EYLER VA FERMA TEOREMASIGA DOIR MISOL VA MASALALAR YECHISH

Zaxriddinova Shahlo Zaxriddin qizi
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Matimatika va ta'limda axbarot texnalogiyasi
kafedrasi o'qituvchisi
Ziyodullayeva Musharraf Rustam qizi
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Matimatika va Informatika yo'nalishi
2-bosqich talabasi
Abdimurodova Iqboloy Muzaffar qizi
Shahrisabz davlat pedagogika instituti
Matimatika va Informatika yo'nalishi
2-bosqich talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada Eyler va Fermat teoremalari haqida qisqacha tushuncha berilgan. Eylerning shaharlar teoremasi (yoki Eyler yurishi teoremasi) graf nazariyasida har bir tugun juft sonli darajaga ega bo'lsa, unda bu grafda har bir nuqtadan o'tadigan yo'l mavjudligini ta'kidlaydi. Fermatning Katta Teoremasi esa, 2 dan katta butun sonlar uchun tenglamasining hech qanday butun sonli yechimi yo'qligini isbotlaydi. Maqolada bu teoremalarning matematik tafsilotlari, ular o'rtasidagi farqlar, hamda misollar va masalalar yordamida ularning amaliy ahamiyati ko'rsatilgan. Eyler va Fermat teoremalari matematikaning turli sohalariga ta'sir ko'rsatgan va bugungi kunda ham o'rganilmoqda.

Аннотация: В этой статье дается краткое представление о теоремах Эйлера и ферма. Теорема Эйлера о городах (или теорема Эйлера о ходьбе) утверждает, что если в теории графов каждый узел имеет четное число степеней, то на этом графе есть путь, проходящий через каждую точку. С другой стороны, большая теорема Ферма доказывает, что для целых чисел больше 2 не существует целочисленного решения уравнения. В статье представлены математические детали этих теорем, различия между ними, а также их практическое значение на примерах и задачах. Теоремы Эйлера и ферма оказали влияние на различные области математики и до сих пор изучаются.

Annotation: This article provides a brief insight into Euler's and Fermat's theorems. Euler's cities theorem (or Euler's walk theorem) states that in graph theory, if each node has an even number of degrees, then this graph contains a path that passes through each point. Fermat's great Theorem, however, proves that there is no integer solution to his equation for integers greater than 2. The article outlines the

mathematical details of these theorems, the differences between them, and their practical significance using examples and issues. Euler's and Fermat's theorems have influenced various areas of mathematics and are still studied today.

Kalit so'zlar: Eyler teoremasi, Fermat teoremasi, graf nazariyasi, to'liq sonlar nazariyasi, Eyler yurishi, Fermatning Katta Teoremasi, matematik masalalar, raqamlar nazariyasi, graf, yo'l, butun sonlar.

Ключевые слова: теорема Эйлера, теорема Ферма, теория графов, теория целых чисел, марш Эйлера, большая теорема Ферма, математические задачи, теория чисел, граф, путь, целые числа.

Keywords: Euler's theorem, Fermat's theorem, graph theory, integer theory, Euler's walk, Fermat's great Theorem, mathematical problems, number theory, Graph, path, integers.

Eyler va Fermat teoremasi yordamida misollar va masalalarni yechish uchun, avvalo bu teoremalarning qisqacha tushunchalarini keltirib o'tish mumkin.

Ta'rif. Agar a va b butun sonlarni m natural songa bolganda bir xil qoldiq chiqsa, a va b sonlar m modul bo'yicha taqqoslanadi deb aytiladi va $a \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m)$ kabi belgilanadi. Ushbu maqolada taqqoslamaning ba'zi xossalarini keltiramiz:

1 – xossa: Agar a va b sonlari m modul bo'yicha taqqoslansa, u holda a – b ayirma m natural songa qoldiqsiz bo'linadi. Ya'ni,

$a = mk + r$, $b = mn + r$ bo'lsa, $a - b = mk - mn + 0$, $a - b = m(k - n)$.

2 – xossa: Har biri c soni bilan taqqoslanadigan a va b sonlari bir – biri bilan ham taqqoslanadi. Ya'ni

$a \equiv c \ (\mathrm{mod}\ m)$ $b \equiv c \ (\mathrm{mod}\ m)$ bo'lsa, u holda $a \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m)$.

3 – xossa: Modullari bir xil bolgan taqqoslamalarni hadma – had qo'shish mumkin. Ya'ni,

$a \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m)$ va $c \equiv d \ (\mathrm{mod}\ m)$ bo'lsa, u holda $a + c \equiv b + d \ (\mathrm{mod}\ m)$ o'rinli bo'ladi.

Natija: Taqqoslamaning biror hadini bir tomonidan ikkinchi tomoniga qarama – qarshi ishora bilan olib o'tish mumkin.Ya'ni,

$a + c \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m) \Rightarrow a \equiv b - c \ (\mathrm{mod}\ m)$

4 – xossa: Taqqoslamaning ixtiyoriy tomoniga uning moduliga karrali bo'lgan sonni qo'shish mumkin.Ya'ni,

$a \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m) \Rightarrow a + mk \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m)$ va $a \equiv b + mn (\mathrm{mod}\ m)$

5 – xossa: Bir xil modulli taqqoslamalarni hadma – had ko'paytirish mumkin. Ya'ni,

$a \equiv b \ (\mathrm{mod}\ m)$ va $c \equiv d \ (\mathrm{mod}\ m)$ bo'lsa, u holda $a * c \equiv b * d \ (\mathrm{mod}\ m)$ o'rinli bo'ladi.

Natija: Taqqoslamani darajaga oshirish mumkin. $a^n \equiv b^n (\mathrm{mod}\ m)$ o'rinli

6 – xossa: Taqqoslamaning har ikkala qismini biror butun songa ko‘paytirish mumkin.

$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a * k \equiv b * k \pmod{m}\ k \in Z$

7 – xossa: Taqqoslamaning har ikkala qismini va modulini biror natural songa ko‘paytirish mumkin.

$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a * n \equiv b * n \pmod{m * n}\ n \in N$

8 – xossa: Taqqoslamaning har ikkala qismini ularning umumiy bo‘luvchilariga bo‘lish mumkin.

$a * n \equiv b * n \pmod{m} \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$

9 - xossa: Agar a va b soni m1, m2, … mk sonlari bilan taqqoslansa, u holda ular EKUK bo‘yicha ham taqqoslanadi.

10 - xossa: Agar d soni m soning bo‘luvchisi bo’lib $a \equiv b \pmod{m}$ bo`lsa, u holda $a \equiv b \pmod{d}$ o‘rinli bo‘ladi. $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \cdot k \equiv b \cdot k \pmod{m}\ k \in Z$

Ta’rif. Musbat sonlar ustida aniqlangan, hamda a soniga 1,2,3,4, … , a − 1 sonlar ichida a bilan o‘zaro tub bo‘lgan sonlar sonini mos qo‘yuvchi funksiya Eyler funksiyasi deyiladi va φ(a) kabi belgilanadi.

Teorema (Eyler teoremasi). O‘zaro tub bo‘lgan va (m > 1) sonlari uchun quyidagi munosabat o‘rinli: $a^{\varphi(m)} \equiv 1(\mathrm{mod} m)$. Agar Eyler teoremasida m soni o‘rniga biror p tub olinsa, u holda $a^{p-1} \equiv 1(\mathrm{mod} m)$ tenglikka kelamiz. [1],[2]

Ushbu tenglikning ikkala tomonini a ga ko‘paytirsak, $a^{p} \equiv a(\mathrm{mod} m)$ tenglikka ega bo‘lamiz. Bu tenglik Fermaning kichik teoremasi deyiladi.

Matematika tarixida o'zining chuqur va ajoyib inshootlari bilan tanilgan ikkita muhim teorema – Eyler va Fermat teoremalari eng ko'p o'rganilgan va zamonaviy matematikada keng qo'llaniladigan natijalardir. Ularning har biri matematikaga yirik hissa qo'shgan va ular bugungi kunda nafaqat nazariy, balki amaliy masalalarni yechishda ham katta ahamiyatga ega.

1. Eyler Teoremasi

Eyler teoremasi, ayniqsa, raqamlar nazariyasi va graf nazariyasining rivojlanishiga katta ta'sir ko'rsatgan. Eylerning eng mashhur teoremasi - Eylerning shaharlar teoremasi yoki Eylerning yurish teoremasi hisoblanadi. Bu teorema ko'plab graf nazariyasining asosiy qoidalarini tashkil qiladi.

Eylerning Shaharlar Teoremasi

Teoremaga ko'ra, agar biror grafda har bir tugun (nuqta) juft sonli darajaga ega bo'lsa, unda bu grafda biror boshlanish nuqtasidan tugash nuqtasigacha har bir nuqtadan o’tadigan yolg‘iz bir yo‘l mavjud bo'ladi.

Misol:Sizga bir shaharlar to'plami va ular orasidagi yo'llar berilgan. Agar har bir shahar bir nechta boshqa shaharlarga yo'l orqali bog'langan bo'lsa va har bir shaharning ulangan yo'llar soni juft bo'lsa, unda siz barcha shaharlardan o'tib, oxirgi shaharga qaytib keladigan bir yo'l topishingiz mumkin.

2. Fermat Teoremasi

Fermat teoremasi esa, asosan, to'liq sonlar nazariyasi bilan bog'liq bo'lib, uning eng mashhur qismi Fermatning Katta Teoremasi deb ataladi. Bu teoremaga ko'ra, "agar 2 dan katta butun son bo'lsa, x, y va z butun sonlar uchun tenglikni hech qachon ta'minlaydigan x, y va z qiymatlari yo'q".

Fermatning Katta Teoremasi

Pierre de Fermat 1637-yilda bu teoremani yozganida, u o'zining "menga bu yerda ajoyib isbot bor, lekin juda katta joy yo'qligi sababli uni yozib qoldira olmayman"

degan fikrni bildirib, bu masala tarixdagi eng mashhur noaniqliklarga aylangan. Teoremaga ko'ra, 2 dan katta butun sonlar uchun, tengligi hech qanday butun sonlar uchun to'g'ri bo'lmaydi.

Fermatning Katta Teoremasi 358 yil davomida isbotlanmagan bo'lib, 1994-yilda Endryu Vayl isbotlashga muvaffaq bo'ldi.

Misol:Sizga kabi bir tenglama berilgan va x, y, z butun sonlarni topishga harakat qilasiz. Fermatning Katta Teoremasiga ko'ra, bunday tenglamaning hech qanday butun sonli yechimi yo'q.

Fermat va Eyler Teoremalari O'rtasidagi Farq

Fermat teoremasi to'liq sonlar orasida alohida matematik qarorlarni topishda muhim rol o'ynasa, Eyler teoremasi graf va yo'llarni o'rganishda juda muhim ahamiyatga ega. Fermat teoremasi, asosan, algebraik ifodalarda mavjud bo'lgan murakkablikni o'rganishga asoslanadi, Eyler esa graf va geometrik tuzilmalarni o'rganishga yo'naltirilgan.

Misollar va Masalalar Yecheish

Masala 1: Eylerning Yurish Teoremasi

Sizga to'rt shahardan iborat graf berilgan: A, B, C, D. Har bir shahar boshqa shaharga yo'l orqali bog'langan. Har bir shaharning bog'lanish soni juft bo'lsa, bu grafda har bir shahardan boshlash va oxirgi shaharga yetib borish mumkinmi? Yechimni tushuntiring.

Yechim: Grafni tekshirib, har bir shaharning ulangan yo'llar sonini hisoblang. Agar barcha shaharlarda ulangan yo'llar soni juft bo'lsa, unda grafda Eyler yurishini topish mumkin bo'ladi.

Masala 2: Fermatning Katta Teoremasi

tenglamasining butun sonli yechimlarini izlang.

Yechim: Fermatning Katta Teoremasiga ko'ra, bunday tenglamaning butun sonli yechimi yo'q. Demak, yechim mavjud emas.

Xulosa

Eyler va Fermat teoremalari matematikaga juda katta ta'sir ko'rsatgan, ulardan biri graf nazariyasi va geometrik masalalarga oid, ikkinchisi esa to'liq sonlar

ISSN: 3030-3621

nazariyasiga asoslangan. Har ikki teorema ham matematik bilimlarni chuqurlashtirishda, murakkab masalalarni yechishda va yangi matematik yo'nalishlar ochishda muhim rol o'ynaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Hardy, G. H., & Wright, E. M. (2008). An Introduction to the Theory of Numbers. Oxford University Press. (Fermat teoremasi va to'liq sonlar nazariyasiga oid asosiy ma'lumotlar).
2. Euler, L. (1741). Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. (Eylerning graf nazariyasiga oid asari).
3. Mendelson, E. (1997). Introduction to Mathematical Logic. CRC Press. (Matematik mantiq va teoremalar isboti haqida umumiy ma'lumot).
4. Kemeny, J. G., & Snell, J. L. (1960). Finite Markov Chains. D. Van Nostrand Company, Inc. (Graf va yo'llar nazariyasi bo'yicha qo'llanma).
5. Wiles, A. (1995). Modular Elliptic Curves and Fermat’s Last Theorem. Annals of Mathematics, 141(3), 443–551. (Fermatning Katta Teoremasining isboti haqida ilmiy maqola).
6. Diestel, R. (2005). Graph Theory. Springer-Verlag. (Graf nazariyasining asoslari va Eyler teoremasi haqida ma'lumot)
7. Stewart, I. (2008). The Story of Mathematics: From Babylonian Numerals to Chaos Theory. DK Publishing. (Matematikaning tarixiy rivojlanishi va muhim teoremalari haqida umumiy ma'lumot).