OB'EKTLARNING KESISHISH NUQTALARI VA OPTIMIZATSIYA MASALALARINI ALGEBRAIK VA TRANSSENDENT TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH USULLARI BILAN HAL QILISH

Normamatov Hayriddin Mengniyevich
Osiyo texnologiyalari universiteti kata o'qituvchisi
O'rolov Abdimajid Abdirashid o'g'li,
Osiyo texnologiyalari universiteti talabasi

Annotatsiya Ushbu maqolada algebraik va transsendent tenglamalarni taqribiy yechish usullari kompyuter grafikasi va optimizatsiya masalalarida qo'llanilishi tahlil qilinadi. Ob'ektlarning kesishish nuqtalarini aniqlash va optimallashtirish jarayonlarida ushbu usullarning samaradorligi ko'rib chiqiladi. Biseksiya, Nyuton-Rafson va Sekant usullari kabi algoritmlarning afzalliklari va cheklovlari muhokama qilinadi, shuningdek, ularning amaliy misollar bilan tasdiqlanishi keltiriladi.

Kalit so'zlar: Algebraik tenglamalar, Transsendent tenglamalar, Taqribiy yechish usullari, Biseksiya usuli, Nyuton-Rafson usuli, Sekant usuli, Kesishish nuqtalari, Optimizatsiya masalalari, Kompyuter grafikasi, Iteratsion algoritmlar, Numerik tahlil, 3D modellashtirish, Gradient tushish, Ray tracing, Matematik modellashtirish

Kirish

Matematik modellashtirishda algebraik (polinomial) va transsendent (masalan, trigonometrik yoki eksponensial funksiyalarni o'z ichiga olgan) tenglamalar ko'p uchraydi. Bu tenglamalar ko'pincha aniq yechimga ega emas yoki analitik yechim topish juda murakkab bo'ladi. Shu sababli, taqribiy yechish usullari, ayniqsa, ob'ektlarning kesishish nuqtalarini aniqlash va optimizatsiya masalalarini hal qilishda muhim ahamiyatga ega. Ushbu sohalarda, masalan, kompyuter grafikasi, mashinaviy o'qitish va muhandislikda, tezkor va aniq taxminiy yechimlar zarur bo'ladi. Maqola ushbu usullarni tahlil qilishga va ularning amaliy qo'llanilishini ko'rsatishga qaratilgan.

1. Taqribiy yechish usullari

1.1. Biseksiya usuli

Biseksiya usuli $f(x)=0$ tenglamasini yechishda ishlatiladi, agar funksiya berilgan **[a,b]** intervalda uzluksiz bo'lsa va $f(a)\cdot f(b)<0$ sharti bajarilsa. Har bir iteratsiyada interval yarimlanadi va yechim toraytiriladi. Ushbu usulning asosiy afzalligi uning soddaligi va barqarorligidir, ammo yaqinlashuv tezligi sekin bo'ladi.

1.2. Nyuton-Rafson usuli

Nyuton usuli iteratsion formulaga asoslanadi:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$

bu yerda ***f'(x)*** — funksiyaning hosilasi. Ushbu usul kvadratik yaqinlashuv tezligiga ega, lekin boshlang'ich taxminning to'g'ri tanlanishi va hosilaning mavjudligi talab qilinadi.

1.3. Sekant usuli

Sekant usuli Nyuton usulining hosilasiz shakli bo'lib, quyidagi formula bilan ishlaydi:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}.$$

Ushbu usul hosila hisoblashni talab qilmasligi bilan ajralib turadi, ammo yaqinlashuv tezligi Nyuton usuliga nisbatan pastroqdir.

2. Ob'ektlarning kesishish nuqtalari

Kompyuter grafikasi va 3D modellashtirishda ob'ektlarning kesishish nuqtalari muhim rol o'ynaydi. Masalan, nur izlash (ray tracing) algoritmlarida nur va sirtning kesishish nuqtasi algebraik yoki transsendent tenglama sifatida ifodalanadi.

Misol 1: Nur va sfera kesishishi

Sfera tenglamasi $x^2+y^2+z^2=R^2$, nur esa parametrli shaklda ***r(t)=o+td*** sifatida beriladi. Kesishish nuqtasini topish uchun quyidagi kvadrat tenglama hosil bo'ladi:

$$t_2(d \cdot d) + 2t(o \cdot d) + (o \cdot o - R^2) = 0.$$

Bu algebraik tenglama bo'lib, agar diskriminant musbat bo'lsa, ikkita yechimga ega. Kichik t qiymati yaqin kesishish nuqtasini beradi.

Misol 2: Transsendent kesishish

Agar sirt toroid yoki boshqa murakkab shaklda bo'lsa, tenglama transsendentga aylanadi (masalan, ***sin(x)−x/2=0***). Bunday hollarda Nyuton usuli samarali ishlaydi.

3. Optimizatsiya masalalari

Optimizatsiya masalalarida maqsadli funksiyaning ekstremum nuqtasini topish uchun ko'pincha hosilalar ***f'(x)=0*** shaklida tenglamalar yechiladi.

Misol 3: Logistik optimizatsiya

Logistik regressiyada xatolik funksiyasi:

$$L(\theta) = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[y_i ln(\sigma(\theta x_i)) + (1 - y_i) ln(1 - \sigma(\theta x_i))],$$

bu yerda $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$. Gradient nolga tenglashtirilganda transsendent tenglama hosil bo'ladi, uni Nyuton usuli bilan yechish mumkin.

4. Amaliy natijalar va tahlil

Yuqoridagi usullar sinovdan o'tkazilganda quyidagi xulosalar chiqdi:

- **Biseksiya usuli**: Soddaligi tufayli kichik loyihalarda foydali, lekin katta hajmdagi hisob-kitoblar uchun samarasiz.
- **Nyuton usuli**: Tez va aniq, lekin boshlang'ich taxmin noto'g'ri tanlansa, divergent bo'lishi mumkin.

- **Sekant usuli**: Hosilasiz muqobil sifatida o‘rtacha samaradorlikka ega.

Algebraik va transsendent tenglamalarni taqribiy yechish usullari ob’ektlarning kesishish nuqtalarini aniqlash va optimizatsiya masalalarini hal qilishda muhim vositadir. Nyuton-Rafson usuli tezligi va aniqligi bilan ajralib tursa, biseksiya usuli barqarorlikni ta’minlaydi. Kelajakda ushbu usullarni gibrid algoritmlar bilan birlashtirish yanada samarali yechimlarni taqdim etishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati:

1. Normamatov, X. (2025). IMPROVING THE METHODOLOGY OF TEACHING PROGRAMMING LANGUAGES BASED ON NETWORK TECHNOLOGIES. *International Journal of Artificial Intelligence*, *1*(2), 656-662.
2. Normamatov, X. (2025). APPLYING INTERNATIONAL EXPERIENCES IN TEACHING PROGRAMMING TO HIGHER EDUCATION SPECIALIST STUDENTS: CHALLENGES AND SOLUTIONS. *International Journal of Artificial Intelligence*, *1*(2), 648-650.
3. Normamatov, X. (2025). CHALLENGES AND SOLUTIONS IN TEACHING PROGRAMMING: AN EXPLORATION OF GLOBAL AND LOCAL PERSPECTIVES. *International Journal of Artificial Intelligence*, *1*(2), 651-655.
4. Нормаматов, Х. М., & Абдуллаева, С. У. (2015). ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ" Э-БОЛЬНИЦА". In *Инновации в технологиях и образовании* (pp. 117-119).
5. Нормаматов, Х. М. (2014). ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ В ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ. In *Инновации в строительстве глазами молодых специалистов* (pp. 239-241).
6. Шеров, Ж. Э., & Нормаматов, Х. М. (2015). АВТОМАТИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ВЫСШЕГО УЧЕБНОГО ЗАВЕДЕНИЯ. In *Инновации в технологиях и образовании* (pp. 178-182).