

## ЕHTИМОЛЛИК ТА'РИФЛАРИ

**Mirzaazimova Aziza O'tkir qizi,**

**Narzullayeva Nigora Asilbek qizi**

Jizzax viloyat Zomin tuman 1-son

Politeknikumi matematika o'qituvchisi

Email: [nazirqulovotkir@gmail.com](mailto:nazirqulovotkir@gmail.com) ,

[xudoyqulovanigora20@gmail.com](mailto:xudoyqulovanigora20@gmail.com)

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada ehtimollik tushunchasining to'rtta asosiy ta'rifi – klassik, statistik, aksiomatik va geometrik ta'riflari yoritilgan. Har bir yondashuvning nazariy asoslari, tatbiq doirasi, afzalliklari va cheklovlari tahlil qilingan. Geometrik ehtimollik tushunchasi fazoviy ehtimolliklar bilan ishlashda qanday qo'llanishi ham ko'rib chiqilgan. Bu ta'riflarning o'zaro aloqadorligi va ehtimollik nazariyasidagi o'rni tizimli tarzda bayon etilgan.

**Kalit so'zlar:** ehtimollik, klassik ta'rif, statistik ta'rif, aksiomatik yondashuv, geometrik ehtimollik, ehtimollik fazosi, Kolmogorov aksiomalari.

**Kirish:** Tasodifiy hodisalarning yuzaga kelish ehtimoli ko'plab sohalarda — iqtisodiyotdan tortib texnikaviy modellashtirish, fizika va biologiyadan tortib tibbiyotgacha — muhim rol o'ynaydi. Ehtimollik nazariyasi bu jarayonlarning matematik tahlilini beruvchi fan sifatida o'zining asosiy kategoriyasi — ehtimollik tushunchasiga tayanadi. Ehtimollik, soddaroq qilib aytganda, tasodifiy hodisaning yuzaga kelish darajasini miqdoriy baholashdir. Tarixan ehtimollik nazariyasi XVII asrda Blazé Paskal va Pyer Fermalar tomonidan qimor o'yinlarini tahlil qilish ehtiyojidan kelib chiqib shakllangan. XX asrda Andrey Kolmogorov ehtimollik nazariyasining aksiomatik asoslarini ishlab chiqdi va uni zamonaviy matematik fanlar tizimiga to'liq integratsiya qildi. Bugungi kunda ehtimollik nazariyasi — stoxastik modellar, sun'iy intellekt, mashinali o'rganish, sug'urta matematikasi, kvant fizika, biometrik tizimlar va boshqa ko'plab sohalarda keng qo'llanilmoqda. Ehtimollik tushunchasining bir nechta turli ta'riflari mavjud bo'lib, ularning har biri ma'lum

ehtiyojlar va shartlar asosida vujudga kelgan: klassik, statistik, geometrik va aksiomatik ta'riflar. Har bir yondashuv tasodifiylikni har xil usulda tavsiflaydi va ehtimollikni har xil vositalar bilan o'lchaydi.

**Asosiy qism:** Klassik ehtimollik ta'rifiga ko'ra, agar biror tajribaning barcha mumkin bo'lgan natijalari son jihatdan chekli bo'lsa va bu natijalar teng ehtimollikda yuzaga chiqsa, u holda hodisaning ehtimolligi bu hodisani ifodalovchi qulay natijalar sonining, barcha mumkin bo'lgan natijalar soniga nisbatiga teng bo'ladi.

$$P(A)=n/m$$

bu yerda  $m$  – hodisani ifodalovchi natijalar soni,  $n$  – barcha mumkin bo'lgan teng ehtimollikdagi natijalar soni.

Statistik ehtimollik tajriba asosida aniqlanadigan ehtimollik bo'lib, bu yondashuvda ehtimollik hodisaning takroriy tajribalar davomida kuzatilgan chastotasiga asoslanadi. Agar hodisa tajribada ko'p marta sodir etilsa va ularning ichida nechta marta hodisa ro'y bergani hisobga olinsa, u holda ehtimollik – bu hodisaning tajribadagi nisbiy chastotasi sifatida ifodalanadi.

Tajriba soni ortgani sayin bu nisbat haqiqiy ehtimollikka yaqinlashib boradi. Bu yondashuv amaliy tajribalar, eksperimentlar asosida ish yurituvchi fanlar (statistika, eksperimental fizika va h.k.) uchun muhim ahamiyatga ega.

Aksiomatik ehtimollik ta'rifi ehtimollik nazariyasining matematik asoslangan zamonaviy yondashuvi bo'lib, u rus matematigi A.N. Kolmogorov tomonidan 1933-yilda ishlab chiqilgan. Bu yondashuvda ehtimollik tushunchasi maxsus aksiomalarga asoslangan rasmiy o'lchov sifatida aniqlanadi.

Bu ta'rifda ehtimollik fazosi deb ataluvchi uchlik (natijalar to'plami, hodisalar sinfi, ehtimollik funksiyasi) aniqlanadi va ehtimollik — hodisalarga mos keladigan sonli funksiya bo'lib, u quyidagi uchta aksiomani qanoatlantiradi:

1. Har qanday hodisa uchun ehtimollik manfiy bo'lmasligi kerak (ya'ni  $P(A) \geq 0$ ).
2. To'liq ehtimollik fazosining ehtimolligi birlikka teng bo'ladi (ya'ni  $P(\Omega) = 1$ ).

3. O‘zaro mos tushmaydigan (ya’ni bir vaqtning o‘zida ro‘y bera olmaydigan) hodisalarning birlashmasining ehtimolligi ularning ehtimolliklari yig‘indisiga teng bo‘ladi.

Geometrik ehtimollik ta’rifi, ehtimollikni fazodagi nisbiy o‘lchov sifatida tushuntiradi. Ya’ni, agar biror tasodifiy hodisa uzluksiz fazoda sodir bo‘lishi mumkin bo‘lsa (masalan, chiziq, tekislik yoki fazoda), u holda hodisaning ehtimolligi — hodisaga mos keluvchi geometrik o‘lcham (masalan, uzunlik, maydon, hajm) ning umumiy ehtimollar fazosining geometrik o‘lchamiga nisbatiga teng deb olinadi.

Har bir ehtimollik ta’rifi ma’lum matematik yoki amaliy sharoitlarda qulaylik yaratadi. Klassik ehtimollik eng qadimgi va intuitiv yondashuv bo‘lib, u ko‘proq sodda, diskret hodisalar uchun qo‘llaniladi. Statistika ehtimollik esa eksperiment natijalariga asoslangan real kuzatishlar bilan bog‘liq bo‘lib, amaliy statistikada keng qo‘llanadi. Zamonaviy ehtimollik nazariyasi esa aynan aksiomatik asos (Kolmogorov yondashuvi) orqali qurilgan. Ushbu ta’rif ehtimollikni qat’iy matematik tuzilma doirasida tushuntirish imkonini beradi va zamonaviy fan hamda texnologiyalar (sun’iy intellekt, ehtimollik modellar, tarmoq nazariyasi, stoxastik jarayonlar)da ishlatiladigan asosiy yondashuvdir.

Shu bilan birga, geometrik ehtimollik fazoviy modellashtirish, fizikaviy hodisalarni tasvirlash, harakat trayektoriyalari yoki geometrik cheklovli muammolarni yechishda muhim rol o‘ynaydi. U uzluksiz ehtimolliklar nazariyasiga o‘tishda ko‘prik vazifasini bajaradi. Ehtimollikning turli ta’riflarini o‘zaro solishtirish orqali ularning qo‘llanish chegaralarini aniq belgilash, ta’lim jarayonida har birini joyida qo‘llay olish va o‘quvchilar tafakkurini izchil shakllantirish imkoniyati tug‘iladi. Ayniqsa, matematikadan oliy bosqichlarda tahsil olayotgan talabalar uchun bu yondashuvlar ustida tahliliy fikrlash, shakliy va mazmuniy farqlarni aniqlash muhim kompetensiyadir.

Ehtimollar nazariyasiga oid masalalardan ko‘rib o‘tamiz:

1-masala. Bitta oddiy o‘yin kartalari to‘plamidan (jami 52 ta) tasodifiy bitta karta olinadi. Shu kartaning g‘isht (chervoniy) bo‘lish ehtimolini toping.

Yechim: G'isht kartalari soni 13 ta, jami karta soni 52 ta.

Shunday qilib:

$$P(g'isht)=13/52=1/4$$

Izoh: Bu klassik ehtimollik ta'rifiga asoslangan, chunki barcha kartalar teng ehtimollikda tanlanadi.

2-masala. Bir klinikada 2000 bemorga yangi dori berilgan. Ulardan 1620 nafarida ijobiy natija kuzatilgan. Shu dorining samarali bo'lish ehtimolini statistik jihatdan baholang.

Yechim:

$$P(\text{ijobiy natija}) \approx 1620/2000 = 0.81$$

Izoh: Bu ehtimollik kuzatishlar asosida empirik tarzda aniqlangan bo'lib, tajribaviy ehtimollik deb yuritiladi. Real klinik amaliyotda keng qo'llaniladi.

**Xulosa:** Ehtimollik nazariyasi matematikaning eng dolzarb, ko'p yo'nalishli va real hayot bilan chambarchas bog'liq bo'lgan tarmoqlaridan biridir. U tasodifiylikni o'rganadi, ya'ni oldindan aniqlab bo'lmaydigan, ammo statistik qonuniyatlarga bo'ysunadigan hodisalarni matematik model orqali ifodalaydi. Ushbu nazariyaning markazida esa ehtimollik tushunchasi turadi. Ehtimollikni aniqlash uchun tarix davomida turli yondashuvlar ishlab chiqilgan bo'lib, ular har xil metodologik asoslar va qo'llanish doiralari bilan ajralib turadi.

Maqolada ko'rib chiqilgan to'rtta asosiy ta'rif — klassik, statistik, aksiomatik va geometrik ehtimollik — bir-birini to'ldiruvchi yondashuvlar bo'lib, ularning har biri tasodifiylikni o'ziga xos uslubda tushuntiradi. Klassik yondashuv soddaligi va intuitivligi bilan ajralib turadi. U teng imkoniyatli natijalar sharoitida juda qulay bo'lsa-da, real hayotdagi ko'plab murakkab hodisalarni to'liq qamrab ololmaydi. Statistik ehtimollik esa eksperiment natijalari asosida ehtimollikni empirik yo'l bilan baholaydi. U ko'plab sohalarda — ayniqsa, tajriba asosidagi fanlarda (tibbiyot, ijtimoiy so'rovlar, iqtisodiy prognozlar) juda keng qo'llaniladi. Ammo u nazariy jihatdan to'liq aniq emas,

ya'ni haqiqiy ehtimollikka faqat yaqinlashadi. Zamonaviy ehtimollik nazariyasining asosi bo'lib xizmat qiladigan aksiomatik ta'rif esa Kolmogorov tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, ehtimollikni qat'iy matematik aksiomalar orqali tushuntiradi. Bu ta'rif har qanday murakkab, cheksiz, uzluksiz hodisalarni o'rganishga imkon beradi. Aksiomatik yondashuv zamonaviy statistik tahlil, mashinali o'rganish, sun'iy intellekt, ehtimollik modellashtirish va fizik nazariyalarni asoslashda keng qo'llaniladi. Geometrik ehtimollik, bir tomondan, klassik va statistik ehtimolliklar bilan bog'liq bo'lsa, ikkinchi tomondan, uzluksiz ehtimolliklar uchun zarur ko'prikdir. Shunday qilib, ehtimollik ta'riflarining har biri o'ziga xos sharoitlarda qo'llaniladi va ulardan foydalanish uchun tajriba tuzilmasi, natijalar soni (chekli/cheksiz), hodisalar tabiati (diskret/uzluksiz) e'tiborga olinishi lozim. Matematika o'qitishda, ayniqsa ehtimollik nazariyasini o'rgatishda, bu ta'riflar o'rtasidagi farq va o'zaro bog'liqlikni chuqur tushuntirish o'quvchilar tafakkurini rivojlantiradi, ularni real muammolarga matematik yondasha oladigan mutaxassis sifatida shakllantiradi.

Ehtimollik ta'riflarini o'rganish — bu nafaqat matematik mahoratni oshirish, balki hayotdagi tasodifiylikni tushunish, xavf tahlili va qaror qabul qilish ko'nikmalarini shakllantirishdir. Shuning uchun bu ta'limiy va ilmiy jarayon har tomonlama izchil, zamonaviy metodikalar asosida olib borilishi lozim.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Kolmogorov A.N. *Probability Theory and Mathematical Foundations*. Moscow: Nauka, 1933.
2. Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika*. Moskva: Vysshaya Shkola, 2003.
3. Feller W. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Vol. 1. Wiley, 1971.
4. Ross S.M. *A First Course in Probability*. Pearson Education, 9th Edition, 2014.
5. Ahmadjonov A., Yo'ldoshev Sh. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika*. Toshkent: TATU nashriyoti, 2019.

6. Shiryayev A.N. *Probability*. 2nd edition, Springer, 2016.
7. Bertsekas D., Tsitsiklis J. *Introduction to Probability*. Athena Scientific, 2008.