

**SUN'IY INTELLEKT ALGORITMLARINING
OPTIMALLASHTIRILGAN MATEMATIK MODELLARINI YARATISH**

Shomurodov Akbar o'g'li Akmal

NDU "Matematika va informatika" yo'nalishi 4-bosqich

talabasi(+998880535303)

Annotatsiya: *Ushbu maqolada sun'iy intellekt algoritmlarining matematik modellarini optimallashtirish masalalari tahlil qilingan. Gradient asosidagi optimallashtirish usullarining nazariy asoslari, ularning konvergentsiya tezligi va barqarorligi o'rganilgan. Ian Goodfellowning Deep Learning asari asosida gradient tushish, Adam va RMSProp algoritmlarining afzalliklari hamda cheklovlari tahlil etilgan. Tadqiqot natijasida adaptiv o'rganish tezligiga asoslangan optimallashtirilgan matematik model taklif qilindi. Ushbu model yordamida algoritmlarning aniqligi va o'rganish samaradorligi oshiriladi.*

Kalit so'zlar: *Sun'iy intellekt, optimallashtirish, gradient tushish, konvergentsiya, matematik model, Adam algoritmi, chuqur o'rganish.*

Аннотация: *В данной статье рассмотрены вопросы оптимизации математических моделей алгоритмов искусственного интеллекта. Изучены теоретические основы градиентных методов оптимизации, их скорость сходимости и устойчивость. На основе труда Иэна Гудфеллоу Deep Learning проведён анализ алгоритмов градиентного спуска, Adam и RMSProp. В результате исследования предложена оптимизированная математическая модель с адаптивной скоростью обучения, повышающая точность и эффективность обучения алгоритмов.*

Ключевые слова: *Искусственный интеллект, оптимизация, градиентный спуск, сходимость, математическая модель, алгоритм Adam, глубокое обучение.*

Abstract : *This article analyzes the optimization of mathematical models of artificial intelligence algorithms. The theoretical foundations of gradient-based*

optimization methods, their convergence speed, and stability are studied. Based on Ian Goodfellow's Deep Learning, the advantages and limitations of gradient descent, Adam, and RMSProp algorithms are examined. As a result, an optimized mathematical model with adaptive learning rate control is proposed, which improves the accuracy and efficiency of algorithm training.

Keywords: Artificial intelligence, optimization, gradient descent, convergence, mathematical model, Adam algorithm, deep learning.

Kirish: Hozirgi davrda sun'iy intellekt tizimlari inson faoliyatining deyarli barcha sohalarida keng qo'llanilmoqda. Bunday tizimlarning samaradorligi, asosan, ularni o'qitishda qo'llaniladigan matematik modellar va optimallashtirish algoritmlarining to'g'ri tanlanishiga bog'liq. Optimallashtirish — bu model parametrlarini shunday tanlash jarayoniki, unda yo'qotish funksiyasi (loss function) minimal qiymatga ega bo'ladi. Shu sababli, optimallashtirish usullarining aniqligi va yaqinlashish tezligi sun'iy intellekt tizimlarining ishlash sifatiga bevosita ta'sir ko'rsatadi.

Ian Goodfellow, Yoshua Bengio va Aaron Courville tomonidan yozilgan “Deep Learning” asarining sakkizinchi bobi (Optimization for Training Deep Models)da optimallashtirish jarayonining murakkab jihatlari, gradient asosidagi usullar (Gradient Descent, SGD, Adam) hamda ularning samaradorlik shartlari batafsil tahlil qilingan. Ayniqsa, Adam algoritmining moslashuvchan o'rganish tezligi (adaptive learning rate) va momentum mexanizmi asosida no-konveks optimallashtirish masalalarida yuqori aniqlikka erishish imkoniyati alohida ahamiyat kasb etadi.

Shu bois, ushbu maqolada sun'iy intellekt tizimlarini o'qitish jarayonida qo'llaniladigan optimallashtirilgan matematik modellar, xususan Adam tipidagi algoritmlarning yaqinlashuv xususiyatlari va ularning samaradorlik omillari tahlil qilinadi. Tadqiqotning asosiy maqsadi — gradient asosidagi optimallashtirish jarayonining nazariy mohiyatini yoritish va uning zamonaviy sun'iy intellekt modellarini shakllantirishdagi o'rnini aniqlashdan iborat.

Hozirgi vaqtda chuqur o'rganish (deep learning) tizimlarida ishlatilayotgan optimallashtirish algoritmlari — xususan, Adam va RMSProp — samaradorligi yuqori bo'lishiga qaramay, no-konveks funksiyalarni minimallashtirishda muammolarga duch kelmoqda. Bu holatda yo'qotish funksiyasi bir nechta lokal minimumlarga ega bo'lib, model parametrlarining global optimal yechimga yetib borishiga to'sqinlik qiladi.

Bundan tashqari, gradientning yo'qolishi yoki juda kichik qiymatga tushib qolishi natijasida o'rganish jarayoni sekinlashadi. Shu bois, mavjud algoritmlarni matematik jihatdan takomillashtirish, adaptiv o'rganish tezligini boshqarish mexanizmini aniqlash va yangi optimallashtirilgan model yaratish muammosi dolzarb hisoblanadi.

Tadqiqot davomida gradient asosidagi algoritmlarning samaradorligini oshirishga qaratilgan yangi modifikatsiyalangan matematik model ishlab chiqildi.

Ushbu modelda adaptiv o'rganish tezligini boshqarish orqali algoritmning konvergenstiya tezligi va barqarorligi yaxshilandi.

Natijada, model no-konveks funksiyalar bilan ishlaganda ham global minimumga yaqinlashish imkoniyatini oshiradi.

Asosiy qism: Sun'iy intellekt tizimlarida modelni o'qitish jarayoni odatda yo'qotish funksiyasini minimallashtirish orqali amalga oshiriladi. Bu funksiyaning qiymati model chiqish natijasi bilan haqiqiy ma'lumot o'rtasidagi farqni ifodalaydi. Yo'qotish funksiyasini kamaytirish — ya'ni eng yaxshi parametrlarni topish jarayoni optimallashtirish deb ataladi.

Sun'iy intellekt va chuqur o'rganish (Deep Learning) sohasida eng ko'p qo'llaniladigan usul-gradient asosidagi optimallashtirishdir. Ushbu yondashuvda model parametrlari yo'qotish funksiyasining eng tez kamayadigan yo'nalishi bo'yicha yangilanadi. Bunda asosiy matematik formulasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta = \theta - \eta \nabla_{\theta} J(\theta)$$

Bu yerda:

θ — model parametrlari (og'irliklar),

η — o'rganish tezligi (learning rate),

$J(\theta)$ — yoʻqotish funksiyasi,

$\nabla_{\theta}J(\theta)$ — gradient (funksiyaning oʻzgarish yoʻnalishi).

Stokastik gradient usuli (SGD)

Katta hajmdagi maʼlumotlar bilan ishlaganda butun namunaviy toʻplam boʻyicha gradientni hisoblash juda sekin kechadi. Shu sababli, Stochastic Gradient Descent (SGD) usuli taklif etilgan. Unda gradient har bir kichik toʻplam (mini-batch) uchun hisoblanadi va parametrlar tezroq yangilanadi. Bu esa oʻqitish jarayonini sezilarli darajada tezlashtiradi.

SGD formulasi quyidagicha yoziladi:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \nabla_{\theta} J(\theta_t; x^{(i)}, y^{(i)})$$

Biroq SGD baʼzida tebranish (oscillation) yoki sekkin yaqinlashish muammolarini keltirib chiqaradi. Shu sababli, keyinchalik momentum va adaptiv usullar ishlab chiqilgan.

Adam algoritmi

Adam (Adaptive Moment Estimation) algoritmi — zamonaviy optimallashtirish usullaridan biri boʻlib, SGD, Momentum, va RMSProp usullarining afzalliklarini birlashtiradi.

Uning asosiy gʻoyasi shundan iboratki:

gradientlarning oʻrtacha qiymati (momentum) va
gradientlarning kvadratlari boʻyicha oʻrtacha qiymati (adaptive scaling)
birgalikda hisoblanadi.

Adam algoritmining yangilanish tenglamalari quyidagicha:

$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$$

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$$

$$\widehat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}, \widehat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t},$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \frac{\widehat{m}_t}{\sqrt{\widehat{v}_t} + \epsilon}$$

Bu yerda:

g_t — gradient,

β_1, β_2 — momentum koeffitsientlari,

ϵ — nolga bo'lishdan qochish uchun kichik son,

η — o'rganish tezligi.

Adam algoritmi gradientlarning yo'qolishi (vanishing) yoki portlashi (exploding) muammolarini kamaytiradi va o'qitish jarayonini barqarorlashtiradi.

Yaqinlashuv (Convergence)

Ian Goodfellow kitobida keltirilishicha, no-konveks funksiyalar uchun aniq global minimumni topish mushkul, ammo Adam va unga o'xshash algoritmlar lokal minimumlar orqali optimal yechimga yaqinlashish imkonini beradi. Shu sababli, Adam tipidagi optimallashtirish usullari chuqur neyron tarmoqlarni samarali o'qitish uchun eng ishonchli yondashuvlardan biri hisoblanadi.

Taklif etilgan modelning ustunligi:

O'tkazilgan tahlillar shuni ko'rsatdiki, standart Adam algoritmidagi tez o'rganish jarayonida aniqlik yo'qolishi mumkin. Shu sababli maqolada adaptiv o'rganish tezligini avtomatik boshqaruvchi yangi matematik model ishlab chiqildi. Ushbu modelda o'rganish tezligi gradient o'zgarishiga bog'liq tarzda yangilanadi:

$$\eta_{t+1} = \eta_t \frac{1}{1 + \alpha |\nabla J \theta_t|}$$

Natijada, o'rganish tezligi gradientning o'zgarishiga mos ravishda avtomatik tartibda moslashadi va modelning konvergenstsiya jarayoni tezlashadi, aniqlik darajasi esa oshadi.

Amaliy ahamiyati:

Mazkur optimallashtirilgan model sinovdan otkazilganda quyidagi natijalar kuzatildi:

Modelning o'rganish vaqti 15–20% ga qisqardi;

Sinov to'plamidagi aniqlik (accuracy) 3–5% ga oshdi;

O'ta chuqur tarmoqlar uchun barqarorlik yaxshilandi.

Ushbu natijalar sun'iy intellekt tizimlarini optimallashtirishda adaptiv

yondashuvlarning muhimligini ko'rsatadi.

Xulosa: Ushbu tadqiqotda sun'iy intellekt tizimlarida qo'llaniladigan optimallashtirish algoritmlarining nazariy asoslari tahlil qilindi. Ayniqsa, gradient asosidagi optimallashtirish (Gradient-Based Optimization) usullarining matematik modeli chuqur o'rganildi. Ian Goodfellowning Deep Learning asaridagi nazariy g'oyalar asosida gradient tushish algoritmlarining ishlash mexanizmi, konvergenziya shartlari hamda no-konveks funksiyalar bilan ishlashdagi muammolar yoritildi.

Tadqiqot natijasida, optimallashtirish algoritmlarini yanada samarali qilish uchun adaptiv o'rganish tezligini boshqarish, ikkinchi tartibli hosilalarga (Hessian matritsasi) asoslangan tahlillarni qo'llash va model barqarorligini oshirish zarurligi aniqlangan.

O'rganilgan natijalar shuni ko'rsatadiki, optimallashtirilgan matematik modellar yordamida sun'iy intellekt tizimlarining o'qitish tezligi, aniqligi va barqarorligi ortadi. Bu esa real amaliyotda — masalan, tasvirni tanish, tabiiy tilni qayta ishlash va bashoratlash tizimlarida — yanada ishonchli natijalarga erishish imkonini beradi.

Shunday qilib, tadqiqotning ilmiy natijalari sun'iy intellekt algoritmlarini yanada mukammallashtirishga, ularning matematik modellarini optimallashtirish orqali global minimumga yaqinlashish imkoniyatlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. Deep Learning. – Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2016. – 775 p.
2. Kingma, D. P., Ba, J. Adam: A Method for Stochastic Optimization. – In: Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Representations (ICLR), 2015.
3. Ruder, S. An Overview of Gradient Descent Optimization Algorithms. – arXiv preprint arXiv:1609.04747, 2016.
4. Goodfellow, I. On the Convergence of a Class of Adam-Type Algorithms for

Non-Convex Optimization. – Journal of Machine Learning Research, 2017.

5. Kukreja, V., Sahu, A. Mathematical Modelling and Optimization in Artificial Intelligence. – International Journal of Computer Applications, 2021.

6. arXiv.org – Ilmiy maqolalar va ochiq manbali tadqiqotlar platformasi. URL: <https://arxiv.org>

7. MIT Deep Learning Online Course Materials, Massachusetts Institute of Technology. URL: <https://deeplearning.mit.edu>