DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA ULARNING MAXSUS YECHIMLARI

Abdulloyev Amrullo Narzullo o'g'li
Toshkent Davlat Iqtisodiyot Universiteti
qoshidagi 1 -sonli akademik litsey Katta o'qituvchi

Annotatsiya: Differensial tenglamalar matematikada va fizika, muhandislik, iqtisodiyot kabi sohalarda keng qo'llaniladigan muhim vositadir. Ular bir yoki bir nechta o'zgaruvchilarning o'zaro bog'liqligini ifodalaydi va ko'plab jarayonlarni, masalan, harakat, o'zgarish va o'sish kabi hodisalarni matematik jihatdan modellashtirishga imkon beradi. Differensial tenglamalar, asosan, ikki turga bo'linadi: oddiy differensial tenglamalar va qisman differensial tenglamalar. Oddiy differensial tenglamalar bitta o'zgaruvchini o'z ichiga oladi, qisman differensial tenglamalar esa bir nechta o'zgaruvchilarni o'z ichiga oladi.

Kalit so'zlar: differensial tenglamalar, matematika, muammolar, birinchi va ikkinchi tartibli tenglamalar, modellashtirish.

Differensial tenglamalar ko'plab amaliy muammolarni hal qilishda qo'llaniladi. Masalan, fizika sohasida kuch, tezlik, tezlanish kabi tushunchalar o'rtasidagi bog'liqlikni ifodalashda differensial tenglamalardan foydalaniladi. Iqtisodiyotda esa iqtisodiy o'zgarishlar va ularning vaqt bilan bog'liqligini o'rganishda differensial tenglamalar muhim rol o'ynaydi. Shu sababli, differensial tenglamalarni o'rganish va ularning yechimlarini topish muhim vazifalardan biridir. Oddiy differensial tenglamalar, o'z navbatida, birinchi tartibli va ikkinchi tartibli tenglamalarga bo'linadi. Birinchi tartibli differensial tenglama, o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlikni birinchi derivativ bilan ifodalaydi. Masalan, birinchi tartibli tenglama quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin: $dy/dx = f(x, y)$. Bu yerda $f(x, y)$ — berilgan funktsiya. Bunday tenglamalar ko'pincha oddiy bir o'zgaruvchi bilan ifodalanadigan jarayonlarni modellashtirishda qo'llaniladi.[1]

Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar esa o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlikni ikkinchi derivativ bilan ifodalaydi. Ular ko'pincha mexanik jarayonlarni, masalan, massaning harakatini o'rganishda qo'llaniladi. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin: $d^2y/dx^2 = g(x, y, dy/dx)$. Bu yerda $g(x, y, dy/dx)$ — berilgan funktsiya. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar ko'plab fizik jarayonlarni, masalan, to'lqinlar, issiqlik o'tkazish va boshqa jarayonlarni modellashtirishda muhimdir. Qisman differensial tenglamalar esa bir nechta o'zgaruvchilarni o'z ichiga oladi va ko'plab amaliy muammolarni hal qilishda qo'llaniladi. Ular ko'pincha fizik jarayonlarni, masalan, issiqlik o'tkazish, to'lqinlar tarqalishi va boshqa jarayonlarni modellashtirishda qo'llaniladi. Qisman differensial tenglamalar, o'z navbatida, turli xil tartiblarga bo'linadi. Ular ko'pincha murakkab muammolarni hal qilishda qo'llaniladi va ularning yechimlari ko'pincha matematik hisoblashlar va modellashtirish orqali topiladi. Differensial tenglamalarning yechimlarini topish uchun bir nechta metodlar mavjud. Eng oddiy metodlar orasida ajratish metodlari, integratsiyalash metodlari va o'zgaruvchilarni almashtirish metodlari mavjud. Ajratish metodlari, odatda, birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishda qo'llaniladi. Bu metodda tenglama o'zgaruvchilarni ajratish orqali yechiladi.[2] Integratsiyalash metodlari esa differensial tenglamalarning yechimini topish uchun integrallarni hisoblashga asoslangan. O'zgaruvchilarni almashtirish metodlari esa murakkab tenglamalarni yechishda qo'llaniladi. Bundan tashqari, differensial tenglamalar uchun maxsus yechimlar ham mavjud. Maxsus yechimlar, ko'pincha, berilgan shartlarga mos ravishda topiladi va muayyan shartlar yoki sharoitlar ostida o'zgaruvchilar orasidagi bog'liqlikni ifodalaydi. Masalan, boshlang'ich shartlar berilgan holda differensial tenglamaning yechimini topish mumkin. Maxsus yechimlar ko'pincha muammoning o'ziga xos xususiyatlarini hisobga olgan holda topiladi.[3]

Differensial tenglamalar va ularning maxsus yechimlari ko'plab sohalarda, jumladan, fizikada, muhandislikda, iqtisodiyotda va boshqa sohalarda qo'llaniladi. Ular jarayonlarni matematik jihatdan modellashtirishga imkon beradi va amaliy muammolarni hal qilishda muhim rol o'ynaydi. Shuning uchun differensial tenglamalarni o'rganish va ularning yechimlarini topish muhim vazifalardan biridir. Differensial tenglamalar nazariyasi, shuningdek, ularning yechimlarini topish uchun matematik metodlarni o'z ichiga oladi. Bu metodlar orasida analitik metodlar, raqamli metodlar va grafik metodlar mavjud. Analitik metodlar, ko'pincha, tenglamalarning aniq yechimlarini topishga qaratilgan. Raqamli metodlar esa muammolarni raqamli hisoblashlar orqali yechishga qaratilgan. Grafik metodlar esa yechimlarni grafik ko'rinishda ifodalashga yordam beradi. Differensial tenglamalar nazariyasining rivojlanishi, matematik tadqiqotlar va amaliy muammolarni hal qilishda muhim ahamiyatga ega. Ular, shuningdek, yangi matematik tushunchalar va metodlarni rivojlantirishga yordam beradi. Differensial tenglamalar va ularning yechimlari, shuningdek, matematik modellashtirish va simulyatsiya jarayonlarida ham muhim rol o'ynaydi.[4]

Differensial tenglamalar matematikada ko'plab jarayonlarni tavsiflashda muhim rol o'ynaydi. Ularning maxsus yechimlari ko'plab amaliy masalalarda qo'llaniladi. Quyida birinchi tartibli oddiy differensial tenglama va uning yechimini ko'rsataman.

Misol: Birinchi tartibli oddiy differensial tenglama

Tenglama:

$dy/dx + y = e^x$

Bu tenglama birinchi tartibli oddiy differensial tenglama hisoblanadi. Uni yechish uchun muqobil usuldan foydalanamiz.

Tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$dy/dx = e^x - y$

Bu tenglama uchun integratsion omilni topamiz. Tenglamaning chap tomonidagi koeffitsientni ko'rib chiqamiz:

$P(x) = 1$

Integratsion omil:

$e^{\int P(x)\, dx} = e^{\int 1\, dx} = e^x$

Tenglamaning umumiy yechimini quyidagi formula yordamida yozamiz:

$y(x) = e^{-x} (\int e^x \cdot e^x\, dx + C)$

Bu yerda C — doimiy.

Integrallarni hisoblaymiz:

$\int e^{2x}\, dx = 1/2\, e^{2x} + C$

Shunday qilib, yechim quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$y(x) = e^{-x} (1/2\, e^{2x} + C)$

Bu yechimni oddiylashtiramiz:

$y(x) = 1/2\, e^x + Ce^{-x}$

Shunday qilib, tenglamaning umumiy yechimi:

$y(x) = 1/2\, e^x + Ce^{-x}$

Xulosa: Umuman olganda, differensial tenglamalar, ularning maxsus yechimlari va ularni yechish metodlari matematik tadqiqotlar va amaliy muammolarni hal qilishda muhim vosita hisoblanadi. Ular ko'plab sohalarda qo'llaniladi va jarayonlarni matematik jihatdan modellashtirishga imkon beradi. Shuning uchun differensial tenglamalarni o'rganish va ularning yechimlarini topish muhim vazifalardan biridir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Abdurahmonov, T. (2016). "Matematika: Hosila va integrallar". Toshkent: O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi.
2. Qodirov, A. (2020). "Differensial tenglamalar nazariyasi". Toshkent: Fan va texnologiya.
3. Murodov, S. R. (2021). "Matematika: Differensial tenglamalar va ularning yechimlari". Toshkent: O'zbekiston milliy universiteti.
4. Yuldashev, D. T. (2022). "Yuqori darajadagi differensial tenglamalar: Nazariyasi va amaliyoti". Samarqand: Samarqand davlat universiteti.
5. Nurmatov, F. B. (2023). "Differensial tenglamalar va ularning qo'llanilishi". Toshkent: Oliy ta'lim muassasalari uchun nashr.
6. Abdullayev, R. X. (2022). "Matematika fanida differensial tenglamalar". Buxoro: Buxoro davlat universiteti.
7. Ismoilov, M. X. (2023). "Differensial tenglamalarning maxsus yechimlari". Toshkent: O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi.