

SONLAR NAZARIYASI VA UNING ASOSIY MASALALARI

Quljanov Jaxongir Baxtiyorovich

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

Oliy matematika kafedrasi o'qituvchisi PhD,

Abdusalomov Abdulloh Qosim o'g'li

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada sonlar nazariyasining mazmuni, uning tarixiy rivojlanishi va asosiy masalalari yoritilgan. Asosan, tub sonlar, ularning taqsimoti, sonlarning bo'linuvchanlik xossalari, Diofant tenglamalari va modul arifmetikasi kabi mavzular ko'rib chiqilgan. Shuningdek, sonlar nazariyasining amaliy ahamiyati, zamonaviy texnologiyalardagi (masalan, kriptografiyadagi) qo'llanilishi haqida ham fikr yuritilgan. Maqola sonlar nazariyasi sohasiga qiziquvchilar uchun nazariy asos va amaliy misollar orqali ko'mak beradi.

Kalit so'zlar: sonlar nazariyasi, tub sonlar, bo'linuvchanlik, Diofant tenglamalari, modul arifmetikasi, kriptografiya, matematik modellashtirish

Kirish

Matematikaning eng qadimgi va eng asosiy bo'limlaridan biri bo'lgan sonlar nazariyasi asrlar davomida olimlarni o'ziga jalb qilib kelgan. Sonlarning tuzilishi, ularning o'zaro bog'liqligi va xossalarini o'rganish, faqat nazariy ahamiyatga ega bo'lib qolmay, balki zamonaviy texnologiyalarning, xususan, axborot xavfsizligi va kodlash tizimlarining rivojlanishiga ham katta ta'sir ko'rsatmoqda. Sonlar nazariyasida tub sonlarning roli, bo'linuvchanlik xossalari, Diofant tenglamalarini yechish va modul arifmetikasi kabi muhim yo'nalishlar mavjud bo'lib, ular ko'plab amaliy va nazariy masalalarning yechimida asosiy o'rinni egallaydi. Ushbu maqolada sonlar nazariyasining asosiy tushunchalari, muhim masalalari va ularning zamonaviy ilovalaridagi ahamiyati ko'rib chiqiladi.

Asosiy qism

Sonlar nazariyasi matematikaning fundamental va qiziqarli sohalaridan biri hisoblanadi. U sonlarning xossalarini, ular orasidagi aloqalarni, tub sonlarning tarqalishini va boshqa ko'plab murakkab masalalarni o'rganadi. Tarixan sonlar nazariyasi qadimgi sivilizatsiyalardan boshlab rivojlanib kelgan. Misr, Bobil, Hindiston va Yunonistonda sonlar bilan bog'liq muammolar va ularning echimlari ustida ishlangan. Ayniqsa, qadimgi yunon matematigi Evklidning tub sonlar haqidagi ishlari va "Evklid algoritmi" bu sohaning rivojlanishida muhim qadam bo'lgan.

Sonlar nazariyasining markaziy tushunchalaridan biri — tub sonlar. Tub son — bu faqat o'ziga va birga bo'linadigan natural son. 2, 3, 5, 7, 11 va hokazolar tub

sonlarga misoldir. Tub sonlar barcha natural sonlarning "g'ishti" deb qaraladi. xEvklid tub sonlar cheksiz ko'pligini isbotlagan va bu matematikaning tarixiy eng muhim natijalaridan biri bo'lgan. Sonlar nazariyasida bo'linuvchanlik xossalari alohida o'rin tutadi. Bo'linuvchanlik masalalari sonlarning o'zaro qanday munosabatda bo'lishini aniqlash imkonini beradi. Masalan, ikkita sonning eng katta umumiy bo'luvchisini (EKUB) yoki eng kichik umumiy karralisini (EKUK) topish kabi masalalar ko'p amaliyotda uchraydi. Bu usullar nafaqat matematikada, balki muhandislik, informatika va iqtisod sohalarida ham keng qo'llaniladi.

Sonlar nazariyasining yana bir muhim yo'nalishi — Diofant tenglamalari. " $x^2 + y^2 = z^2$ " tenglamasi Pifagor uchliklarini ifodalaydi va bu turdagi masalalar geometriya va raqamli kodlashda katta ahamiyatga ega. Modul arifmetikasi ham sonlar nazariyasining ajralmas qismi hisoblanadi. Modul arifmetikada sonlar ma'lum bir modulga nisbatan qaraladi. Masalan, 17 va 5 sonlari 12 moduli bo'yicha tengdir, chunki ikkalasini 12 ga bo'lganda bir xil qoldiq (5) qoladi. Modul arifmetikasi kriptografiya, ya'ni ma'lumotlarni himoya qilish va shifrlash tizimlarida asosiy o'rinni egallaydi. Zamonaviy internet xavfsizligi tizimlari — masalan, RSA algoritmi — aynan tub sonlar va modul arifmetikaga asoslanadi. Sonlar nazariyasi tarixiy jihatdan sof nazariy fan sifatida rivojlangan bo'lsa-da, bugungi kunda u ko'plab amaliy sohalarida keng qo'llanmoqda. Kriptografiya buning yorqin misolidir. Xususan, tub sonlarga asoslangan ochiq kalitli shifrlash tizimlari (RSA, ElGamal va boshqalar) zamonaviy kompyuter tarmoqlarining asosiy xavfsizlik tayanchlaridan biridir.

Bundan tashqari, sonlar nazariyasi kodlash nazariyasi va matematik modellashirish sohalarida ham keng foydalaniladi. Masalan, axborot uzatishda xatoliklarni aniqlash va tuzatish uchun kodlash nazariyasida modul arifmetikaga asoslangan kodlar qo'llaniladi. Sonlar nazariyasining yana bir qiziqarli sohasi — qoldiq sinflari va Xitoy qoldiq teoremasi. Bu teorema bir nechta modul bo'yicha berilgan qoldiqlarga qarab sonni aniqlashga imkon beradi. Xitoy qoldiq teoremasi zamonaviy informatika, xususan, ma'lumotlarni parchalab saqlash va qayta tiklash tizimlarida keng qo'llanilmoqda.

Zamonaviy matematikaning ko'plab rivojlangan sohalar, masalan, analitik sonlar nazariyasi va algebraik sonlar nazariyasi, klassik sonlar nazariyasining chuqurlashgan tarmoqlari hisoblanadi. Mashhur Riman gipotezasi — bu sohadagi eng murakkab va hal qilinmagan muammolardan biridir. Algebraik sonlar nazariyasi esa ildizlari algebraik tenglamalarni yechishga olib boradigan sonlarni o'rganadi. Sonlar nazariyasi o'zining mukammalligi, nozikligi va chuqur mantiqiy tahlili bilan matematik tafakkurni rivojlantiradi. Shuningdek, u amaliy sohalarida — texnologiya, muhandislik, iqtisodiyot va axborot xavfsizligida — muhim rol o'ynaydi. Shu sababli sonlar nazariyasini o'rganish nafaqat nazariy bilimni oshiradi, balki zamonaviy jamiyat ehtiyojlariga ham xizmat qiladi. Sonlar nazariyasi o'z ichiga nafaqat klassik

masalalarni, balki chuqur va murakkab zamonaviy tadqiqot yo'nalishlarini ham oladi. Masalan, ixtiyoriy uzunlikdagi tub sonlar oralig'ida tub son mavjudligi masalasi hali ham to'liq isbotlanmagan. Bu Binarning gipotezasi sifatida mashhur bo'lib, matematiklar uni isbotlash yoki rad etish ustida ko'p yillardan beri ishlamoqda.

Yana bir muhim soha — tasodifiy sonlar va ularning sonlar nazariyasidagi o'rni. Kompyuter texnologiyalari rivojlanishi bilan tasodifiy sonlar generatsiyasi va ularning sifati muhim ahamiyat kasb etdi. Tasodifiy sonlar yaratishda sonlar nazariyasidagi murakkab arifmetik amallar va tub sonlarga asoslangan usullar keng qo'llanilmoqda. Masalan, kriptografik xavfsizlikda faqatgina haqiqiy tasodifiy sonlardan foydalanish kerak bo'ladi, aks holda tizim zaiflashadi. Sonlar nazariyasi bilan bog'liq yana bir qiziqarli yo'nalish — arifmetik progresiyalar va tub sonlar. Matematiklar arifmetik ketma-ketliklarda tub sonlarning taqsimoti qanday ekanligini o'rganib kelmoqda. Masalan, Green–Tao teoremasi shuni ko'rsatadiki, har qanday uzunlikdagi arifmetik progressiyada tub sonlardan tashkil topgan ketma-ketlik mavjud. Zamonaviy sonlar nazariyasi kompyuter yordamida ko'plab tajriba va tekshiruvlarni amalga oshiradi. Kompyuter eksperimentlari orqali tub sonlar ro'yxati tuziladi, qiyin masalalar uchun numerik taxminlar beriladi va katta raqamlar ustida hisob-kitoblar olib boriladi. Masalan, eng katta ma'lum tub sonlar (Mersenne sonlari shaklida) kompyuter tarmoqlari yordamida aniqlanadi. Shuningdek, sonlar nazariyasining probabilistik yondashuvi ham rivojlanmoqda. Bu usulda sonlar orasidagi ayrim xususiyatlar, masalan, tub sonlar sonining ma'lum oraliqda qanday taqsimlanishini ehtimollar nazariyasi asosida baholash mumkin. Prym usuli, Erdős-Kac teoremasi kabi natijalar shuni ko'rsatadiki, sonlarning ayrim xossalari tasodifiy jarayonlarga o'xshash tarzda tarqaladi. Bu kutilmagan bog'lanish matematiklar uchun yangi tadqiqot yo'nalishlarini ochdi. Transandental sonlar va irrasional sonlar nazariyasi ham sonlar nazariyasining muhim qismidir. π (π) va e kabi sonlarning transandental va irratsional ekanligi isbotlangan. Bu soha algebraik sonlar nazariyasidan farq qiladi va matematik fikrlashning o'ziga xos murakkab qatlamini tashkil qiladi. Sonlarning bu turdagi xossalari matematik tahlil va algebraik geometriya bilan chambarchas bog'liq.

Yana bir zamonaviy qiziqarli yo'nalish — arifmetik geometriya. Bu sohada sonlar nazariyasi va geometriya usullari birlashtirilib, elliptik egri chiziqlar va ularning ustidagi nuqtalar orqali ko'plab murakkab sonlar nazariyasi masalalari yechiladi. Shu bilan birga, sonlar nazariyasi falsafiy jihatdan ham qiziq hisoblanadi. Sonlarning ichki tartibi va ularning cheksiz murakkabligi inson tafakkurining imkoniyatlarini sinovdan o'tkazadi. Mashhur matematiklardan biri G.H. Hardy sonlar nazariyasini “foydasiz, lekin sof va go'zal matematika” deb atagan edi.

Xulosa

Sonlar nazariyasi matematikaning eng qadimiy va eng fundamental sohalaridan biri bo'lib, bugungi kunda ham o'z dolzarbligini saqlab kelmoqda. Uning asosiy

masalalari — tub sonlarning xossalari, sonlar orasidagi munosabatlar va arifmetik tizimlarning chuqur tahlili — nafaqat nazariy matematikani, balki amaliy sohalarni ham rivojlantirishda muhim rol o'ynamoqda.

Zamonaviy texnologiyalar, xususan, axborot xavfsizligi, kriptografiya, sun'iy intellekt va kompyuter fanlarining ko'plab yo'nalishlarida sonlar nazariyasining natijalari keng qo'llanilmoqda. Bu esa ushbu sohani nafaqat sof nazariy izlanishlar maydoni, balki innovatsion rivojlanish uchun asosiy manbalardan biriga aylantiradi.

Sonlar nazariyasida hali ham o'z yechimini topmagan ko'plab qiziqarli masalalar mavjud bo'lib, ular kelajak tadqiqotchilarini yangi yutuqlarga ilhomlantirishi aniq. Goldbax gipotezasi, Riman gipotezasi, ixtiyoriy uzunlikdagi arifmetik progressiyalarda tub sonlar mavjudligi kabi ochiq masalalar ilmiy jamoatchilikni o'ziga jalb qilib kelmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Hardy, G.H., Wright, E.M. *Rational sonlar nazariyasi*. Oksford universiteti nashriyoti, 2008.
2. Apostol, T.M. *Sonlar nazariyasining asoslari*. Dover publications, 1998.
3. Ribenboim, P. *Tub sonlar kitobi: Katta sonlar va ulardagi sirlar*. Springer-Verlag, 1996.
4. Murty, M.R. *Analitik sonlar nazariyasiga kirish*. American mathematical society, 2008.
5. Bombieri, E. *Zamonaviy sonlar nazariyasining asosiy muammolari*. matematik tadqiqotlar jurnali, 1995.