

BIR O'ZGARUVCHILIK FUNKSIYA VA ULARNING BERILISH USULLARIGA DOIR MISOLLARNI C# DASTURLASH TILIDAGI YECHIMLARI

Hojixonova Mavludaxon Azizxon qizi

Ismonjanova Sumbula Sherzod qizi

Annotatsiya: Bu maqolada biz bir o'zgaruvchilik funktsiya va ularning berilish usullariga doir misollarni ko'rib chiqamiz. Bunday misollarni C# dasturlash tilida ishlab ko'ramiz.

Kalit so'zlar: To'plam, ratsional son, dirixle funktsiyasi, dekart koordinatalar sistemasi, vaqt, harorat, egri chiziqli funktsiyalar, juft va toq funktsiyalar, simmetrik to'plam, monoton funktsiya, teskari funktsiya, murakkab funktsiya, bissektisa, irratsional son.

A SINGLE-VARIABLE FUNCTION AND ITS REPRESENTATION METHODS WITH EXAMPLES IN C#

Hojixonova Mavludaxon Azizxon qizi

Ismonjanova Sumbula Sherzod qizi

Annotation: In this article, we will examine single-variable functions and their representation methods. We will also implement such examples using the C# programming language.

Keywords: Set, rational number, Dirichlet function, Cartesian coordinate system, time, temperature, curve, line, periodic functions, even and odd functions, symmetric set, monotonic function, inverse function, composite function, bisector, irrational number.

ОДНОПЕРЕМЕННАЯ ФУНКЦИЯ И СПОСОБЫ ЕЁ ЗАДАНИЯ С ПРИМЕРАМИ НА C#

Хожихонова Мавлюдахон Азизхон кизи

Исмонжанова Сумбула Шерзод кизи

Аннотация: В данной статье мы рассмотрим однопеременные функции и способы их задания. Также мы реализуем такие примеры с использованием языка программирования C#.

Ключевые слова: Множество, рациональное число, функция Дирихле, декартова система координат, время, температура, кривая, прямая, периодические функции, чётные и нечётные функции, симметричное множество, монотонная функция, обратная функция, сложная функция, биссектриса, иррациональное число.

Funksiya tushunchasi o'quvchiga o'rta maktab matematika kursidan ma'lum. Shuni e'tiborga olib funksiya haqidagi dastlabki ma'lumotlarni qisqaroq bayon etishni lozim topdik.

Aytaylik, $X \subset R$, $Y \subset R$ to'plamlar berilgan bo'lib, x va y o'zgaruvchilar mos ravishda shu to'plamlarda o'zgarsin: $x \in X$, $y \in Y$.

1-ta'rif. Agar X to'plamdagi har bir x songa biror f qoidaga ko'ra Y to'plamdan bitta y son mos qo'yilgan bo'lsa, X to'plamda funksiya berilgan (aniqlangan) deyiladi va

$$f: x \rightarrow y \text{ yoki } y = f(x)$$

kabi belgilanadi. Bunda X – funksiyaning aniqlanish to'plami (cohasi), Y – funksiyaning o'zgarish to'plami (cohasi) deyiladi. x – erkli o'zgaruvchi yoki funksiya argumenti, y esa erksiz o'zgaruvchi yoki funksiya deyiladi.

Misollar. 1. $X = (-\infty, +\infty)$, $Y = (0, +\infty)$ bo'lib, f qoida

$$f: x \rightarrow y = x^2 + 1$$

bo'lsin. Bu holda har bir $x \in X$ ga bitta $x^2 + 1 \in Y$ mos qo'yilib,

$$y = x^2 + 1$$

funksiyaga ega bo'lamiz.

2. Har bir ratsional songa 1 ni, har bir irratsional songa 0 ni mos qo'yish natijasida funksiya hosil bo'ladi. Odatda, bu Dirixle funksiyasi deyilib, u $D(x)$ kabi belgilanadi:

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{agar } x \text{ ratsional son bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x \text{ irratsional son bo'lsa.} \end{cases}$$

Shunday qilib, $y = f(x)$ funksiya uchta: X to'plam, Y to'plam va har bir $x \in X$ ga bitta $y \in Y$ ni mos qo'yuvchi f qoidaning berilishi bilan aniqlanar ekan.

Faraz qilaylik, $y = f(x)$ funksiya $X \subset R$ to'plamda berilgan bo'lsin. $x_0 \in X$ nuqtaga mos keluvchi y_0 miqdor $y = f(x)$ funksiyaning $x = x_0$ nuqtadagi xususiy qiymati deyiladi va $f(x_0) = y_0$ kabi belgilanadi. [1, p. 49, 3.3]

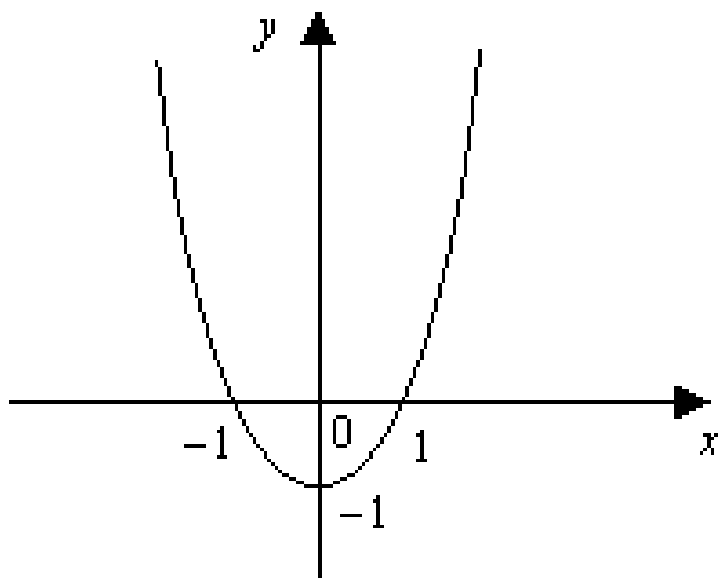
Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasini olamiz. Tekislikdagi $(x, f(x))$ nuqtalardan iborat ushbu

$$\{(x, f(x))\} = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) \in Y\}$$

to'plam $y = f(x)$ funksiyaning grafigi deyiladi [2, p. 31]. Masalan,

$$y = x^2 - 1 \quad (x \in X = [-2, 2])$$

funksiyaning grafigi 1-chizmada tasvirlangan. [2, p. 32, Example 2.1]



1-chizma.

Функция та'рифидagi f qoida turlicha bo'lishi mumkin.

a) Ko'pincha x va y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish formulalar yordamida ifodalanadi. Bu funktsiyaning analitik usulda berilishi deyiladi. Masalan,

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

funktsiya analitik usulda berilgan bo'lib, uning aniqlanish to'plami

$$X = \{x \in R \mid -1 \leq x \leq 1\} = [-1, 1]$$

bo'ladi.

x va y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish quyidagi formulalar yordamida berilgan bo'lsin:

$$y = f(x) = \begin{cases} -1, & \text{agar } x < 0 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x = 0 \text{ bo'lsa,} \\ 1, & \text{agar } x > 0 \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

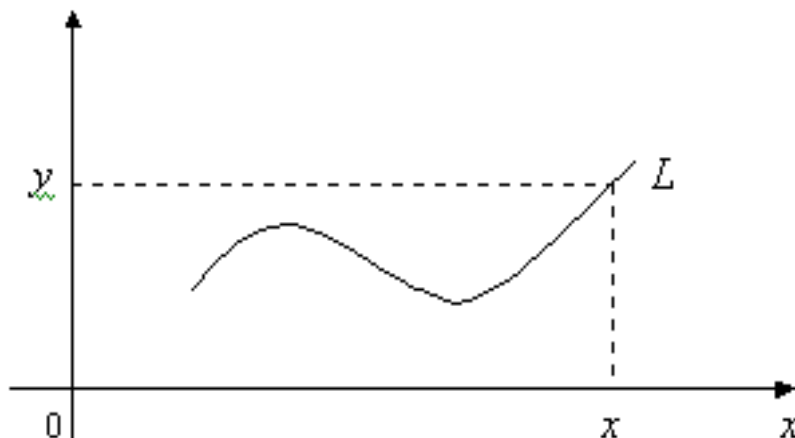
Bu funktsiyaning aniqlanish to'plami $X = R$ bo'lib, qiymatlar to'plami esa $Y = \{-1, 0, 1\}$ bo'ladi. Odatda bu funktsiya $y = \operatorname{sgn} x$ kabi belgilanadi. [2, p. 32, vi)]

b) Ba'zi hollarda $x \in X$, $y \in Y$ o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish jadval orqali bo'lishi mumkin. Masalan, kun davomida havo haroratini kuzatganimizda, t_1 vaqtda havo harorati T_1 , t_2 vaqtda havo harorati T_2 va h.k. bo'lsin. Natijada quyidagi jadval hosil bo'ladi.

t – vaqt	t_1	t_2	t_3	...	t_n
T harorat	T_1	T_2	T_3	...	T_n

Bu jadval t vaqt bilan havo harorati T orasidagi bog'lanish-ni ifodalaydi, bunda t – argument, T esa t ning funktsiyasi bo'ladi.

v) x va y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish tekislikda biror egri chiziq orqali ham ifodalanishi mumkin (2-chizma).



2-chizma.

Masalan, 2-chizmada tasvirlangan L egri chiziq berilgan bo'lsin. Aytaylik, $[a, b]$ segmentdagi har bir nuqtadan o'tkazilgan perpendikulyar L chiziqni faqat bitta nuqtada kessin. $\forall x \in [a, b]$ nuqtadan perpendikulyar chiqarib, uning L chiziq bilan kesishish nuqtasini topamiz. Olingan x nuqtaga kesishish nuqtasining ordinatasi y ni mos qo'yamiz. Natijada har bir $x \in [a, b]$ ga bitta y mos qo'yilib, funksiya hosil bo'ladi. Bunda x bilan y orasidagi bog'lanishni berilgan L egri chiziq bajaradi.

Aytaylik, $f_1(x)$ funksiya $X_1 \subset R$ to'plamda, $f_2(x)$ funksiya esa $X_2 \subset R$ to'plamda aniqlangan bo'lsin.

Agar

1) $X_1 = X_2$,

2) $\forall x \in X_1$ da $f_1(x) = f_2(x)$,

bo'lsa, $f_1(x)$ hamda $f_2(x)$ funksiyalar o'zaro teng deyiladi va $f_1(x) = f_2(x)$ kabi belgilanadi. [1, p. 51, Def. 3.3.7]

2. Funksiyaning chegaralanganligi. Davriy funksiyalar. Juft va toq funksiyalar.

$f(x)$ funksiya $X \subset R$ to'plamda berilgan bo'lsin.

2-ta'rif. [2, p. 37, Def. 2.3] Agar shunday o'zgarmas M soni topilsaki, $\forall x \in X$ uchun $f(x) \leq M$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda yuqoridan chegaralangan deyiladi. Agar shunday o'zgarmas m soni topilsaki, $\forall x \in X$ uchun $f(x) \geq m$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda quyidan chegaralangan deyiladi.

3-ta'rif. [2, p. 37, Def. 2.3] Agar $f(x)$ funksiya X to'plamda ham yuqoridan, ham quyidan chegaralangan bo'lsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda chegaralangan deyiladi.

1-misol. Ushbu $f(x) = \frac{1+x^2}{1+x^4}$ funksiyaning qaraylik. Bu funksiya R da chegaralangan bo'ladi.

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1+x^4} > 0$$

Demak, berilgan funksiya R da quyidan chegaralangan.

Ayni paytda, $f(x)$ funksiya uchun

$$f(x) = \frac{1}{1+x^4} + \frac{x^2}{1+x^4} \leq 1 + \frac{x^2}{1+x^4}$$

bo'ladi. Endi

$$0 \leq (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow 2x^2 \leq x^4 + 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + 1} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{bo'lishini e'tiborga olib, topamiz: } f(x) \leq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Bu esa $f(x)$ funksiyaning yuqoridan chegaralanganligini bildiradi. Demak, berilgan funksiya R da chegaralangan.

4-ta'rif. Agar har qanday $M > 0$ son olinganda ham shunday $x_0 \in X$ nuqta topilsaki,

$$f(x_0) > M$$

tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda yuqoridan chegaralanmagan deyiladi.

$f(x)$ funksiya $X \subset R$ to'plamda berilgan bo'lsin.

5-ta'rif. Agar shunday o'zgarmas $T (T \neq 0)$ son mavjud bo'lsaki, $\forall x \in X$ uchun

$$1) x - T \in X, x + T \in X,$$

$$2) f(x + T) = f(x),$$

bo'lsa, $f(x)$ davriy funksiya deyiladi, T son esa $f(x)$ funksiyaning davri deyiladi.

Masalan, $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$ funksiylar davriy funksiylar bo'lib, ularning davri 2π ga, $f(x) = \operatorname{tg} x$, $f(x) = \operatorname{ctg} x$ funksiylarning davri esa π ga teng.

Davriy funksiylar quyidagi xossalarga ega:

a) Agar $f(x)$ davriy funksiya bo'lib, uning davri $T (T \neq 0)$ bo'lsa, u holda

$$T_n = nT, (n = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

sonlar ham shu funksiyaning davri bo'ladi.

b) Agar T_1 va T_2 sonlar $f(x)$ funksiyaning davri bo'lsa, u holda $T_1 + T_2 \neq 0$ hamda $T_1 - T_2 (T_1 \neq T_2)$ sonlar ham $f(x)$ funksiyaning davri bo'ladi.

v) Agar $f(x)$ hamda $g(x)$ lar davriy funksiylar bo'lib, ularning har birining davri $T (T \neq 0)$ bo'lsa, u holda

$$f(x) + g(x), f(x) - g(x), f(x) \cdot g(x), \frac{f(x)}{g(x)} (g(x) \neq 0)$$

funksiylar ham davriy funksiylar bo'lib, T son ularning ham davri bo'ladi.

2-misol. Ixtiyoriy $T (T \neq 0)$ ratsional son Dirixle funksiyasi

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{agar } x \text{ ratsional son bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x \text{ irratsional son bo'lsa.} \end{cases}$$

ning davri bo'lishi ko'rsatilsin.

Aytaylik, $T (T \neq 0)$ ratsional son bo'lsin. Ravshanki, $\forall x \in R$ irratsional son uchun $x + T$ – irratsional son, $\forall x \in R$ ratsional son uchun $x + T$ ratsional son bo'ladi. Demak,

$$D(x+T) = \begin{cases} 1, & \text{agar } x \text{ ratsional son bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } x \text{ irratsional son bo'lsa.} \end{cases}$$

Shunday qilib, $\forall x \in R$, T – ratsional son bo'lganda

$$D(x+T) = D(x)$$

bo'ladi.

Ma'lumki, $\forall x \in X$ ($X \subset R$) uchun $x \in X$ bo'lsa, X to'plam O nuqtaga nisbatan simmetrik to'plam deyiladi.

Aytaylik, O nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan X to'plamda $f(x)$ funksiya berilgan bo'lsin.

6-ta'rif. Agar $\forall x \in X$ uchun $f(-x) = f(x)$ tenglik bajarilsa, $f(x)$ juft funksiya deyiladi. Agar $\forall x \in X$ uchun $f(-x) = -f(x)$ tenglik bajarilsa, $f(x)$ toq funksiya deyiladi.

Masalan, $f(x) = x^2 + 1$ juft funksiya, $f(x) = x^3 + x$ esa toq funksiya bo'ladi.

Ushbu $f(x) = x^2 - x$ funksiya juft ham emas, toq ham emas.

Agar $f(x)$ va $g(x)$ juft funksiyalar bo'lsa, u holda

$$f(x) + g(x), f(x) - g(x), f(x) \cdot g(x), \frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

funksiyalar ham juft bo'ladi.

Agar $f(x)$ va $g(x)$ toq funksiyalar bo'lsa, u holda

$$f(x) + g(x), f(x) - g(x)$$

funksiyalar toq bo'ladi,

$$f(x) \cdot g(x), \frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

funksiyalar esa juft bo'ladi.

Juft funksiyaning grafigi ordinatalar o'qiga nisbatan, toq funksiyaning grafigi esa kordinatalar boshiga nisbatan simmetrik joylashgan bo'ladi.

3. Monoton funksiyalar. Teskari funksiya. Murakkab funksiyalar.

Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya $X \subset R$ to'plamda berilgan bo'lsin.

7-ta'rif. [2, p. 41, Def. 2.6] Agar $\forall x_1, x_2 \in X$ uchun $x_1 < x_2$ bo'lganda $f(x_1) \leq f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda o'suvchi deyiladi. Agar $\forall x_1, x_2 \in X$ uchun $x_1 < x_2$ bo'lganda $f(x_1) < f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda qat'iy o'suvchi deyiladi.

8-ta'rif. [2, p. 41-42, Def. 2.6] Agar $\forall x_1, x_2 \in X$ uchun $x_1 < x_2$ bo'lganda $f(x_1) \geq f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda kamayuvchi deyiladi. Agar $\forall x_1, x_2 \in X$ uchun $x_1 < x_2$ bo'lganda $f(x_1) > f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya X to'plamda qat'iy kamayuvchi deyiladi.

O'suvchi hamda kamayuvchi funksiyalar umumiy nom bilan monoton funksiyalar deyiladi. [2, p. 42]

3-misol. Ushbu $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ funksiyaning $X = [1, +\infty)$ to'plamda kamayuvchi ekanligi isbotlansin.

$[1, +\infty)$ da ixtiyoriy x_1 va x_2 nuqtalarni olib, $x_1 < x_2$ bo'lsin deylik. Unda

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= \frac{x_1}{1+x_1^2} - \frac{x_2}{1+x_2^2} = \frac{x_1 + x_1x_2^2 - x_2 - x_2x_1^2}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)} = \\ &= \frac{x_1 - x_2 + x_1 \cdot x_2(x_2 - x_1)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)} = \frac{(x_1 - x_2)(1 - x_1 \cdot x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)} \end{aligned}$$

bo'ladi. Keyingi tenglikda

$$x_1 - x_2 < 0, \quad 1 - x_1 \cdot x_2 < 0$$

bo'lishini e'tiborga olib,

$$f(x_1) - f(x_2) > 0$$

ya'ni, $f(x_1) > f(x_2)$ ekanini topamiz. Demak,

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

Aytaylik, $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar $X \subset R$ to'plamda o'suvchi (kamayuvchi) bo'lib, $C = \text{const}$ bo'lsin. U holda

a) $f(x) + C$ funksiya o'suvchi (kamayuvchi) bo'ladi.

b) $C > 0$ bo'lganda $C \cdot f(x)$ o'suvchi, $C < 0$ bo'lganda $C \cdot f(x)$ kamayuvchi bo'ladi.

v) $f(x) + g(x)$ funksiya o'suvchi (kamayuvchi) bo'ladi.

$y = f(x)$ funksiya $X \subset R$ to'plamda berilgan bo'lib, bu funksiyaning qiymatlaridan iborat to'plam

$$Y_f = \{ f(x) \mid x \in X \}$$

bo'lsin.

Faraz qilaylik, biror qoidaga ko'ra Y_f , to'plamdan olingan har bir y ga X to'plamdagi bitta x mos qo'yilgan bo'lsin. Bunday moslik natijasida funksiya hosil bo'ladi. Odatda, bu funksiya $y = f(x)$ ga nisbatan teskari funksiya deyiladi va $x = f^{-1}(y)$ kabi belgilanadi.

Masalan, $y = \frac{1}{2}x + 1$ funksiya nisbatan teskari funksiya $x = 2y - 1$ bo'ladi.

Yuqorida aytilganlardan $y = f(x)$ da x argument, y esa x ning funksiyasi, teskari $x = f^{-1}(y)$ funksiya da y argument, x esa y ning funksiyasi bo'lishi ko'rinadi.

Qulaylik uchun teskari funksiya argumenti ham x , uning funksiyasi y bilan belgilanadi: $y = g(x)$.

$y = f(x)$ ga nisbatan teskari $g(x)$ funksiya grafigi $f(x)$ funksiya grafigini I va III choraklar bissektrisasi atrofiida 180° ga aylantirish natijasida hosil bo'ladi.

Aytaylik, Y_f to'plamda $u = F(y)$ funksiya berilgan bo'lsin. Natijada X to'plamdan olingan har bir x ga Y_f to'plamda bitta y :

$$f: x \mapsto y \quad (y = f(x)),$$

va Y_f to'plamdagi bunday y songa bitta u :

$$F: y \rightarrow u \quad (u = F(y))$$

son mos qo'yiladi. Demak, X to'plamdan olingan har bir x songa bitta u son mos qo'yilib, yangi funksiya hosil bo'ladi: $u = F(f(x))$. Odatda bunday funksiyalar murakkab funksiya deyiladi. [2, p. 43]

Misol

1. $f(x)$ funksiyaning $X \subset R$ to'plamda quyidan chegaralanmaganligi ta'rifi keltirilsin.

Misolni C# tilida hal qilinishi:

```
class Program
{
    static void Main()
    {
        Console.WriteLine("Funksiya: f(x) = x^2");
        Console.WriteLine("Katta va kichik qiymatlar uchun funksiyaning chegaralanmaganligini tekshiramiz.");

        double[] testValues = { -1000, -100, -10, 0, 10, 100, 1000, 10000 };
```

```
foreach (double x in testValues)
{
    double fx = Function(x);
    Console.WriteLine($"f({x}) = {fx}");
}
```

```
Console.WriteLine("Ko'rib turganimizdek,  $f(x) = x^2$  funksiyasi  $x$  ortib  
borganda cheksiz o'sib boradi.");
}
```

```
static double Function(double x)
{
    return x * x; //  $f(x) = x^2$ 
}
}
```

Funksiya: $f(x) = x^2$

**Katta va kichik qiymatlar uchun funksiyaning
chegaralanmaganligini tekshiramiz.**

$f(-1000) = 1000000$

$f(-100) = 10000$

$f(-10) = 100$

$f(0) = 0$

$f(10) = 100$

$f(100) = 10000$

$f(1000) = 1000000$

$f(10000) = 100000000$

**Ko'rib turganimizdek, $f(x) = x^2$ funksiyasi x ortib borganda
cheksiz o'sib boradi.**

Foydalanilgan adabiyotlar

1. <https://tfi.uz>
2. <https://arxiv.uz>
3. <https://staff.tiame.uz>
4. <https://in-academy.uz>