

КОМБИНАТОРИКА MASALALARINI YECHISH USULLARI

Djurayeva Ra'no Kayumovna
Toshkent To'qimachilik va yengil
sanoat instituti akademik litseyi

Annotatsiya: Kombinatorika mavzusi matematika fanini o'rganish jarayonida muhim o'rin tutadi. Ushbu maqolada Kombinatorika mavzusining o'quvchilarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirishdagi roli va uni hayotiy masalalar bilan bog'lagan holda o'rgatish metodlari muhokama qilingan. Kombinatorika masalalarini yechishni o'rganish nafaqat nazariy bilimlarni, balki amaliy ko'nikmalarni ham rivojlantirishga imkon beradi. Maqolada kombinatorika tushunchalarini matematika fanini o'qitishda qo'llanilishi, hayotiy masalalarni yechish orqali talabalarning qiziqishini oshirish hamda ularning amaliy ko'nikmalarini rivojlantirishga alohida e'tibor qaratilgan. Shu bilan birga, maqola turli metodik yondashuvlar va darsda qo'llanilishi mumkin bo'lgan amaliy misollar va masalalarni ham o'z ichiga oladi.

Kalit so'zlar: Kombinatorika, matematika ta'limi, hayotiy masalalar, mantiqiy tafakkur, dars metodikasi, factorial, tartiblash, o'rinashtirish, guruhlashlar, masala, yechish usullari, amaliy yondashuvlar.

Аннотация: Тема комбинаторики занимает важное место в процессе изучения математики. В данной статье рассматривается роль комбинаторики в развитии логического мышления учащихся и методы его обучения в связи с жизненными вопросами. Обучение решению задач комбинаторики позволяет развивать не только теоретические знания, но и практические навыки. В статье уделяется внимание применению концепций комбинаторики в преподавании математики, повышению интереса учащихся к решению жизненных задач, развитию их практических навыков. При этом статья включает в себя различные методические подходы и практические примеры и вопросы, которые можно использовать на уроке.

Ключевые слова: Комбинаторика, обучение математики, жизненные вопросы, логическое мышление, методика урока, факториал, размещения, перестановки, сочетания. задача, методы решения, практические подходы.

KIRISH

Oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limida Matematika fanini o'qitishda: o'quvchilarda kundalik faoliyatda qo'llash, fanlarni o'rganish va ta'lim olishni davom ettirish uchun zarur bo'lgan matematik bilim va ko'nikmalar tizimini shakllantirish va rivojlantirish; jadal taraqqiy etayotgan jamiyatda muvaffaqiyatli faoliyat yurita oladigan, aniq va ravshan, tanqidiy hamda mantiqiy fikrlay oladigan shaxsni shakllantirish; milliy, ma'naviy va madaniy merosni qadrlash, tabiiy-moddiy resurslardan oqilona foydalanish va asrab-avaylash, matematik madaniyatni umumbashariy madaniyatning tarkibiy qismi sifatida tarbiyalash asosiy maqsaddir.

Akademik litseyda Matematika fanini o'qitishda o'quvchilar tomonidan matematik tushunchalar, xossalari, shakllar, usullar va algoritmlar haqidagi bilim, ko'nikmalar egallanishini ta'minlash; inson kamoloti va jamiyat taraqqiyotida Matematika fanining ahamiyatini anglash, ijtimoiy-iqtisodiy munosabatlar, kundalik hayotda matematik bilim va ko'nikmalarni muvaffaqiyatli qo'llashga o'rgatish; o'quvchilarning individual xususiyatlarini rivojlantirgan holda, mustaqil ta'lim olish ko'nikmalarini shakllantirish; umumiy o'rta ta'lim asosida Matematika fanidan fundamental bilim berishga, matematik nazariy kuzatishlar, tajribalar va qonunlar haqidagi ma'lumotlarning umumlashtirilgan shakli ekanligini ko'rsatishga, Matematika fanining fan va texnikadagi, tibbiyotdagi va hayotdagi ahamiyatini ta'kidlashga, fanga nisbatan qiziqish uyg'otish va uni o'rganishni davom ettirishga zamin yaratish asosiy vazifalar qilib belgilangan. Matematika insoniyat tarixida turli hayotiy masalalarni yechishda azaldan qo'llanib kelingan. Insonning amaliy ehtiyojlari bilan bog'liq sodda hisoblashlar va o'lchashlar bajarilgan. Ob'ektlarni tanlash va ularni ma'lum tartibda joylashtirish kabi matematik masalalar har doim insonni qiziqtiradigan sohalardan hisoblangan. Matematikaning berilgan ob'yektdan ma'lum shartlarni qanoatlantiruvchi kombinatsiyalar tuzishni o'rgatuvchi bo'limiga kombinatorika deb

ataladi. Kombinatorika yordamida o'rganilayotgan hodisalarning matematik modeli tuziladi. Ma'lumki, hodisa ehtimolini topish matematik formulalar bilan ifodalanadi. Bu esa biror o'rganilayotgan jarayonning (hodisaning) matematik modelidir. Hodisa ehtimolini o'rganishda avvalo kombinatorika tushunchasini kiritish zaruriyati tug'iladi. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanini o'rganishda kombinatorika masalalari talabani bu fanlarga qiziqtiradigan asosiy omillardan hisoblanadi. Kombinatorika elementlari maktab matematika kursida avvallari (bunda kombinatorika elementlari faniga o'quvchini qiziqtirish uchun yo'naltirilgan) ham o'qitilgan. Biroq o'quv dasturlarida kombinatorika elementlarini kasb o'rganishda matematik tatbiqlar, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanlari uchun asos sifatida qaralmagan.

Ta'lim tizimimizda matematikaning yangi mazmuni yaratilishi va uni o'rganish uchun zamonaviy usullarini qo'llanilishi talab qilinmoqda. Kasb-hunarni egallash va ixtisosni to'g'ri tanlash maqsadida ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fanlari dunyoning rivojlangan barcha davlatlaridagi lisey va kasb-hunar kollejlarda, davlat oliy ta'lim universitetlarining mutaxassislik yo'nalishlarida tanlov fan sifatida ham o'tilmoqda. Hozir respublikamiz ta'lim tizimidagi umumta'lim maktablari, akademik lisey, kasb-hunar kollejlari va texnikumlarda ham kombinatorika elementlari, formulalari, masalalar yechishdagi taqbiqlari kengroq o'rganilmoqda.

Kombinatorikada nima o'rganiladi?

Kombinatorika – matematikaning berilgan ob'ektlardan u yoki bu shartlarni qanoatlantiruvchi nechta kombinasiya tuzish mumkinligini o'rganuvchi bo'limlaridan biri bo'lib, ehtimollar nazariyasi, matematik mantiq, sonlar nazariyasi, hisoblash texnikasi va kibernetikada ko'p qo'llanilgani uchun muhim ahamiyatga ega bo'ldi. Insoniyat juda ko'p marotaba ayrim predmetlarni barcha joylashtirish usullari sonini sanab chiqish yoki biror bir harakatni amalga oshirishdagi barcha mavjud usullar sonini aniqlash kabi masalalarga duch keladi.

Masalan: 50 kishini kassadagi navbatga necha xil usulda joylashtirish mumkin? Futbol bo'yicha jahon chempionatida necha xil usulda oltin, kumush, bronza

medallarni taqsimlash mumkin. Bunday tipdagi masalalar kombinator masalalar deyiladi.

Ta`rif: Har qanday narsalardan tuzilgan va bir-biridan shu narsalarning tartibi yoki o'zi bilan farq qiluvchi to'plamlar kombinatorika deyiladi.

Kombinatorikani tashkil etadigan narsalar uning elementlari deyiladi. Ularni a, b, c, \dots harflari bilan belgilash mumkin. Kombinatorika (kombinatorik tahlil) – bu diskret matematikaning diskret to'plam elementlarini berilgan qoidalar asosida tanlash va joylashtirish bilan bog'liq bo'lgan masalalarni yechish usullarini o'rganuvchi bo'limidir.

Qandaydir predmetlardan (masalan, harflar, sharlar, kubchalar, sonlar va boshqalardan) tashkil topgan guruhlar birikmalar va kombinatsiyalar deb ataladi. Ana shu birikmalarni tashkil etgan predmetlar elementlar deyiladi.

Uch xil turdagi birikmalar mavjud:

- 1) O'rin almashtirish;
- 2) O'rinlashtirish
- 3) Mosliklar (Guruhlashlar)

1 dan n gacha bo'lgan natural sonlar ko'paytmasini n faktorial deb ataladi va qisqacha $n!$ kabi yoziladi: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$. ($0! = 1$)

Bazan $n!$ ni hisoblashda quyidagi taqribiy Stirling formulasi qo'l keladi:

$$n! = \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$$

Kombinatorikaning asosiy: qo'shish va ko'paytirish qoidalari.

1. Qo'shish qoidasi: Agar biror a tanlovni $m(a)$ usulda, b tanlovni esa $m(b)$ usulda amalga oshirish mumkin bo'lsa va bu yerda a tanlovni ixtiyoriy tanlash usuli b tanlovni ixtiyoriy tanlash usulidan farq qilsa, u holda « a yoki b » tanlovni amalga oshirish usullari soni $m(a \text{ ёки } b) = m(a) + m(b)$ (1) formula bilan topiladi.

Masala. Korxonada 10 erkak va 8 ayol xodim ishlaydi. Shu korxonadan bitta xodimni necha xil usulda tanlab olish mumkin?

Yechish: α - erkak xodimni tanlash, β - ayol xodimni tanlash bo'lsin. Unda, shartga ko'ra, $m(\alpha)=10$, $m(\beta)=8$ bo'lgani uchun bitta xodimni

$m(\alpha \text{ yoki } \beta) = m(\alpha) + m(\beta) = 10+8 = 18$ usulda tanlash mumkin.

2. Ko‘paytirish qoidasi: Agarda biror α tanlovni $m(\alpha)$ usulda, β tanlovni $m(\beta)$ usulda amalga oshirish mumkin bo‘lsa, u holda « α va β » tanlovni (yoki (α, β) juftlikni) amalga oshirish usullari soni

$$m(\alpha \text{ va } \beta) = m(\alpha) \cdot m(\beta) \quad (2)$$

formula bilan topiladi.

Masalan, qurilishda 10 suvoqchi va 8 buyoqchi ishlasa, ulardan bir suvoqchi va bir buyoqchidan iborat juftlikni $m(\alpha \text{ va } \beta)=10 \cdot 8=80$ usulda tanlash mumkin.

1-masala. Samarqanddan Toshkentga samolyot, avtobus, poyezdda yetib borish mumkin. Toshkentdan Chirchiqqa esa avtobus yoki elektrichkada borish mumkin. Samarqand - Toshkent – Chirchiq yo‘nalishi bo‘yicha necha xil usulda sayoxat uyushtirish mumkin.

Yechilishi: Tushunarliki Samarqanddan Chirchiqqa borish usullari $3 \times 2 = 6$ ga teng, chunki Samarqanddan Toshkentgacha 3 xil borish usullariga, Toshkentdan Chirchiqqa 2 xil borish usullari mos keladi. Ushbu mulohazalar quyidagi kombinatorikaning asosiy qoidasi deb nomlanadigan sodda tasdiqni isbotlaydi.

Kombinatorikaning 1-qoidasi: Agar qandaydir A tanlashni m usul bilan, bu usullarning har biriga biror bir boshqa B tanlashni n usulda amalga oshirish mumkin bo‘lsa, u holda A va B tanlashni (ko‘rsatilgan tartibda) $m \times n$ usulda amalga oshirish mumkin.

2-masala. Futbol bo‘yicha mamlakat chempionatida 18 ta komanda qatnashadi. Necha xil usulda oltin va kumush medallar taqsimlanishi mumkin?

Yechilishi: Oltin medalni 18 ta komadadan biri egallashi mumkin. Oltin medal sohibi aniqlangandan keyin, kumush medalni qolgan 17 ta komadani biri egallashi mumkin. Demak oltin va kumush medallarni $18 \times 17 = 306$ xil usulda taqsimlash mumkin. Endi kombinatorikaning asosiy qoidasini (ko‘paytirish formulasini) umumiy holda keltiramiz. Aytaylik birin-ketin k ta harakatni amalga oshirish talab qilingan

bo'lsin. Agar birinchi harakatni - n_1 usulda, ikkinchi harakatni - n_2 usulda, va hokazo k – harakatni - n_k usulda amalga oshirish mumkin bo'lsa, u holda barcha k ta harakatni

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k \quad (3)$$

usulda amalga oshirish mumkin bo'ladi.

3-masala. 32 ta har xil harf va 10 ta turli raqamdan tarkibida oldin uch harf, ulardan keyin ikki raqam bo'ladigan nomerlardan qancha tuzish mumkin?

Yechish. Harflar to'plamini A, raqamlar to'plamini B orqali belgilaylik. Ulardagi elementlar soni $n(A)=32$, $n(B)=10$. Talab qilinayotgan har bir nomer $A \cdot A \cdot A \cdot B \cdot B$ beshtalik bo'ladi. (3) formula bo'yicha ularning soni

$$n(A \cdot A \cdot A \cdot B \cdot B) = 32 \cdot 32 \cdot 32 \cdot 10 \cdot 10 = 3276800 \text{ ta.}$$

Kombinatorikaning asosiy formulalari:

Kombinatorika masalalarini yechishda quyidagi kombinatorikaning asosiy formulalaridan foydalaniladi:

1. O'rinlashtirishlar
2. Takrorsiz o'rin almashtirishlar
3. Takrorsiz kombinatsiyalar
4. Takrorli o'rin almashtirishlar
5. Takrorli kombinatsiyalar
6. Nyuton binomi

1-masala. Guruh a'zolaridan turli lavozimlarga 10 ta talabadan 3 tasini tanlamoqda. Har bir talaba bir xil imkoniyatga ega. 10 ta talabadan 3 kishidan iborat nechta guruh tuzish mumkin?

Yechish: Bu misolda $n=10$ va $m=3$. Demak, $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ ta guruh tuzish mumkin.

2-masala. 30 ta o'quvchisi bo'lgan guruhdan sardor, yordamchi va kotib necha xil usul bilan saylanishi mumkin?

Yechish. Bunday ixtiyoriy saylash 30 elementdan 3 tadan olinib tuziladigan takrorsiz o'rin almashtirish, ya'ni komponentalari takrorlanmaydigan uchtalik bo'ladi.

Bundagi tanlash usullari soni: $A_{30}^3 = 30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360$ ta usulda tanlash mumkin ekan.

3-misol. AB kesmada C, D, E nuqtalar belgilangan. Jami nechta kesma hosil bo'ladi? (bunga AB kesma ham kiradi).



Yechish. Nuqtalar soni 5 ta. Har ikki nuqta izlanayotgan kesmalardan birini beradi. Bunda ikki nuqtaning yozilish tartibi rol o'ynamaydi. Masalan, AC va CA — bitta kesma. Shunday qilib, $\{A, B, C, D, E\}$ to'planning ikki elementli qism to'plamlari sonini aniqlashimiz kerak. Ular $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$ ta bo'ladi.

4-misol. Jamshid, Urol, Surayyo, Nozima, Barno va Doston a'lo baholarga o'iydi. Litsey ma'muriyati a'lochilar uchun sovg'a tarzida konsertga 4 ta chipta olib keldi. Shu chiptalar a'lochilar o'quvchilar o'rtasida necha usulda taqsimlanishi mumkin?

Yechimi: Jami 6 ta o'quvchi bor. (3) formulaga asosan $C_6^4 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$ xil.

5-misol. 0, 1, 1, ..., 9 sonlaridan foydalanib nechta domino toshi yasash mumkin?

Yechimi: Ma'lumki domino toshida raqamlar 2 martadan takrorlanadi. Demak, (5) formulaga ko'ra $C_{10}^2 = \frac{10!}{2! \cdot 9!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 55$ ta.

6-misol. $\left(\sqrt[4]{5} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^x$ binom yoyilmaning boshidan to'qqizinchi hadini shu yoyilmaning oxiridan to'qqizinchi hadiga nisbati $\frac{1}{15}$ ga teng. x ni toping.

Yechimi: Berilgan ifodani Nyuton binomi formulasi yordamida yozamiz:

$$\begin{aligned} \left(\sqrt[4]{5} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^x &= C_x^0 (\sqrt[4]{5})^x + C_x^1 (\sqrt[4]{5})^{x-1} \frac{1}{\sqrt[4]{3}} + \dots + C_x^8 (\sqrt[4]{5})^{x-8} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^8 + \dots \\ &\quad + C_x^{x-8} (\sqrt[4]{5})^8 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{x-8} + \dots + C_x^x \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^x \end{aligned}$$

Yoyilmani boshidan 9 – hadi $C_x^8 (\sqrt[4]{5})^{x-8} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^8$ ga teng. $C_n^k = C_n^{n-k}$ tenglik o'rinli bo'lgani uchun $C_x^8 = C_x^{x-8}$ tenglik kelib chiqadi. Shartga ko'ra

$$\frac{C_x^8 (\sqrt[4]{5})^{x-8} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^8}{C_x^{x-8} (\sqrt[4]{5})^8 \left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{x-8}} = \frac{1}{15}$$

bu ifodani soddalashtiramiz va ushbu

$$\left(5^{\frac{1}{4}}\right)^{x-8-8} \cdot \left(3^{-\frac{1}{4}}\right)^{8-(x-8)} = \frac{1}{15} \quad \text{tenglamani yechamiz:}$$

$$\left(5^{\frac{1}{4}}\right)^{x-16} \cdot \left(3^{-\frac{1}{4}}\right)^{16-x} = \frac{1}{15}, \quad 5^{\frac{x-16}{4}} \cdot 3^{\frac{x-16}{4}} = \frac{1}{15},$$

$$15^{\frac{x-16}{4}} = 15^{-1}, \quad \frac{x-16}{4} = -1,$$

$$x = 12$$

Kombinatorika mavzusini o'rganish o'quvchilarning matematik mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish uchun imkoniyat yaratadi. Kombinatorik yondashuvlar hayotiy masalalarni hal qilishda qo'llanilganda, quyidagi natijalar qayd etiladi:

Mantiqiy fikrlash rivojlanadi: O'quvchilar murakkab masalalarni tahlil qilish va yechim topish qobiliyatini o'stiradi.

Rejalashtirish ko'nikmalari: Kombinatorika yordamida talabalar turli xil variantlarni tahlil qilgan holda eng samarali yechimni tanlashni o'rganadilar.

Matematikaning amaliyotga qo'llanilishi: Kombinatorik masalalar orqali o'quvchilar nazariy bilimlarning kundalik hayotdagi ahamiyatini tushunishadi.

Kombinatorika masalalarini yechishni o'rgatish nafaqat mavzuni tushunishni osonlashtiradi, balki o'quvchilarning matematikaga bo'lgan qiziqishini oshiradi. Yangi yondashuvlar va interaktiv metodlar yordamida, o'quvchilar kombinatorikaning nazariy jihatlarini tushunibgina qolmay, balki uni masalalarni yechishda qo'llashni ham o'rganadilar. Bu esa o'quvchilarda muammolarni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantiradi va ularni kelajakdagi kasbiy faoliyatlarga tayyorlaydi. Kombinatorikaning masalalarga qo'llanilishi, o'quvchilarni kelajakda mantiqiy fikrlaydigan, qaror qabul qilishda aniq yondashuvlarga ega bo'lgan shaxslar sifatida shakllantirishga yordam beradi.

Xulosa

Kombinatorikaga oid masalalarga odamlar juda qadimdanoq duch kelganlar. Bir necha ming yil burun qadimgi Xitoyda sehrli kvadratlar tuzishga qiziqqanlar. Sehrli kvadratlardagi sonlar shunday joylanadiki, natijada xar bir gorizontal vertikal va

diagonaldagi sonlar yigindilari bir xil buladi. Kombinatorik masalalar shashka, shaxmat, shoshqol, domino, karta kabi o‘yinlar tufayli ham vujudga kelgan va rivojlangan. Kombinatorika masalalari Samarqanddagi Ulug‘bek maktabining taniqli matematigi G‘iyosiddin Jamshid Koshiy, X asrda yashab ijod etgan Umar Xayyom, keyinchalik Yevropa olimlari jumladan, B. Paskal, J. Kordano, G. Leybnis, Ya. Bernulli, P. Ferma, L. Eyler va boshqa olimlarning ishlarida uchraydi. Kombinatorika faqat VXVII asrga kelib ehtimollar nazariyasining yaratilishi bilan bog‘liq holda mustaqil fan sifatida yuzaga keldi. Kombinatorikani mustaqil fan sifatida birinchi bo‘lib G.Leybnis o‘rgandi. U 1666 yil «Kombinatorika san’ati xaqida» asarini yaratadi. Kombinatorika ko‘plab fan sohalarida, jumladan, biologiyada, ximiyada, murakkab inshootlar mexanikasida ham tatbiq etilmoqda. Hozir respublikamiz ta’lim tizimidagi umumta’lim maktablari, akademik lisey va kasb-hunar kollejlarida ham kombinatorika elementlari o‘rganilmoqda. Xulosa qilib aytadigan bo‘lsak shu turdagi masalalardan darsda va darsdan tashqari mashg‘ulotlarda foydalanish o‘quvchining nafaqat matematikaga oid bilimlarini balki ko‘nikmalari hamda malakalarini shakllantirishda ham juda katta hissa qo‘shadi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Abduhamidov A.U., Nasimov X.A., Nosirov U.M., Husanov J.H. “Algebra va matematikanaliz asoslari”. II qism. Akademik litseylar uchun darslik. – T.: 2008 y.
2. Сайдаметов Э., Аманов А. и др. «Алгебра и основы математического анализа» учебное пособия для академических лицеев, II ч, Т. «Ilmziyo», 2013 г.
3. F. N. Dexqonov, A. Usubjonov. “Kombinatorikadan masalalar yechish”, Uslubiy qo‘llanma, Namangan – 2023 y
4. M.Mirzaahmedov va boshqalar. Matematika. 6-sinf darslik. O‘qituvchi”, 2017.
5. Asliddin Abdullayev. Kombinatorika testlar to‘plami, 2020.
6. Yuldashev, A. A. Matematika: Kombinatorika bo‘yicha masalalar. Toshkent: Fan va Texnologiya, 2021
7. Sirojiddinov, M. I. "Matematika fanini o‘rgatishda kombinatorik yondashuv." Ta’lim va Fan Jurnali, vol. 4, no. 2, 2020, pp. 45-52.

8. V.Y. Gmurman, Ehtimollar nazariyasi va matematik statistukadan masalalar yechishga doir qo‘llanma, T. “O‘qituvchi”, 1980 yil.