

**GILBERT FAZOSIDA O'Z-O'ZIGA QO'SHMA OPERATORLAR
VA ULARNING XOSSALARI**

Keldiyarova Sitora Bo'riboqzoda

Oqoltin tumani 9-maktab

o'qituvchisi.

sitorakeldiyarova96@gmail.com

Usmonov Navruz Muzaffarovich

GulDU tayanch doktoranti.

navruzusmonov417@gmail.com

Annotatsiya. Maqolada Gilbert fazosida o'z-o'ziga qo'shma operatorlar va ularning asosiy xossalari o'rganilgan. Gilbert fazosi va Gilbert qo'shmasi tushunchalari, shuningdek chegaralangan va chegaralanmagan operatorlarning ta'riflari hamda ularning spektral va strukturaviy xususiyatlari yoritilgan. Nazariy qismni mustahkamlash uchun ularga oid misollar keltirilgan.

Kalit so'zlar: Gilbert fazosi, Gilbert qo'shmasi, o'z-o'ziga qo'shma operator, chegaralangan operator, chegaralanmagan operator, spektr.

Faraz qilamiz, H_1, H_2 lar Gilbert fazolari bo'lsin.

Ta'rif 1.1.4. Agar $A: H_1 \rightarrow H_2$ operator H_1 dagi istalgan chegaralangan to'plamni H_2 dagi chegaralangan to'plamga o'tkazsa, u **chegaralangan operator** deyiladi.

Demak chegaralanmagan operator biror chegaralangan to'plamni chegaralanmagan to'plamga o'tkazadi. Chiziqli operatorlar uchun chegaralanganlik ta'rifini quyidagicha ham berish mumkin:

Ta'rif 1.1.5. H_1 va H_2 Gilbert fazolari va $A: H_1 \rightarrow H_2$ chiziqli operator bo'lsin. Agar biror $M > 0$ son va istalgan $x \in H_1$ uchun

$$\|Ax\|_{H_2} \leq M \|x\|_{H_1}$$

tengsizlik bajarilsa, A **chegaralangan operator** deyiladi. Agar istalgan M

soni uchun shunday $x_M \in H_1$ element mavjud bo'lib, $\|Ax_M\|_{H_2} > M \|x_M\|_{H_1}$ munosabat o'rinli bo'lsa, A **chegaralanmagan operator** deyiladi.

Agar A operator chegaralanmagan bo'lsa, uning normasi ∞ ga teng deb qabul qilamiz.

Ta'rif 1.2.1. H Gilbert fazosida aniqlangan chegaralangan T operator va $\forall x, y \in H$ uchun

$$(Tx, y) = (x, T^*y)$$

tenglikni qanoatlantiruvchi T^* operator T operatorning **Gilbert qo'shmasi** deyiladi. Bundan buyon operatorning qo'shmasi deganda uning Gilbert qo'shmasini tushunamiz.

Agar $T = T^*$ shart bajarilsa, T operator o'z-o'ziga qo'shma operator deyiladi.

Lemma 1.2.1 $A: H \rightarrow H, B: H \rightarrow H$ operatorlar berilgan bo'lsin. Agar barcha $x, y \in H$ lar uchun $(Ax, y) = (Bx, y)$ tenglik bajarilsa, u holda $A = B$ bo'ladi.

Teorema 1. A chiziqli operatorning qo'shmasi ham chiziqlidir.

Teorema 2. $T: H \rightarrow H$ operatorning qo'shmasi mavjud bo'lishi uchun uning aniqlanish sohasi $D(T)$ butun fazo H da zich bo'lishi zarur va yetarli. Agar bu shart bajarilsa, T^* operator quyidagicha aniqlanadi: $y \in H$ element T^* ning aniqlanish sohasiga tegishli bo'lishi uchun shunday $y^* \in H$ mavjud bo'lib istalgan $x \in D(T)$ uchun

$$(Tx, y) = (x, y^*)$$

tenglik bajarilishi yetarli va zarur. Bu holda $T^*y = y^*$.

Misol 2.1. Yuqorida qaralgan ushbu operatorning qo'shmasini topamiz:

$$A: \ell_2(\mathbb{Z}^d) \rightarrow \ell_2(\mathbb{Z}^d), \quad (A\hat{f})(n) = \hat{v}(n)\hat{f}(n),$$

bunda $\hat{v}$ funksiya $\mathbb{Z}^d$ da chegaralangan.

$$\begin{aligned} (A\hat{f}, \hat{g}) &= \sum_{n \in \mathbb{Z}^d} (A\hat{f})(n) \overline{\hat{g}(n)} = \sum_{n \in \mathbb{Z}^d} \hat{v}(n) \hat{f}(n) \overline{\hat{g}(n)} = \\ &= \sum_{n \in \mathbb{Z}^d} \hat{f}(n) \overline{\hat{v}(n) \hat{g}(n)} = \sum_{n \in \mathbb{Z}^d} \hat{f}(n) \overline{(A^* \hat{g})(n)} = (\hat{f}, A^* \hat{g}) \end{aligned}$$

munosabatlarga va oldingi teorema asosan $(A^* \hat{f})(n) = \overline{\hat{v}(n)} \hat{f}(n)$ kabi aniqlanadi. $\hat{v}$ chegaralangan funksiya ekanidan, $D(A) = \ell_2(\mathbb{Z}^d)$. U holda esa

$$D(A^*) = \ell_2(\mathbb{Z}^d).$$

Ushbu misollardagi qo'shma operatorlarning aniqlanishi ham 1 teorema asoslanadi.

Misol 1.

$$A: L_2(\mathbb{T}^d) \rightarrow L_2(\mathbb{T}^d), \quad (Af)(x) = \varepsilon(x)f(x), \quad f \in L_2(\mathbb{T}^d)$$

operatorni qaraymiz, bunda $\varepsilon(x) \in L_2(\mathbb{T}^d)$ chegaralangan funksiya. Bu operatorning qo'shmasi $(A^*f)(x) = \overline{\varepsilon(x)}f(x)$.

Misol 2.

$$A: L_2(\mathbb{T}^d) \rightarrow L_2(\mathbb{T}^d), \quad (Af)(x) = \int_{\mathbb{T}^d} K(x, y)f(y), \quad f \in L_2(\mathbb{T}^d)$$

integral operatorning qo'shmasi ham integral operator bo'ladi:

$$(A^*f)(x) = \int_{\mathbb{T}^d} \overline{K(y, x)}f(y),$$

bu yerda $K(x, y)$ funksiya $(\mathbb{T}^d)^2$ da aniqlangan biror chegaralangan uzluksiz funksiya.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. M.I.Mo'minov, C.Lokman Finiteness of discrete spectrum of the two-particle Schödinger operator on diamond lattices. Nanosystems; physics, chemistry mathematics, 2017, 8(3), P. 310-316.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Москва: Наука. 1989.
3. O'Ktanova, S., & Usmonov, N. M. (2025). Gilbert fazosida chiziqli chegaralangan operatorlar. Экономика и социум, (7-1 (134)), 992-996.
4. Usmonov, N. M., & Usmonov, A. A. (2025). Gilbert fazosining asosiy xossalari va uning turli masalalarga tadbiqu. Экономика и социум, (6-2 (133)), 2080-2084.
5. Nafasov, G., Xudoyqulov, R., & Usmonov, N. (2023). Developing logical thinking skills in mathematics teachers through digital technologies. Евразийский

журнал технологий и инноваций, 1(5 Part 2), 229-233.

6. Usmonov, N. M. (2024). *Maple paketi orqali oddiy va xususiy hosilali differensial tenglamalarini yechish. Экономика и социум, (12-2 (127)), 928-935.*

7. Муминов М.Э., А.М. Хуррамов А.М. Спектральные свойства двухчастичного гамильтониана на одномерной решетке // Уфимск. матем. журн. 2014. Т. 177, №. 4. С. 102–110.

8. Муминов М.Э. О положительности двухчастичного гамильтониана на решетке // Теор. Мат. Физика. 2007. Т.153, №. 3. С. 381–387.

9. Usmonov, N. M. (2022). *Kompleks argumentli trigonometrik va giperbolik funksiyalar. Вестник магистратуры, (6-3 (129)), 4-6.*