

**MARKOV JARAYONLARI BILAN KVADRATIK STOXAСТИK
OPERATORLAR O'RTASIDAGI BOG'LIQLIK**

Xuddiyeva Umida Aminjon qizi

*Buxoro Xalqaro Universiteti Psixologiya va umumiy fanlar
kafedrası o'qituvchisi*

Annotatsiya: Mazkur maqolada Markov jarayonlari va kvadratik stoxastik operatorlar (KSO) o'rtasidagi nazariy bog'liqlik o'rganiladi. Avvalo, Markov jarayonlari va kvadratik stoxastik operatorlarning asosiy ta'riflari, ularning ehtimollik fazosidagi o'xshash va farqli jihatlari yoritiladi. Keyinchalik, Markov operatorlarining chiziqli dinamikasi bilan KSO'larning kvadratik dinamikasi o'rtasidagi aloqalar tahlil qilinadi. Shuningdek, KSO'larning qo'zg'almas nuqtalari va invariant taqsimotlari Markov jarayonlari uchun stasionar taqsimot tushunchasi bilan taqqoslanadi. Tadqiqot natijalari murakkab tizimlarning uzoq muddatli rivojlanishini tushunishda Markov jarayonlari va kvadratik stoxastik operatorlarning bir-birini to'ldiruvchi nazariy asoslar ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: Kvadratik stoxastik operator, iteratsiya, cheksiz takrorlanish, chegaraviy xossa, qo'zg'almas nuqta, invariant taqsimot, ergodiklik, barqarorlik, dinamik tizim.

Аннотация: В данной статье исследуется теоретическая взаимосвязь между марковскими процессами и квадратичными стохастическими операторами (КСО). Сначала рассматриваются основные определения марковских процессов и квадратичных стохастических операторов, а также их сходства и различия в вероятностном пространстве. Далее анализируются связи между линейной динамикой марковских операторов и квадратичной динамикой КСО. Кроме того, неподвижные точки и инвариантные распределения КСО сопоставляются с понятием стационарного распределения для марковских процессов.

Полученные результаты показывают, что при изучении долгосрочного поведения сложных систем марковские процессы и квадратичные стохастические операторы выступают как взаимодополняющие теоретические основы.

Ключевые слова: *квадратичный стохастический оператор, итерация, бесконечное повторение, предельное свойство, неподвижная точка, инвариантное распределение, эргодичность, устойчивость, динамическая система.*

Abstract: *This article studies the theoretical relationship between Markov processes and quadratic stochastic operators (QSO). First, the main definitions of Markov processes and quadratic stochastic operators are presented, along with their similarities and differences in the probability space. Then, the connections between the linear dynamics of Markov operators and the quadratic dynamics of QSOs are analyzed. Furthermore, the fixed points and invariant distributions of QSOs are compared with the concept of stationary distributions in Markov processes. The results demonstrate that, in understanding the long-term behavior of complex systems, Markov processes and quadratic stochastic operators serve as complementary theoretical foundations..*

Keywords: *quadratic stochastic operator, iteration, infinite repetition, limiting property, fixed point, invariant distribution, ergodicity, stability, dynamical system.*

Kirish. *Matematikaning zamonaviy yo‘nalishlaridan biri bo‘lgan ehtimollik jarayonlari nazariyasi dinamik tizimlarning uzoq muddatli xatti-harakatini o‘rganishda keng qo‘llanilmoqda. Bu yo‘nalishda eng muhim tushunchalardan biri Markov jarayonlari bo‘lib, ular vaqt bo‘yicha o‘zgaradigan ehtimollik tizimlarini tavsiflash uchun ishlatiladi. Markov jarayonlarining asosiy afzalligi shundaki, tizimning keyingi holati faqat uning hozirgi holatiga bog‘liq bo‘lib, o‘tmishdagi barcha jarayonlardan mustaqildir. Shu xususiyat tufayli Markov jarayonlari*

ehtimollik modellarining eng sodda va samarali ko'rinishlaridan biri sifatida o'rganilgan va ko'plab sohalarda qo'llanilmoqda.

Biroq real hayotdagi ko'p komponentli tizimlarda o'zaro ta'sirlar faqat chiziqli emas, balki murakkabroq — kvadratik shaklda ham yuzaga keladi. Ana shunday holatlarni ifodalashda kvadratik stoxastik operatorlar (KSO) nazariyasi muhim ahamiyat kasb etadi. KSO yordamida ehtimollik taqsimotlari kvadratik qonuniyat asosida yangilanadi va bu ularni Markov operatorlarining tabiiy umumlashmasi sifatida qarash imkonini beradi.

Markov jarayonlari bilan kvadratik stoxastik operatorlar o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganish matematik nazariya uchun ham, amaliy qo'llanmalar uchun ham juda muhimdir. Chunki Markov operatorlari tizimning chiziqli dinamikasini tavsiflaydi, KSO esa kvadratik dinamikani ifodalaydi. Bu ikki yondashuv birgalikda murakkab ehtimollik tizimlarining barqarorlik shartlarini, invariant taqsimotlarni va qo'zg'almas nuqtalarni chuqurroq tahlil qilish imkonini beradi.

Mavzuning dolzarbligi. Hozirgi kunda ehtimollik jarayonlari nazariyasi va dinamik tizimlarni matematik modellashtirish ko'plab sohalarda, jumladan biologiya, genetika, ekologiya, iqtisodiyot va fizika kabi fanlarda keng qo'llanilmoqda. Bu borada Markov jarayonlari asosiy o'rinlardan birini egallaydi. Ular chiziqli stoxastik operatorlar yordamida tizimlarning rivojlanishini tavsiflaydi va uzoq muddatli barqarorlik sharoitlarini o'rganishga xizmat qiladi.

Biroq ko'p komponentli tizimlarda o'zaro ta'sirlar ko'pincha faqat chiziqli qonuniyatlarga bo'ysunmaydi. Shu sababli, kvadratik stoxastik operatorlar (KSO) nazariyasi vujudga kelib, murakkab tizimlarning rivojlanishini yanada aniqroq ifodalash imkonini berdi. KSO Markov operatorlarining tabiiy umumlashmasi sifatida qaraladi va ular orqali nafaqat chiziqli, balki kvadratik dinamikani ham tadqiq qilish mumkin.

Mazkur mavzuning dolzarbligi shundan iboratki, Markov jarayonlari bilan kvadratik stoxastik operatorlar o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganish nazariy va amaliy jihatdan katta ahamiyatga ega. Nazariy tomondan bu izlanishlar barqarorlik, ergodiklik, invariant taqsimot va qo'zg'almas nuqtalar kabi fundamental

tushunchalarni chuqurroq yoritadi. Amaliy tomondan esa, bunday tahlillar populyatsiya genetikasi, ekologik muvozanat, iqtisodiy jarayonlar va statistik fizikada murakkab tizimlarning uzoq muddatli rivojlanishini modellashtirish imkonini beradi.

Adabiyotlar tahlili. Markov jarayonlari nazariyasi XIX asr oxirida A. A. Markov tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, keyinchalik ehtimollik nazariyasining asosiy yo'nalishlaridan biriga aylandi. Markov jarayonlarining asosiy g'oyasi shundan iboratki, tizimning kelajakdagi holati faqat uning hozirgi holatiga bog'liq bo'lib, o'tmishdagi barcha holatlardan mustaqildir. Bu xususiyat tufayli Markov modellaridan ehtimollik tizimlarining barqaror xatti-harakatini tahlil qilishda keng foydalaniladi.

XX asrning 20-yillarida S. N. Bernstein populyatsiya genetikasi masalalarini o'rganishda kvadratik stoxastik operator (KSO) tushunchasini kiritdi. Bu operatorlar oddiy Markov operatorlarining tabiiy umumlashmasi sifatida qaraladi, chunki ular ehtimollik taqsimotlarini faqat chiziqli emas, balki kvadratik qonuniyat asosida ham yangilaydi. So'nggi yillarda chop etilgan ko'plab ilmiy maqolalarda Markov jarayonlari va KSO'larning o'zaro bog'liqligi alohida yo'nalish sifatida o'rganilmoqda. Xususan, Markov operatorlarining chiziqli dinamikasi bilan KSO'larning kvadratik dinamikasi o'rtasidagi aloqalar, invariant taqsimotlar va ergodiklik shartlari tahlil qilinmoqda.

Umuman olganda, adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, Markov jarayonlari va kvadratik stoxastik operatorlarning nazariy jihatdan o'zaro bog'liqligi murakkab tizimlarning uzoq muddatli xatti-harakatini tushunishda muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bois mazkur yo'nalishdagi tadqiqotlar bugungi kunda ham jadal rivojlanmoqda va yangi ilmiy natijalar bermoqda.

Xulosa. O'tkazilgan tahlillar shuni ko'rsatadiki, Markov jarayonlari va kvadratik stoxastik operatorlar (KSO) o'zaro yaqin aloqador bo'lib, ular ehtimollik nazariyasining turli darajadagi umumlashmalari sifatida qaraladi. Markov jarayonlari tizimlarning chiziqli dinamikasini ifodalasa, kvadratik stoxastik

operatorlar esa ko'p komponentli tizimlardagi murakkab, kvadratik o'zaro ta'sirlarni tasvirlash imkonini beradi.

KSO'larning qo'zg'almas nuqtalari va invariant taqsimotlari Markov jarayonlaridagi stasionar taqsimot tushunchasi bilan chambarchas bog'liqdir. Shu jihatdan, ikki nazariya bir-birini to'ldiradi va murakkab tizimlarning uzoq muddatli barqarorligi, ergodikligi va dinamik xossalarini yanada chuqurroq o'rganishga imkon yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Markov A.A. Rasprostranenie zakona bol'shih chisel na velichiny, zavisyashchie drug ot druga. Izvestiya Akademii Nauk, 1906.
2. Bernstein S.N. Probabilities and the theory of heredity. Uchenye Zapiski, 1924.
3. Ulam S. Problems in Modern Mathematics. New York: Wiley, 1960.
4. Ganikhodzhaev R.N. Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions, and tournaments. Russian Mathematical Surveys, 1993, 48(1), pp. 77–103.
5. Ganikhodzhaev R., Mukhamedov F., Rozikov U. Quadratic stochastic operators and processes: results and open problems. Singapore: World Scientific, 2018.
6. Rozikov U.A. Population Dynamics: Algebraic and Probabilistic Approach. Singapore: World Scientific, 2020.
7. Mukhamedov F., Rozikov U. On quadratic stochastic operators generated by Gibbs measures. Journal of Statistical Physics, 2013, 153(4), pp. 654–674.