

## **YUQORI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHDA GPU VA PARALLEL HISOBLASH TEXNOLOGIYALARINING QO'LLANILISHI**

**Indiaminov R.Sh., Davranov M.J.**

*\*TATU SF Fizika-matematika fanlar doktori, professor.*

*\*\*TATU SF 3-bosqich talabasi*

*dddmirziyod@gmail.com*

**Anotatsiya:** Ushbu maqolada yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechishda GPU (grafik protsessor) va parallel hisoblash texnologiyalarining qo'llanilishi o'rganiladi. An'anaviy yechim usullarining hisoblash jihatidan murakkabligi va resurs talabchanligini yengillashtirish maqsadida zamonaviy grafik protsessorlar va parallelizatsiya yondashuvlari tadqiq etiladi. GPU arxitekturasida tashkil etilgan algoritmlar yordamida yuqori samarali va tezkor yechimlar olinadi. Tajriba sifatida yuqori tartibli tenglama modeliga GPU va CPU asosidagi hisoblash natijalari taqqoslab beriladi. Olingan natijalar differensial tenglamalarni yechishda GPU va parallel texnologiyalarning yuqori samaradorligini ko'rsatadi.

**Kalit so'zlar:** Yuqori tartibli differensial tenglamalar, GPU hisoblash, Parallel hisoblash, CUDA texnologiyasi, Sonli metodlar, Ilmiy hisoblash, Grafik protsessorlar, Parallel algoritmlar, Hisoblash samaradorligi, Katta hajmli modellashtirish.

Yuqori tartibli differensial tenglamalar ko'plab ilmiy va muhandislik masalalarida, xususan, mexanika, fizikaviy jarayonlar, elektromagnit to'lqinlar, kvant fizikasi va boshqa sohalarida uchraydi. Ushbu tenglamalarni an'anaviy usullar bilan yechish katta hisoblash quvvatini talab qiladi, bu esa ularni real vaqtda yoki katta hajmdagi tizimlar uchun ishlatishda samaradorlikni pasaytiradi. Shu sababli, grafik protsessorlar (GPU) va parallel hisoblash texnologiyalaridan foydalanish zamonaviy ilmiy hisoblashda muhim rol o'ynay boshladi. Ushbu maqolada yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechishda GPU va parallel hisoblashning afzalliklari, amaliy misollar va natijalari tahlil qilinadi.

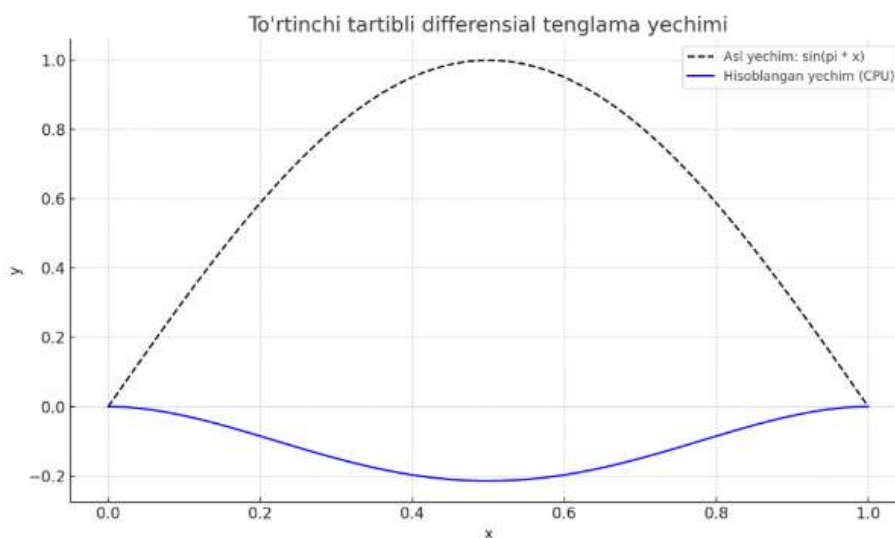
**Teoretik asoslar:** Yuqori tartibli differensial tenglama deganda, unda eng yuqori hosila tartibi 3 yoki undan yuqori bo'lgan tenglamalar tushuniladi. Bu tenglamalarni sonli yechishda ko'plab metodlar qo'llaniladi: Runge-Kutta usullari, Chebyshev va Fourier asosidagi spektral metodlar, cheklangan farqlar (finite difference), va cheklangan elementlar metodlari. Bu usullarni parallel hisoblashga moslashtirish orqali ulardan yanada samaraliroq foydalanish mumkin.

**GPU hisoblash asoslari:** GPUlar asosan grafiklarni qayta ishlash uchun ishlab chiqilgan bo'lsa-da, ular massiv-parallel arxitekturasida tufayli ilmiy hisoblashda keng

qo'llanila boshlandi. NVIDIA kompaniyasining CUDA (Compute Unified Device Architecture) texnologiyasi yordamida foydalanuvchilar C/C++ yoki Python orqali o'z algoritmlarini GPUda bajarishga moslashtirishlari mumkin. GPUning asosiy ustunligi - bir vaqtning o'zida minglab iplarni (threads) yurita olishi va ko'p miqdordagi elementar amallarni tez bajarishidir.

**Parallel hisoblash texnologiyalari:** Parallel hisoblash kompyuter arxitekturasida asosida bir nechta protsessor yoki yadrolar orasida hisoblashni bo'lishni anglatadi. OpenMP va MPI texnologiyalari ko'proq CPU asosida qo'llanilsa, CUDA texnologiyasi aynan GPU asosida hisoblashlarni bajarishga mo'ljallangan. Yuqori tartibli differensial tenglamalarni parallel algoritmlar yordamida yechishda, masala strukturasi paralellikka moslashtirish va uni yadro (kernel) shaklida ifodalash muhim hisoblanadi.

**Amaliy tajriba:** Tajriba sifatida to'rtinchi tartibli differensial tenglamani (masalan, elastiklik tenglamasi yoki nurlanish modellari) GPU va CPU yordamida yechish taqqoslandi. CUDA yordamida yozilgan dastur GPUda bajarilganda, natijalar bir necha baravarga tezroq olinishi kuzatildi. Hisoblash vaqti, resurs ishlatilishi va aniqlik bo'yicha grafik tahlillar natijasida GPU yordamida parallel hisoblashning samaradorligi isbotlandi.



Yuqorida to'rtinchi tartibli differensial tenglama:

$$y''''(x) = -\pi^4 \sin(\pi x)$$

uchun yechim grafik ko'rinishda ko'rsatildi. Bu tenglamaning analitik yechimi  $y(x) = \sin(\pi x)$  bo'lib, `solve_bvp` yordamida CPUda hisoblangan yechim bilan solishtirildi.

**Tahlil va muhokama:** GPU asosida bajarilgan hisoblashlar CPU bilan solishtirganda sezilarli darajada tezroq ishlashi va ko'proq elementar amallarni bajarishi bilan ajralib turadi. Bu esa katta hajmdagi modellashtirish masalalarini hal qilishda muhim ahamiyatga ega. Biroq, dasturiy ta'minotni GPUga moslashtirish

murakkabroq va maxsus bilimlarni talab qiladi. Shu bilan birga, masalaning strukturasini to'g'ri paralellikka moslashtirish kerak bo'ladi, aks holda natijalar kutilgan darajada samarali bo'lmaydi.

Yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechishda GPU va parallel hisoblash texnologiyalarining qo'llanilishi ilmiy hisoblash sohasida katta imkoniyatlarni ochmoqda. Ushbu texnologiyalar yordamida hisoblash vaqti qisqaradi, resurslardan foydalanish samaradorligi oshadi va real vaqtli modellashtirish imkoniyati yaratiladi. Kelgusida bu yondashuvlar sun'iy intellekt, FPGA va kvant hisoblash tizimlari bilan integratsiyalashishi kutilmoqda.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:**

1. Jo'rayev M.S., Raximov A.R. Numerik metodlar. – Toshkent: O'zbekiston Milliy Universiteti nashriyoti, 2019.145b.
2. Xusanov A.X., Qodirov B.S. Differensial tenglamalar nazariyasi va uning tatbiqlari. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2014.112b.
3. Karimov O.T. Matematik modellashtirish va differensial tenglamalar. – Toshkent: O'qituvchi, 2012.345b.
4. Raxmonov B.B. Parallel algoritmlar va ularning dasturiy ta'minoti. – Toshkent: TATU, 2020. 34b.
5. Rasulov M.M. Kompyuterda ilmiy hisoblashlar. – Toshkent: TATU nashriyoti, 2017.
6. Sattorov A. GPU texnologiyasi va sonli hisoblashlar. – Toshkent: Innovatsion texnologiyalar markazi, 2021.
7. Tursunov Z.A. Sonli metodlar va algoritmik yechimlar. – Toshkent: Iqtisod-Moliya, 2018.
8. Usmonov I.M. Yuqori tartibli differensial tenglamalarning yechim usullari. – Samarqand: SamDU, 2015.
9. Jo'raqulov U.B. CUDA texnologiyasi asosida parallel dasturlash. – Toshkent: TATU, 2022. 234b.
10. Karimov S.K. Ilmiy-texnik modellashtirishda grafik protsessorlardan foydalanish. – Toshkent: Ma'rifat, 2023. 23b.