ISSN: 3030-3621
Ta'lim innovatsiyasi va integratsiyasi

IKKINCHI TARTIBLI SIRTLAR VA ULARNING ANALITIK TALQINI.

G'aniyeva Malika Murodjon qizi *-Andijon davlat pedagogika insituti Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi*
Alijonova Mohizar Quvvatali qizi*-Andijon davlat pedagogika insituti Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi*
Alijonova Zulhumor Nodirbek qizi*-Andijon davlat pedagogika insituti Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi*
Elektron pochta: ganiyevamalika40@gmail.com

Annotatsiya: Mazkur maqolada ikkinchi tartibli sirtlarning turlari va ularning analitik ifodalari yoritilgan. Asosiy e'tibor konus,silindr,ellipsoid, giperboloid, paraboloid kabi sirtlarga qaratilgan. Har bir sirtning tenglamasi, geometrik shakli va grafik ko'rinishi tahlil qilingan. Maqolada sirtlarning klassifikatsiyasi va ularni farqlash usullari ko'rsatib o'tilgan. Amaliy masalalarda bunday sirtlarning muhimligi, xususan, fizika va muhandislikda qo'llanilishi bayon etilgan. Har bir sirt uchun misollar keltirilib, ularning grafik tasvirlari orqali tushunishni osonlashtirishga harakat qilingan. Maqola geometriya va analitik geometriya fanlarini o'rganayotgan talabalar uchun foydalidir. U nafaqat nazariy, balki amaliy bilimlarni ham o'z ichiga oladi.

Abstract: This article discusses the types of second-order surfaces and their analytical expressions. The main attention is paid to surfaces such as conus,ellipsoids, hyperboloids, and paraboloids. The equation, geometric shape, and graphical representation of each surface are analyzed. The article presents the classification of surfaces and methods for distinguishing them. The importance of such surfaces in practical problems, in particular their use in physics and engineering, is described. Examples are given for each surface, and an attempt is made to facilitate understanding through their graphical representations. The article is useful for students studying geometry and analytical geometry. It contains not only theoretical but also practical knowledge.

Аннотация: В статье рассматриваются типы поверхностей второго порядка и их аналитические выражения. Основное внимание уделяется таким поверхностям, как сфера, конус, цилиндр, эллипсоид, гиперболоид и параболоид. Были проанализированы уравнение, геометрическая форма и графическое представление каждой поверхности. В статье представлена классификация поверхностей и методы их различения. Объясняется важность таких поверхностей в практических вопросах, в частности их применение в физике и технике. Для каждой поверхности приведены примеры, и сделана попытка облегчить понимание с помощью их графических изображений. Статья

полезна студентам, изучающим геометрию и аналитическую геометрию. Он включает в себя не только теоретические, но и практические знания.

Kalit so’zlar: Sirt, dekart koordinatalar sistemasi, sirt tenglamasi, ikkinchi tartibli sirt, sfera,konus sirt, paraboloid silindr, bir pallali giperboloid, markaz, elliptik sirt, ellipsoid, paraboloid, ikki pallali giperboloid.

Keywords: Surface, Cartesian coordinate system, surface equation, second-order surface, sphere, conical surface, paraboloid cylinder, single-shell hyperboloid, center, elliptical surface, ellipsoid, paraboloid, double-shell hyperboloid.

Ключевые слова:Поверхность, декартова система координат, уравнение поверхности, поверхность второго порядка, сфера, коническая поверхность, параболоидный цилиндр, однослойный гиперболоид, центр, эллиптическая поверхность, эллипсоид, параболоид, двухслойный гиперболоид.

Sirt va uning tenglamasi

Berilgan to’g’ri burchakli dekart koordinatlari sistemasida koordinatalari

$$F\ (x;y;z)=0 \qquad (1)$$

tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalarning geometrik o’rni ***sirt*** deb ataladi. (1) ztenglama umuman ***sirt tenglamasi*** deb ataladi. Bu tenglama *x, y, z* o’zgaruvchilarning briga nisbatan yechiladi deb faraz qilamiz. Masalan, u tenglama *z* ga nisbata yechilishi mumkin bo’lsin, bu holda

$$z=f\ (x,y) \qquad (2)$$

deb yozish mumkin, bunda $f\ (x,y)$ – x,y o’zgaruvchilarning funksiyasidir.

Sirtga berilgan yuqoridagi ta’rifga ko’ra sirt tenglamasi deb uch o’zgaruvchili shunday $f(x,y,z)=0$ *yoki* $z=f(x,y)$ tenglamaga aytiladiki, bu tenglamani sirtda yotgan har bir nuqtaning koordinatalari qanoatlantiraladi. Shunday qilib fazodagi nuqtalarning geometrik o’rni deb qaralgan har qanday sirt, bu nuqtalar koordinatalarini o’zaro bog’lovchi (1) tenglama bilan tasvirlanadi.

Aksincha, *x; y; z;* o’zgaruvchilarni bog’lovchi har qanday (1) tenglama koordinatalari, bu tenglamani qanoatlantiradigan fazodagi nuqtalarning geometrik o’rnini, ya’ni sirtni aniqlaydi.

Fazodagi sirtni tekshirish ikkita asosiy masalani tekshirishga olib kelinadi;

1. Fazodagi biror sirt o’zining umummiy xossasi bilan nuqtalarining geometrik o’rni, deb berilgan. Uning tenglamasini tuzish kerak.
2. Fazodagi biror sirtning tenglamasi berilgan. Bu tenglama yordamida uning xossalarini va shaklini tekshirish kerak.

To’g’ri burchakli dekart koordinatalari sistemasida o’zgaruvchi *x; y; z* koordinatalarga nisbatan ikkinchi darajali

$$Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Exz+Fyz+Gx+Hy+Kz+L=0 \quad (3)$$

algebraik tenglama bilan tasvirlangan sirtlar ***ikkinchi tartibli sirtlar*** deb ataladi. Bu tenglamada A, B, C, D, E, F koeffisentlarning kamida bittasi noldan farqli bo’lishi kerak.

Sfera

Ma’lumki fazoda markaz deb ataluvchi $0\ (x_1, y_1, z_1)$ nuqtadan bir xil uzoqlikda joylashgan nuqtalarning geometrik o’rni ***sfera*** deb ataladi. Markazdan sferagacha bo’lgan masofa uning radiusi deyiladi. Ta’rifga ko’ra $0(x_1,y_1,z_1)$ nuqtadan sfera ustidagi ixtiyoriy $M\ (x, y, z)$ nuqtagacha bo’lgan masofa R radiusi bo’lib, u qo’yidagicha hisoblanadi:.

$R=\sqrt{(x-x_1)_2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}$ yoki $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2=R^2$ *(5)*. Endi (5) tenglamada qavslarni ochamiz $x^2+y^2+z^2-2x_1x-2y_1y-2\ z_1z+x_1^2+y_1^2+z_1^2-R^2=0$. Bu *x, y, z* koordinatalarga nisbatan ikkinchi darajali tenglamadan iborat.

Misol. $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-2=0$ tenglama sfera tenglamasi ekanligini isbotlang. Uning markazi va radiusini toping.

Yechish. Berilgan tenglamaning chap tomonini qo’yidagicha shakl almashtiramiz: $(x^2-2x+1)+(y^2+4y+4)+(z^2+6z+9)-14-2=0$ yoki $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16$. Bu esa markazi 0 (1; -2; -3) nuqtada, radiusi esa R=4 ga teng bo’lgan sfera tenglamasi kelib chiqadi.

Eslatma. Bizga ma’lumki, fazoda to’g’ri chiziq ikki tekislikning kesishishdan hosil bo’ladi. Xuddi shuningdek fazoda egri chiziq ikki sirtning kesishish natijasida hosil bo’ladi va u ikki $F(x;y;z)=0$, $f(x,yz)=0$ tenglamaning berilishi bilan aniqlanadi.

Konus sirt

Berilgan L chiziqini kesuvchi va berilgan P nuqtadan o’tuvchi barcha to’g’ri chiziqlardan tashkil topgan sirt *konus sirt* deb ataladi. Bunda L chiziq konus sirtning *yunaltiruvchisi*, konus sirtini tashkil etuvchi to’g’ri chiziqlarning har biri unng ***yasovchisi***, P esa konus sirtning ***uchi*** deyiladi (5-chizma).

Misol uchun uchi koordinata boshida, yo’naltiruvchi esa *z*=c tekislikda yotuvchi va yarim o’qlari *a* va *b* lar bo’lib

$$\left.\begin{array}{l} z = c \\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \end{array}\right\} \qquad (6).$$

ellipsdan iborat bo'lgan konus sirtini qaraymiz. Bu sirt ***ikkinchi tartibli konus*** deyiladi.

Ellipsoid

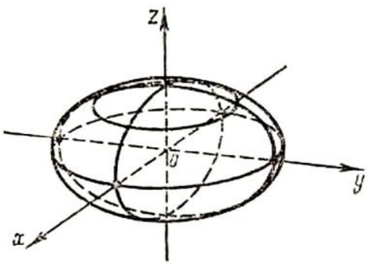
Ushbu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \qquad (7)$$

tenglama bilan aniqlangan sirt ***ellipsoid*** deb ataladi. *a, b, c* sonlar ***ellipsoidning yarim o'qlari*** deb ataladi. Bu tenglamada *x;y;z* o'zgaruvchi koordinatalar juft darajada qatnashganligi uchun ellipsoid koordinata tekisliklariga simmetrik joylashgan bo'ladi. Ellipsoidning formasini tasavvur qilish uchun uni koordinata tekisliklar bilan kesamiz. Masalan, (14) ellipsoidni *oxy* tekislikka paralel bo'lgan *z=h* tekislik bilan kessak kesimda ellipis hosil bo'ladi. Haqiqatan

$$\left.\begin{array}{l} z = h \\ \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{в^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1 \end{array}\right\}$$

tenglamalardan *z* ailikatani chiqarsak



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} + \frac{h^2}{c^2} = 1$$

chiziq hosil bo'ladi. Bundan

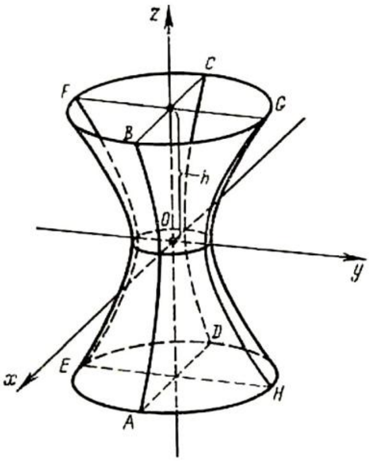
$$\frac{x^2}{\left(a\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}})\right)^2} + \frac{y^2}{\left(в\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}})\right)^2} = 1$$

1-chizma.

hosil bo'ladi. Bu esa yarim o'qlari qavs ichida turgan sonlardan iborat bo'lgan ellipsdan iboratdir. Ellipisoid boshqa koordinata tekisliklariga parallel tekisliklar bilan kesish natijasida kesimda ellipslar hosil bo'lishini ko'rish qiyin emas. Ellipisoid 1-chizmada tasavirlangan ko'rinishga ega.

Ko'rinib turibdiki, ellipsoidni koordinata tekisliklari bilan kessak ham kesimda ellipslar hosil bo'ladi. Xusussiy holda *a=b* bo'lsa tenglama ellipisoidni, *a=b=c* bo'lsa sferani ifoda etadi.

Giperboloidlar



2-chizma.

A. Bir pallali giperboloid

Ushbu

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{в^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \qquad (8)$$

tenglama bilan aniqlanadigan sirt ***bir pallali giperboloid*** deb ataladi.

Bir pallali giperboloidni y=0 tekislik bilan kessak, $0xz$ tekislikda yotadigan ABCD giperbola hosil bo'ladi. Uning tenglamasi

$$\left.\begin{aligned}&\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\\&y=0\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Xuddi shuningdek bir pallali giperbolaidni $x=0$ tekislik bilan kessak kesimda EFGH giperbola hosil bo'lib unming tenglamasi.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\\&x=0\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

dan iborat bo'ladi (2-chizma).

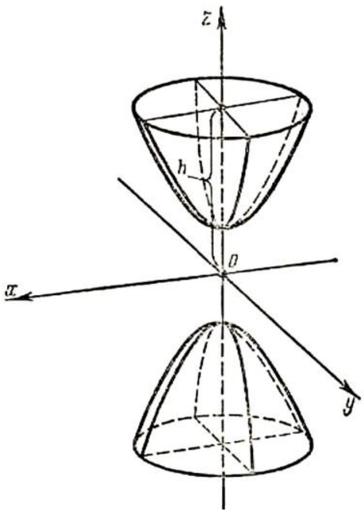
Bir pallali giperbolaidni $z=h$ tekislik bilan kesilsa teng-lamasi qo'yidagi ko'inishda bo'lgan BFCG ellips hosil bo'ladi:

$$\frac{x^2}{\left(a\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}})\right)^2}+\frac{y^2}{\left(в\sqrt{1-\frac{h^2}{c^2}})\right)^2}=1 \qquad (11)$$

Agar h=0 bo'lsa eng kichik yarim o'qlara ega bo'lgan oxy tekislikda yotuvchi ellips hosil bo'ladi.

B. Ikki pallali giperboloid.

Ushbu $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{в^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ tenglma bilan aniqlanadigan sirt ***ikki pallali giperboloid***



deyiladi. Kooridanata tekisliklari ikki pallali giperboloid uchun simmetriya teiksliklaridan iborat. Bu sirtni *oxz* va *oyz* tekisliklari bilan kesilsa mos ravishda quyidagi giperbollar hosil bo’ladi.

$$\left.\begin{aligned}\frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\\ y=0\end{aligned}\right\} \quad \text{va} \quad \left.\begin{aligned}\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1\\ x=0\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

4-chizma.

Bu giper bolalar 4-chizmada tasvirlangan.

Agar ikki pallali giperbolaidni *z*=h tekislik bilan kessak, kesimda

$$\left.\begin{aligned}\frac{x^2}{\left(a\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(в\sqrt{\frac{h^2}{c^2}-1}\right)^2}=1\\ Z=h\end{aligned}\right\}$$

tenglama bilan ifodalanuvchi ellipis hosil bo’ladi.

. Paraboloidlar

A. Elliptik paraboloid.

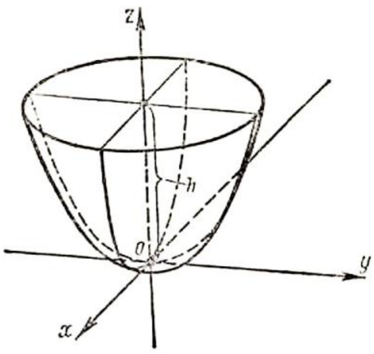
Ushbu

$$2z=\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q} \tag{13}$$

tenglama bilan aniqlanadigan sirt ***elliptik paraboloid*** deb ataladi. Bu tenglamada *p* va q lar bir xil ishorali deb hisoblanadi. Aniqlik uchun p>0, q>0 deb olinadi.

Elliptik parabolaidni *oxz* va *oyz* koordinata tekisliklari bilan kesish natijasida kesimda mos ravishda

$$\left.\begin{aligned}z=\frac{x^2}{2p}\\ y=0\end{aligned}\right\} \quad \text{va} \quad \left.\begin{aligned}z=\frac{y^2}{2q}\\ x=0\end{aligned}\right\}$$



5-chizma

parabolalar hosil bo'ladi. Agar elliptik paraboloidni $z=h$ $(h>0)$ tekislik bilan kesilsa kesimda

$$\left.\begin{aligned} &\frac{x^2}{2ph}+\frac{y^2}{2qh}=1 \\ &z=h \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

ellips hosil bo'ladi. Uning yarim o'qlari $a=\sqrt{2ph}$ $b=\sqrt{2qh}$ bo'ladi (5-chizma).

Agar p=q bo'lsa,

$$2pz=x^2+y^2 \qquad (15)$$

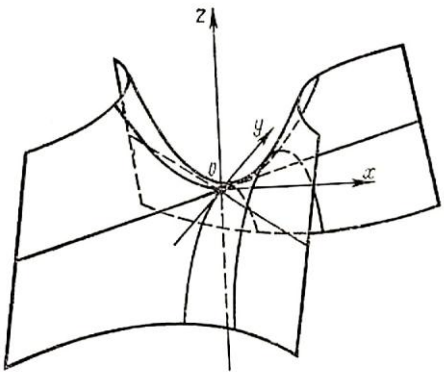
aylanma parabolaidga ega bo'lamiz.

B. Giperbolik paraboloid

Ushbu

$$2z=\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q} \qquad (16)$$

tenglama bilan aniqlangan sirt ***giperbolik parabolaid*** deb ataladi. Aniqlik uchun $p>0$, $q>0$ deb hisoblandi. Bu sirtni oxz tekislik bilan kesilsa, natijada



6-chizma.

$$2pz=x^2,\ y=0 \qquad (17)$$

parabola hosil bo'ladi (6-chizma).

Agar gipeorbolaidni $x=h$ tekislik bilan kesilsa

$$\left.\begin{aligned} &2z=\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q} \\ &x=h \end{aligned}\right\} \text{yoki} \quad \left.\begin{aligned} &2q\left(z-\frac{h^2}{2p}\right)=-y^2 \\ &x=h \end{aligned}\right\}$$

(18)

parabola hosil bo'ladi.

h ning har xil qiymmatlarda oyz tekislikka paralel bo'lgan tekisliklarda yotuvchi parabolalar oilasiga ega bo'lamiz.

Gipebolik parabolaidni $z=h$ tekislik bilan kessak, kesimda

$$\left.\begin{aligned} \frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2h \\ z = h \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

chiziq hosil bo'ladi. Bu chiziq haqiqiy o'qi $z=h$ tekislikda, h>0 bo'lganda, *ox* o'qqa parallel giperbolani, h<0 bo'lganda, esa haqiqiy o'qi *oy* uqqa parallel giperbolani tasvirlaydi. h=0 bo'lganda (19) tenglama $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 0$ ko'rinishni oladi. Bu tenglama esa $\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$ va $\frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$ tenglamalarga ajraladi. Bular koordinatalar boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamalaridir.

Xulosa qilib aytganda, ikkinchi tartibli sirtlar analitik geometriyaning muhim mavzularidan biri bo'lib, fazodagi murakkab shakllarni o'rganishda asosiy rol o'ynaydi. Ellipsoid, giperboloid, paraboloid kabi sirtlar ko'plab amaliy sohalarda, jumladan fizika, muhandislik va arxitekturada keng qo'llaniladi. Ularning tenglamalari orqali sirtlarning geometrik xossalari va grafigi aniqlanadi. Har bir sirtning o'ziga xos xususiyatlari ularni bir-biridan farqlashga imkon beradi. Bu sirtlarni o'rganish fazoviy fikrlashni rivojlantiradi va amaliy masalalarni yechishda foydalidir. Mavzu bo'yicha berilgan misollar va grafiklar nazariy bilimlarni mustahkamlashga xizmat qiladi. Ikkinchi tartibli sirtlarni chuqur o'rganish talabalar uchun geometriya fanida mustahkam asos yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. "Analitik geometriya" Muallif: A.Y. Narmanov
2. "Analitik geometriya va vektorlar algebrasi" Mualliflar: S. Otakulov, A.O. Musayev Nashriyot: Fan va texnologiyalar nashriyoti
3. "Matematika. I-qism: Chiziqli algebra va analitik geometriya"
4. Muallif: B.A. Xudayarov Nashriyot: Fan va texnologiya Toshkent, 2018 yil
5. "Chiziqli algebra va analitik geometriya. I-kitob. Analitik geometriya" Muallif: J.O. Aslonov Nashriyot: Innovatsiya-Ziyo Toshkent, 2020 yil
6. "Chizma geometriya" Muallif: T.D. Azimov Nashriyot: IQTISOD-MOLIYA Toshkent, 2008 yil