

UDK 614:841

FAVQULODDA VAZIYATLAR VA ELLIPTIK STATISTIK TUZILMALARNING MATEMATIK MODELLARIDAGI BOG'LIQLIKLAR

E. Vassiyev*O'zbekiston Respublikasi Favqulodda vaziyatlar vazirligi Akademiyasi*

Annotation. The tasks considered in the article are the possibilities of analyzing and forecasting parameters of an emergency situation based on metrological data, determining and evaluating the dependence of the characteristics of an emergency situation on meteorological factors, the dependence of extreme emergency situations on the risk assessment of the emergence and development of dangerous meteorological conditions. An attempt to determine the dependence of the characteristics of emergency situations on metrological parameters, a mathematical model that helps to develop methods for analyzing and predicting the risk of an extreme emergency situation in the future is shown.

Keywords: mathematical model, eventology, probability, risk, random variable, density function, mathematical expectation, elliptic distribution, normal distribution.

Аннотация. Рассмотренными в статье задачами являются возможности анализа и прогнозирования параметров чрезвычайной ситуации на основе метеорологических данных, определение и оценка зависимости характеристик чрезвычайной ситуации от метеорологических факторов, зависимость экстремальных нештатных ситуаций от оценки риска возникновения и развития опасных метеорологических условий. Показана попытка определения зависимости характеристик аварийных ситуаций от метеорологических параметров, математическая модель, помогающая разработать методы анализа и прогнозирования риска возникновения чрезвычайной ситуации в будущем.

Ключевые слова: эвентология, вероятность, случайная величина, функция плотности, математическое ожидание, эллиптическое распределение, нормальное распределение.

Annotatsiya. Maqolada ko'rilgan vazifalar meteorologik ma'lumotlar asosida favqulodda vaziyat parametrlarini tahlil qilish va prognoz qilish imkoniyatlari, favqulodda vaziyat xususiyatlarining bog'liqligini aniqlash va baholash meteorologik omillardan, ekstremal favqulodda vaziyatlar, xavfli meteorologik sharoitlarning paydo bo'lishi va rivojlanish xavfini baholashdagi bog'liqligi ko'rsatilgan. Favqulodda vaziyatlar xususiyatlarining meteorologik parametrlarga bog'liqligini aniqlashga urinish, kelajakda ekstremal favqulodda vaziyat xavfini tahlil qilish va bashorat qilish usullarini ishlab chiqishga yordam beruvchi matematik model ko'rsatilgan.

Kalit soʻzlar: matematik model, eventologiya, ehtimol, tasodifiy miqdor, zichlik funksiya, matematik kutilma, elliptik taqsimot, normal taqsimot.

Favqulodda vaziyatlar xavfi muammosi hozirgi zamonning dolzarb muammolaridan biri bo'lib qolmoqda. Boshqarib bo'lmaydigan yirik talofatlar insonlarga va tabiatga katta zarar yetkazadi.

Shuning uchun ham ekstremal qiymatni baholash va bashorat qilish muhim bo'lib qolmoqda. Maqolada ko'rilgan vazifalar meteorologik ma'lumotlar asosida favqulodda vaziyat parametrlarini tahlil qilish va prognoz qilish imkoniyatlari, favqulodda vaziyat xususiyatlarining bog'liqligini aniqlash va baholash meteorologik omillardan, ekstremal favqulodda vaziyatlar, xavfli meteorologik sharoitlarning paydo bo'lishi va rivojlanish xavfini baholash. Favqulodda vaziyatlar xususiyatlarining meteorologik parametrlarga bog'liqligini aniqlashga urinish, kelajakda ekstremal favqulodda vaziyat xavfini tahlil qilish va bashorat qilish usullarini ishlab chiqishga yordam beradi.

Baholashda nazariy ma'lumotlardan foydalanish muhimdir. Bikov, Rogkov, Vakurov, Vorobyov kabi olimlar tadqiqotlaridagi misoli va statistik tahlillardan foydalanilgan, ekstremal qiymatlar nazariyasi va turli usullar bo'yicha ma'lumotlarni qayta ishlash eventologik jihatdan o'rganildi.

Favqulodda vaziyatlar xususida gapiradigan bo'lsak, dunyo miqyosida o'rmon bilan qoplangan umumiy yer maydoni taxminan 3 866 million gektarni tashkil etadi. So'nggi yillarda atmosferaga ko'p miqdordagi issiqxona gazlarini (karbonat angidrid, metan va boshqalar) chiqarish muammosi tufayli va boshqa tabiiy ekotizimlar ular uchun mutlaqo yangi jihatda ko'rib chiqila boshlandi. Tabiatni saqlash va ko'paytirish global ahamiyati muhim xalqaro ekologik hujjatlarda, shu jumladan, iqlim o'zgarishi bo'yicha Konvensiyasida, shuningdek, Kioto protokolida bir necha bor ta'kidlangan.

Tabiiy tusdagi favqulodda vaziyatlar bu mintaqalarning holati va dinamikasini belgilovchi asosiy omillardir. Mamlakatlar tabiiy fondining tuzilishi, dinamikasiga asosiy va oraliq foydalanishni, resurslarni ko'paytirishni maqsad qiladi. Statistik tahlillarning matematik modellarini ko'p o'lchovli elliptik taqsimotlarga asoslangan holda elliptik taqsimot sinfi ko'p o'lchovli normal taqsimotlar statistik ma'lumotlarning asosiy xususiyatlaridandir. Bunday ko'p o'lchovli taqsimotlarni n -o'lchovli tasodifiy miqdor $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ bor ko'p o'lchovli elliptik taqsimot $X \sim E_n(\mu, \Sigma, \psi)$, agar uning xarakteristik funksiyasi

$$\varphi_X(t) = \exp(it^T \mu) \psi\left(\frac{1}{2}t^T \Sigma t\right) \quad (1)$$

ba'zi miqdor uchun μ , aniqlangan matritsa Σ o'lchov $n \times n$ va xarakteristik funksiyaasi deb nomlangan ba'zi $\psi(t)$ funksiyalari generator tomonidan. CHL (*) ning xarakterli generatori aniq bog'liq bo'lishi mumkin p, o'lchov vektorlar X . Klassik taqsimotlarga

oid bir nechta fikrlar o'rinli bo'ladi. Birinchidan, umumiy holda, $f_X(x)$ birgalikda bo'lmasligi mumkin tarqatish zichligi ammo agar mavjud bo'lsa, u ko'rinadi shaklida

$$f_X(x) = c_n |\Sigma|^{-1/2} g_n \left[\frac{1}{2} (x - \mu)^T \Sigma (x - \mu)^{-1} \right] \quad (2)$$

$g_n(\cdot)$ zichlik generatori deb nomlangan ba'zi funksiyalar uchun, xarakterli generator singari, u aniq bog'liq bo'lishi mumkin n foydalanish zichlik generatori, siz x oilasiga tegishli haqiqatni yozishingiz mumkin $X \sim E_n(\mu, \Sigma, g_n)$ shaklida elliptik taqsimotlar. (2) dan tarqatish zichligining mavjudligi normalizatsiya bilan ifodalanishi mumkin c_n konstantasi aniq shaklda:

$$C_n = (2\pi)^{-n/2} \Gamma(nA) \left[\int_0^\infty X^{n/2-1} g_n(x) dx \right]^{-1} \quad (3)$$

Ikkinchidan, bir o'lchovli holatda elliptik taqsimot sinfi simmetrik taqsimotlardan iborat. Shunga qaramay, ular quyidagilarni ta'minlaydi odatdagidan ko'ra ko'proq moslashuvchanlik, chunki ular og'ir yoki engil bo'lishiga imkon beradi quyruqlar. Agar taqsimotning elliptik zichligi mavjud bo'lsa, unda uning ehtimollik zichligi konturlar ellipsoid shaklga ega. Uchinchidan, matematik x vektorini kutish va kovaryans mavjud bo'lishi shart emas. Ammo, agar ular mavjud bo'lsa, unda tegishli iboralar shaklga ega:

$$E(x) = \mu, \text{cov}(x) = -\Psi'(0)\Sigma \quad (4)$$

Kovariatsiyaning mavjudligi uchun $|\psi'(0)| < \infty$. E'tibor bering, ba'zi hollarda xarakterli mavjud bo'lganda generator $\psi'(0) = -1$, keyin kovaryans $\text{Cov}(X) = \Sigma$ ga teng.

Va nihoyat, har qanday xususiy taqsimot ham elliptik ekanligini unutmang xuddi shu xarakterli generator bilan. Agar biz kichik to'plamni olsak X turlari $X_m = (X_1, X_2, \dots, X_m)^T$, bu erda $m \leq n$, keyin X_m elliptik bo'ladi. Uchun bir o'lchovli chastota taqsimotida $k = 1, 2, \dots, n$ bizda bor $X_k \sim E_1(\mu_k, \sigma_k^2, g_1)$ va shuning uchun ularning shaxsiy taqsimotlarining zichligi

$$f_{X_k}(x) = \frac{c^1}{\sigma_k} g_1 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_k}{\sigma_k} \right)^2 \right]$$

shaklida ifodalanishi kerak. Bundan tashqari, elliptik taqsimotlarning har qanday chiziqli birikmasi xuddi shu xususiyatga ega bo'lgan ba'zi yangi elliptik taqsimot ketma-ketligi bilan $g_1, g_2, \dots, g_n$ zichligi ψ ga mos keladi. Hajmi matritsasi $m \times n$ daraja $m \leq n$ va b -ba'zi m -o'lchovli ustun vektori, keyin

$$Bx + b \sim E_m(B\mu + b, B\Sigma B^T, g_m)$$

n -o'lchovli vektor bo'lsin X ko'p o'lchovli elliptikaga ega taqsimot $X \sim E_n(\mu, \Sigma, g_n)$ mavjudligini taxmin qilishda g_n aplikatsiya generatori. Quyruq generatorini quyidagicha aniqlaymiz

$$T_n(u) = \int_{u^2/2}^{\infty} c_n g_n(x) dx$$

agar shunday integral mavjud bo'lsa.

Ko'p o'lchovli normal taqsimotda quyidagilarni ko'rsatish mumkin zichlik generatori $g_n = \exp(-x)$ shakliga ega, bu o'lchovga bog'liq emas vektorlar va shuning uchun quyruq generatori shaklga aylantirilishi mumkin.

$$T_n(u) = \int_{u^2/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{u^2/2} = \varphi(u) \quad (5)$$

Bundan ko'rinib turibdiki, quyruq generatori zichlik funksiyasi shakliga ega, bunday holda, normal qonun. Umuman olganda, normalizatsiya yordamida, quyruq generatorini zichlikka aylantirish mumkin. E'tibor bering,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} T_n(u) du &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{u^2/2}^{\infty} c_n g_n(x) dx du = \int_{-\infty}^{\infty} \int_z^{\infty} c_n z g_n(z^2/2) dz du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-z}^{\infty} c_n z g_n(z^2/2) du dz = 2 \int_0^{\infty} c_n z^2 g_n(z^2/2) dz \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} c_n z^2 g_n(z^2/2) dz = E(Z^2) \end{aligned}$$

bu yerda Z^2 matematik nolga ega bo'lgan tasodifiy elliptik miqdor.

Adabiyotlar

1. Гумбель. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965.
2. Лидбеттер М., Линдгрэн Г., Ротсен Х. Экстремумы случайных последовательностей и процессов. М.: Мир, 1989. 392б.