FUNKSIONAL TENGLAMALARNI QULAY USULDA YECHISH

Toshboyeva Feruza Atamjanovna
Toshkent Davlat Iqtisodiyot universiteti yetakchi o'qituvchisi

Annotatsiya: Funksional tenglamalar matematikada muhim o'rin tutadi va ularni yechish ko'plab ilmiy va amaliy sohalarda qo'llaniladi. Funksional tenglamalar, odatda, funksiyalar orasidagi munosabatlarni ifodalaydi va ularni yechish jarayoni ko'plab murakkabliklarni o'z ichiga oladi. Ushbu maqolada funksional tenglamalarni qulay usulda yechish bo'yicha ba'zi asosiy yondashuvlar va metodlarni ko'rib chiqamiz.

Kalit so‘zlar: funksional tenglamalar, matematik modellashtirish, funksiya, differensial tenglamalar, iteratsion usullar, tenglama, yechimlar.

Funksional tenglamalar, asosan, bir yoki bir nechta funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalardir. Ular ko'pincha matematik modellashtirishda, fizika, iqtisodiyot va boshqa sohalarda qo'llaniladi. Funksional tenglamalarni yechish jarayonida, avvalo, tenglama tuzilishini va uning xususiyatlarini tushunish muhimdir. Tenglamalarning turlari va ularning yechish usullari bir-biridan farq qiladi, shuning uchun har bir tenglama uchun mos keluvchi yondashuvni tanlash zarur. Funksional tenglamalarni yechishning birinchi bosqichi - bu tenglamaning o'ziga xos xususiyatlarini aniqlashdir. Tenglama ko'pincha o'zgaruvchilar va parametrlar o'rtasidagi munosabatlarni ifodalaydi. Masalan, agar tenglama biror funksiya va uning derivativlarini o'z ichiga olsa, bu holda differensial tenglama sifatida qaralishi mumkin. Bunday holatlarda, differensial tenglamalarni yechish usullari qo'llaniladi, masalan, ayiruvlar usuli yoki integral usuli.[1]

Ikkinchi bosqich - bu tenglamaning strukturaviy tahlilidir. Funksional tenglamalar ko'pincha murakkab bo'lib, ularni yechishda bir nechta yondashuvlar mavjud. Misol uchun, agar tenglama chiziqli bo'lsa, unda chiziqli funksiyalar yordamida yechish mumkin. Boshqa tomondan, agar tenglama nochiziqli bo'lsa, unda nochiziqli funksiyalarni qo'llash zarur. Bunday holatlarda, iteratsion usullar yoki numerik metodlar yordamida yechish mumkin. Funksional tenglamalarni yechish jarayonida, ko'pincha funktsiyalarni o'zaro bog'laydigan shartlar mavjud. Bu shartlar, masalan, boshlang'ich shartlar yoki chegaraviy shartlar bo'lishi mumkin. Ularni aniqlash va hisobga olish, tenglamani to'g'ri yechish uchun zarurdir. Shartlar, odatda, tenglama yechimini aniqlashda muhim rol o'ynaydi va ularni e'tiborga olmaslik, natijalarni noto'g'ri chiqarishga olib kelishi mumkin. Funksional tenglamalarni yechishning yana bir muhim usuli - bu transformatsiyalash usuli. Transformatsiyalash orqali, murakkab tenglamalarni oddiyroq shaklga keltirish mumkin. Masalan, Laplas transformatsiyasi yoki Fourier transformatsiyasi yordamida, differensial tenglamalarni algebraik tenglamalarga aylantirish mumkin. Bunday yondashuvlar, yechimlarni topishda qulaylik yaratadi va hisoblash jarayonini soddalashtiradi.[2]

Shuningdek, funksional tenglamalarni yechishda grafik usullar ham qo'llanilishi mumkin. Grafik usullar, ko'pincha vizual tasavvurga ega bo'lishga yordam beradi va tenglama yechimini aniqlashda qo'l keladi. Masalan, grafiklar yordamida funksiya va uning grafikasi o'rtasidagi kesishmalarni aniqlash mumkin. Bunday usul, ko'pincha intuitiv va tezkor yechimlarni topishda foydalidir. Funksional tenglamalarni yechish jarayonida, kompyuter texnologiyalaridan ham foydalanish mumkin. Kompyuter dasturlari va matematik modellashtirish vositalari, murakkab tenglamalarni yechishda katta yordam beradi. Bu dasturlar, ko'pincha, turli xil yechim usullarini taklif etadi va foydalanuvchilarga tenglamalarni tez va samarali yechish imkonini beradi. Shuningdek, kompyuter yordamida simulyatsiyalar o'tkazish orqali, tenglama yechimlarining dinamikasini o'rganish mumkin. Funksional tenglamalarni yechishda muhim ahamiyatga ega bo'lgan yana bir jihat - bu yechimlarning barqarorligini tahlil qilishdir. Yechimlar barqarorligi, ko'pincha, amaliy muammolarni yechishda muhim rol o'ynaydi. Agar yechim barqaror bo'lsa, u holda kichik o'zgarishlar yechimga sezilarli ta'sir ko'rsatmaydi. Bunday yechimlar, ko'pincha, amaliyotda qo'llaniladi va ishonchli hisoblanadi.[3]

Misol 1: Oddiy funksional tenglama

Keling, oddiy bir funksional tenglamani ko'rib chiqamiz:

$f(x) = 2f(x-1) + 1$

Bu tenglama, $f(x)$ funksiyasining qiymatini $f(x-1)$ funksiyasining qiymatiga bog'laydi. Ushbu tenglamani yechish uchun, avval boshlang'ich shartni belgilashimiz kerak.

Yechim

1. Boshlang'ich shart: Faraz qilamiz, $f(0) = 1$.

2. Tenglamani qayta yozamiz:

- $f(1) = 2f(0) + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$
- $f(2) = 2f(1) + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$
- $f(3) = 2f(2) + 1 = 2 \cdot 7 + 1 = 15$

3. Umumiy formula: Agar biz bu jarayonni davom ettirsak, quyidagi umumiy formula hosil qilamiz:

$f(n) = 2^n - 1$

Misol 2: Differensial funksional tenglama

Keling, differensial funksional tenglamani ko'rib chiqamiz:

$f'(x) = f(x)$

Bu tenglama, $f(x)$ funksiyasining derivativini $f(x)$ funksiyasiga tenglashtiradi. Ushbu tenglamani yechish uchun, biz uni oddiy differensial tenglama sifatida ko'rib chiqamiz.

Yechim

1. Tenglamani integratsiyalash:

df/f = dx

2. Integratsiya qiling:

ln|f| = x + C

3. Ekspozitsiya qiling:

$f(x) = e^{x + C} = Ce^x$

Bu yerda C – boshlang'ich shartdan kelib chiqadigan doimiy.

Misol 3: Integral funksional tenglama

Keling, integral funksional tenglamani ko'rib chiqamiz:

$f(x) = \int(0; x)\ f(t)\ dt + x$

Bu tenglama, f(x) funksiyasining qiymatini uning integralidan va x dan bog'laydi.

Yechim

1. Tenglamani faraz qilamiz:

Faraz qilamiz f(0) = 0.

2. Tenglamani o'zgaruvchi bilan ifodalash:

f'(x) = f(x) + 1

3. Yana bir bor integratsiyalash:

$f(x) - 1 = e^x + C$

4. Boshlang'ich shartni qo'llang:

$f(0) = 0 \Rightarrow C = -1$

5. Umumiy yechim:

$f(x) = e^x - 1$

Ushbu misollar orqali funksional tenglamalarni yechish jarayonini ko'rdik. Har bir misolda, tenglamaning xususiyatlarini va boshlang'ich shartlarni hisobga olib, yechimlarni topdik. Funksional tenglamalar ko'plab amaliy muammolarni yechishda qo'llaniladi, shuning uchun ularni o'rganish va yechish usullarini rivojlantirish doimo dolzarb masala bo'lib qoladi.[4]

Xulosa: Xulosa qilib aytganda, funksional tenglamalarni yechish murakkab va ko'p jihatdan qiziqarli jarayondir. Ularni yechish uchun bir nechta yondashuvlar va metodlar mavjud bo'lib, har bir tenglama uchun mos keluvchi usulni tanlash zarur. Funksional tenglamalar, nafaqat nazariy jihatdan, balki amaliyotda ham keng qo'llaniladi. Ularni yechish jarayonida, strukturaviy tahlil, transformatsiyalash, grafik usullar va kompyuter texnologiyalaridan foydalanish mumkin. Yechimlarning barqarorligini tahlil qilish ham muhimdir, chunki bu amaliy muammolarni yechishda ishonchli natijalarni taqdim etadi. Funksional tenglamalar matematikada muhim o'rin tutganligi sababli, ularni o'rganish va yechish usullarini rivojlantirish doimo dolzarb masala bo'lib qoladi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Khoshimov, Sh. (2018). "Matematika va uning amaliyotdagi o'rni". Toshkent: O'qituvchi.
2. Toshpo'latov, A. (2017). "Differensial tenglamalar va ularning yechish usullari". Samarqand: Samarqand Davlat Universiteti.
3. Ruziev, A. (2020). "Funksional tenglamalar nazariyasi". Buxoro: Buxoro Davlat Universiteti.
4. Murodov, I. (2019). "Matematika asoslari va funksional tenglamalar". Toshkent: Fan va texnologiya.
5. Jumaniyazov, M. (2021). "Integrallar va funksional tenglamalar". Qaraqalpoq: Qaraqalpoq Davlat Universiteti.
6. Saidov, B. (2022). "Matematik modellar va funksional tenglamalar". Farg'ona: Farg'ona Davlat Universiteti.
7. Xolmatov, R. (2016). "Matematika: nazariyadan amaliyotgacha". Namangan: Namangan Davlat Universiteti.