchi $y = \varphi(x)$ funksiya *I* intervalda (k) Koshi masalasini yechimi deyiladi. Endi Γ sohaning (k) masala yagona yechimga ega bo`ladigan *(x,y)* nuqtalaridan tuzilgan kesmini $D_2^* \subset \Gamma\ (D_2 \equiv \Gamma)$ deb belgilaylik. Shunga ko`ra D_2^* to`plamning har bir (x,y) nuqtasida (1) tenglamaning yagona integral chizig'i o`tadi.

Tarif 2. (1) differensial tenglama *x,c* o`zgaruvchilarning biror o`zgarish sohasida aniqlangan hamda *x* bo`yicha uzluksiz differensiallanuvchi

$$y = \varphi(x,c) \qquad \mathbf{(4)}$$

funksiya berilgan bo`lsin. Agar $\forall\ (x,y) \in D_2^*$ nuqta uchun (4) munosabat c ning $c = \psi(x,y)$ (4`) qiymatini bir qiymatli aniqlasa va bu qiymatni ushbu $\frac{dy}{dx} = \varphi_x^{`}(x,c)$ (4``) tenglikka qo`yish natijasida (1) tenglama hosil bo`lsa, u holda (4) funksiya (1) tenglamaning D_2 to`plamda aniqlangan umumiy yechimi deyiladi.

Tarif 3. (1) tenglama va (4) chiziqlar oilasi berilgan bo`lsin. Agar

1) *f(x,c)* funksiya *I* intervalda *x* bo`yicha uzluksiz hosilaga ega bo`lsa;

2) Har bir $(x,y)\in D_2^*$ nuqta uchun (4) munosabat c ning (4`) qiymatini bir qiymatli aniqlasa;

3) $y=\varphi(x,\psi(x,y))$ funksiya (1) tenglamaning yechimi bo`lsa, uholda (4) funksiya (1) tenglamaning umumiy yechimi deyiladi.

Har bir natijasida Koshi masalasi yagona yechimga ega bo`ladigan yechim xususiy yechim deyiladi, (1) tenglamaning barcha yechimlarini topish asosiy masala hisoblanadi. Barcha yechimlarini topish jarayoni differensial tenglamani integrallash deyiladi. Agar (1) tenglamaning yechimini elementar funksiyalar va ularning integrallari yordamida yozish mumkin bo`lsa, u holda differensial tenglama kvadraturalarda integrallanadi deyiladi.

$D={}^{D_2}\!/_{D_2^*}$ to`plamning har bir *(x,y)* nuqtasidan o`tadigan integral chiziqlar

yagona emasligi kelib chiqadi. Har bir nuqtasidan yechimning yagonaligi buziladigan yechimlar maxsus yechimlar deyiladi. Umumiy yechish formulasi (4) maxsus yechimlarni o`z ichiga olmaydi. Agar *F(x,y,c)=0* munosabat $D_2^*$ to`plamda $y=\varphi(x,c)$ umumiy yechimni aniqlasa, u holda (4```) ni (1) differensial tenglamaning umumiy integrali deyiladi.

Masalan , $y=ce^x$ chiziqlar oilasi berilgan bo`lsin. U holda $y'=ce^x$ izlangan differensial tenglama *y`=y* bo`ladi. Ravshanki, bu tenglamaning umumiy yechimi: $y=ce^x$

Agar umumiy yechim ma’lum bo`lmasa, Koshi masalasini yechish qiyinlashadi. Bunda differensial tenglama taqribiy integrallash metodlari yordamida yechiladi.

Hosilaga nisbatan yechilmagan tenglamalar.

Hosilaga nisbatan yechilmagan 1- tartibli oddiy differensial tenglamalar ushbu

$$F(x,y,y')=0 \qquad \textbf{(5)}$$

ko`rinishda yoziladi. Bu yerda F uch argumentli funksiya bo`lib, uch o`lchovli fazoning ochiq $D_3$ to`plamida (D_3 sohaga) aniqlangan. Agar bu to`plamni R^2

ISSN 2181-3187

tekisligiga ortogonal proyeksiyalasak, R^2 ga biror ochiq Γ to`plam ( Γ soha) hosil bo`ladi.

Tarif 4. (5) differensial tenglama berilgan bo`lib, $F(x,y,y')=0$ funksiya $R^3$ fazoning $D_3$ sohasida aniqlangan bo`lsin.

Agar I (ochiq,yopiq va yoki yarim ochiq) intervalda aniqlangan *(x)* funksiya uchun quyidagi uchta shart

$$\left.\begin{array}{l} 1^\circ\ (x,\varphi(x))\in\Gamma, x\in I, (x,\varphi(x)),\varphi`(x)\in D_3, \Gamma\subset R^2\ \ D_3\subset R^3 \\ 2^\circ\ \ \varphi(x)\in C^1(I) \\ 3^\circ\ \ F(x,\varphi(x)),\ \varphi`(x)\equiv 0, x\in I \end{array}\right\}$$

bajarilsa, bu funksiya *I* intervalda (5) differensial tenglamaning yechimi deyiladi. (5) tenglamaning yechimiga mos egri chiziq, uning integral egri chizig'i deyiladi.

Agar parametrik ko`rinishda berilgan $x=x(t),\ y=y(t),\ \ t\in I_t$ ($I_t$ parametr t ning o`zgarish sohasi yopiq ochiq, yarim ochiq intervaldan iborat) funksiya uchun $x'(t)\neq 0,\ \ t\in I_t$ bo`lib, quyidagi uchta shart

$$\begin{array}{l} 1^\circ\ \ (x(t),y(t))\in\Gamma,\ (x(t),y(t)),\ \dfrac{y'(t)}{x(t)}\in D_3,\quad t\in I_t \\ 2^\circ\ \ y(t)\in C^1(I_t),\ \ (x(t)\in C^1(I_t)); \\ 3^\circ\ \ F\left(x(t),y(t),\ \dfrac{y`(t)}{x`(t)}\right)\equiv 0,\ \ t\in I_t \end{array}$$

bajarilsa u holda *x=x(t), y=y(t)* funksiya I_t intervalda (5) differensial tenglamaning yechimi deyiladi. Ba'zi hollarda yechimni shu ko`rinishida yozish yoki izlash qulay bo`ladi.

(5) differensial tenglama uchun ham (1) differensial tenglama uchun aytilganidek yechim uch : $x=x(t),\ y=y(t),\ (t\in I_t); y=f(x);\ F(x,y)=0$ ko`rinishdan bittasi orqali izlanadi.

(5) differensial tenglama ochiq Γ to`plamning har bir *(x,y)* nuqtasida *y`* ning bitta yoki bir necha qiymatlarini aniqlasin deylik. Har bir *(x,y)* nuqtada *y`* dan

ISSN 2181-3187

foydalanib, bitta yoki bir necha birlik vektor chizamiz. Natijada yo`nalishlar maydoni hosil bo`ladi.

Umumiy yechim tushunchasini kiritishdan avval (5) tenglama uchun Koshi masalasini qo`llaymiz.

Differensial tenglamalar tuzishni talab etadigan geometrik va fizikaviy masalalarni yechish ko`pincha qiyinchiliklar tug'diradi: konkret fizikaviy masalalarning spetsifikasi turli fizikaviy qonunlarni bilishni talab etadi. Differensial tenglamalarni tuzishning barcha hollar uchun yaroqli bo`lgan universal usulini ko`rsatish mumkin emas; faqat ba`zi bir umumiy ko`rsatmalar berish mumkin xolos.

Geometrik yoki fizikaviy masalalar shartlariga qarab birinchi tartibli differensial tenglamalar tuzishda ko`pincha tenglamalarning quyidagi uch ko`rinishidan biriga kelinadi:

1) differensiallar ishtirok etgan differensial tenglamalar ;

2) hosilalar ishtirok etgan differensial tenglamalar;

3) keyinchalik differensial tenglamalarga almashtiriladigan eng sodda integral tenglamalar.

Bunday ko`rinishdagi tenglamalar qanday tuzilishining ayrimlarini ko`rib chiqamiz.

I. D i f f e r e n s i a l l a r i sh t i r o k e t g a n t e n g l a m a l a r. Birinchi tartibli differensial tenglamalar tuzishda ko`pincha *differensial usuli* deb ataladigan usuldan foydalanish maqsadga muvofiq bo`ladi. Bu usul shundan iboratki, masala shartidan taqribiy yo`l bilan differensiallar orasida munosabatlar tuziladi. Bunda masalani soddalashtiruvchi va natijalarga ta`sir qilmaydigan yo`l qo`yishlarga ruxsat etiladigan. Jumladan, kattaliklaring kichik orttirmalari ularning differensiallari bilan almashtiriladigan, notekis o`tadigan fizikaviy jarayonlar (nuqtaning notekis harakati, jismning qizishi yoki sovushi, idishdan suvning oqishi va h. k.) kichik vaqt oralig`ida tekis, o`zgarmas tezlik bilan yuz beradigan jarayonlar sifatida qaraladi . Orttirmalar differensiallar bilan almashtirish kichikligi eng yuqori bo`lgan cheksiz kichik

ISSN 2181-3187

miqdorlarin tashlab yuborishga keltirilganligi uchun bunday yo`l qo`yishlar oxirgi natijaning to`g`riligiga ta`sir etmaydi.

II. H o s i l a l a r i s h t i r o k e t g a n t e n g l a m a l a r. Ko`p hollarda differensiallar o`rniga hosilalar (ular kattaliklarning o`zgarish tezliklari kabi qaraladi) ishtirok etgan differensial tenglamalar tuzish mumkin. Bunda, xususan, hosilalarning geometrik ma`nosi (urinmaning burchak koeffitsienti) va fizikaviy ma`nosi (notekis protsessning ro`y berish tezligi) dan foydalaniladi. Bu usul differensiallar usulini o`zgartirilgan turidir. Bu yerda cheksiz kichiklarning yo`qligi shartlidir: bu usulda kattalikning o`zgarish tezligining tayyor tushunchasidan foydalaniladi, vaholanki, uning o`zi cheksiz kichik elementlarni tekshirish tufayli paydo bo`lgan.

III. E n g s o d d a i n t e g r a l t e n g l a m a l a r. Ba`zi masalalarni yechish noma`lum funksiyalari integral belgisi ostida bo`lgan tenglamalarga olib keladi. Bunday tenglamalar *integral tenglamalar* deyiladi. Ular jumladan, aniq integralni egri chiziqli trapetsiyaning yuzi deb geometrik ma`no berishdan va boshqa integral formulalardan (yoy uzunligi, sirt yuzi, jism hajmi, kuch bajargan ish va h.k.) foydalanishdan kelib chiqadi. Eng sodda hollarda integral tenglamalarni differensiallash orqali odatdagi usul bilan yechiladigan differensial tenglamalarga keltirishga erishiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Пономаров К.К ‘’Составление дифференциалных уравнение ‘’
2. Камке.’’Справочник по дифференциальным уравниниям’’
3. Филипов А. Ф. ‘’Сборник задач по дифференциальным уравниниям ’’
4. Степанов В.В. ‘’Курс дифференциалных уравнение ’’ М 1954й.